

# 2022 北京一零一中初三 9 月月考

## 数 学

2022. 09

一、选择题：本大题共 8 小题，共 16 分。

1. 下列图形选自历届世博会会徽，其中是轴对称图形的是 ( )



A



B



C



D



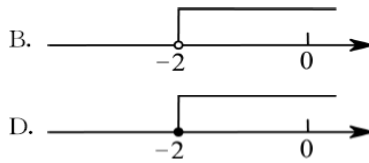
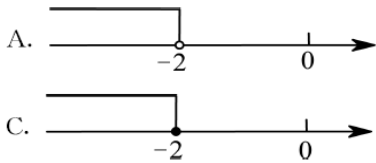
2. 已知一元二次方程  $x^2 + x + 1 = 0$ ，下列判断正确的是 ( )

- A. 该方程有两个相等的实数根                      B. 该方程有两个不相等的实数根  
C. 该方程无实数根                                      D. 该方程根的情况不确定

3. 二次函数  $y = (x + 1)^2$  的图象与  $y$  轴的交点坐标是 ( )

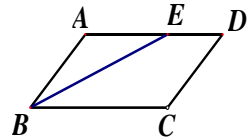
- A. (0, 1)      B. (0, -1)      C. (0, 0)      D. (-1, 0)

4. 若  $\sqrt{x+2}$  在实数范围内有意义，则  $x$  的取值范围在数轴上表示正确的是 ( )



5. 如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $AB=6$ ， $BC=10$ ， $\angle ABC$  的平分线交  $AD$  于点  $E$ ，则  $DE$  的长为 ( )

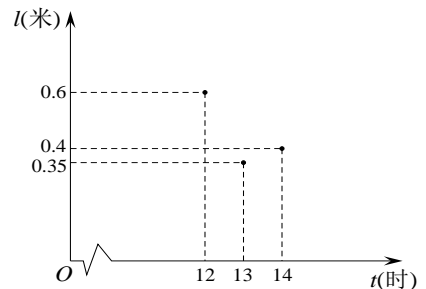
- A. 5      B. 4      C. 3      D. 2



6. 已知二次函数  $y = x^2 - 4x + m$  ( $m$  为常数) 的图象与  $x$  轴的一个交点为  $(3, 0)$ ，则关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4x + m = 0$  的两个实数根是 ( )

- A.  $x_1 = -1, x_2 = 3$                       B.  $x_1 = 1, x_2 = 3$   
C.  $x_1 = -1, x_2 = 1$                       D.  $x_1 = -5, x_2 = 3$

7. 太阳影子定位技术是通过分析视频中物体的太阳影子变化，确定视频拍摄地点的一种方法。为了确定视频拍摄地的经度，我们需要对比视频中影子最短的时刻与同一天东经 120 度影子最短的时刻。在一定条件下，直杆的太阳影子长度  $l$  (单位：米) 与时刻  $t$  (单位：时) 的关系满足函数关系  $l = at^2 + bt + c$  ( $a, b, c$  是常数)，如图记录了三个时刻的数据，根据上述函数模型和记录的数据，则该地影子最短时，最接近的时刻  $t$  是 ( )



- A. 12.75      B. 13      C. 13.33      D. 13.5



8. 关于  $x$  的方程  $(x^2 - 2x)^2 + 2(x^2 - 2x) + k = 0$ , 有下面 5 个说法:

- ①存在实数  $k$ , 使得方程无实数根;
- ②存在实数  $k$ , 使得方程恰有 1 个实数根;
- ③存在实数  $k$ , 使得方程恰有 2 个不同实数根;
- ④存在实数  $k$ , 使得方程恰有 3 个不同实数根;
- ⑤存在实数  $k$ , 使得方程恰有 4 个不同实数根;

其中正确的说法有 ( ) 个

- A. 0            B. 2            C. 3            D. 5

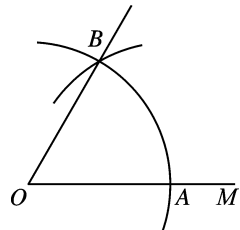
二、填空题: 本大题共 8 小题, 共 16 分.

9. 方程  $x^2 - 4 = 0$  的解为\_\_\_\_\_.

10. 分解因式:  $3x^2 - 6x + 3 =$ \_\_\_\_\_.

11. 将抛物线  $y = x^2$  沿  $y$  轴向下平移 1 个单位, 得到的抛物线的解析式为\_\_\_\_\_.

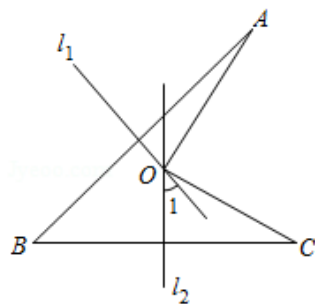
12. 如图, 已知射线  $OM$ . 以  $O$  为圆心, 任意长为半径画弧, 与射线  $OM$  交于点  $A$ , 再以点  $A$  为圆心,  $AO$  长为半径画弧, 两弧交于点  $B$ , 画射线  $OB$ , 则  $\angle AOB =$ \_\_\_\_\_°.



13. 若关于  $x$  的方程  $x^2 - mx + m = 0$  有两个相等实数根, 则代数式  $2m^2 - 8m + 3$  的值为\_\_\_\_\_.

14. 汽车刹车后行驶的距离  $s$  (单位: m) 关于行驶时间  $t$  (单位: s) 的函数解析式是  $s = -6t^2 + 15t$ . 汽车刹车后到停下来前进了\_\_\_\_\_m.

15. 如图, 线段  $AB$ 、 $BC$  的垂直平分线  $l_1$ 、 $l_2$  相交于点  $O$ , 若  $\angle 1 = 36^\circ$ , 则  $\angle AOC$  的度数是\_\_\_\_\_.



16. 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c$  为常数,  $a < 0$ ) 经过  $A(2, 0)$ ,  $B(-4, 0)$  两点, 下列四个结论:

- ①一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的根为  $x_1 = 2, x_2 = -4$ ;
- ②若点  $C(-5, y_1), D(\pi, y_2)$  在该抛物线上, 则  $y_1 < y_2$ ;
- ③对于任意实数  $t$ , 总有  $at^2 + bt < a - b$ ;
- ④对于  $a$  的每一个确定值, 若一元二次方程  $ax^2 + bx + c = p$  ( $p$  为常数,  $p > 0$ ) 的根为整数, 则  $p$  的值只有三个.

其中正确的结论是\_\_\_\_\_ (填写序号).

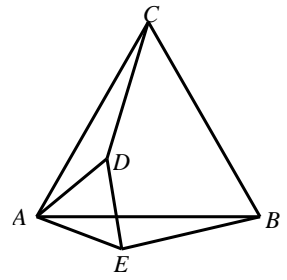
三、解答题: 本大题共 12 小题, 第 17-20, 22, 23, 25 题, 每题 5 分; 第 21, 24, 26 题, 每题 6 分; 第 27 题 7 分, 第 28 题 8 分, 共 68 分.

17. 计算:  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + |1 - \sqrt{2}| - (2 - \pi)^0 - \sqrt{18}$ .

18. 解方程:  $x^2 + 4x + 2 = 0$ .



19. 求不等式组  $\begin{cases} 3x+4 > 5x-2 \\ x \geq \frac{1}{3}x - \frac{4}{3} \end{cases}$  的最小整数解.



20. 如图,  $\triangle ABC$  与  $\triangle AED$  都是等边三角形, 连接  $BE$ 、 $CD$ .  
求证:  $BE = CD$ .

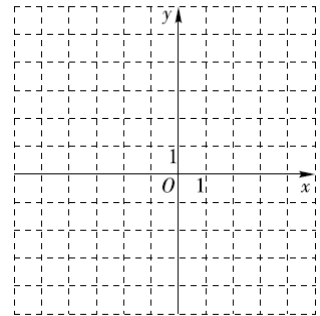
21. 在二次函数  $y_1 = ax^2 + bx + 2$  中, 部分  $x, y_1$  的对应值如下表:

$x$	.....	-1	0	1	2	3	.....
$y_1$	.....	-1	2	3	2	-1	.....

(1) 求该函数的解析式;

(2) 在平面直角坐标系中, 画出该函数的图象;

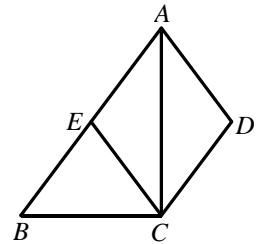
(3) 作直线  $y_2 = -x + 2$ , 当  $y_2$  在  $y_1$  的图象下方时, 直接写出  $x$  的取值范围.



22. 如图, 四边形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $AC$  平分  $\angle BAD$ ,  $CE \parallel AD$  交  $AB$  于  $E$ .

(1) 求证: 四边形  $AECD$  是菱形;

(2) 如果点  $E$  是  $AB$  的中点,  $AC=8$ ,  $EC=5$ , 求四边形  $ABCD$  的面积.



23. 为了解我国 2022 年第一季度 25 个地区快递业务收入的情况, 收集了这 25 个地区第一季度快递业务收入 (单位: 亿元) 的数据, 并对数据进行了整理、描述和分析, 给出如下信息.

a. 排在前 5 位的地区第一季度快递业务收入的数据分别为:

534.9, 437.0, 270.3, 187.7, 104.0

b. 其余 20 个地区第一季度快递业务收入的数据的频数分布表如下:

快递业务收入 $x$	$0 \leq x < 20$	$20 \leq x < 40$	$40 \leq x < 60$	$60 \leq x \leq 80$
频数	6	10	1	3

c. 第一季度快递业务收入的数据在  $20 \leq x < 40$  这一组的是:

20.2 20.4 22.4 24.2 26.5 26.5 28.5 34.4 39.1 39.8

d. 排在前 5 位的地区、其余 20 个地区、全部 25 个地区第一季度快递业务收入的数据的平均数、中位数如下:



	前 5 位的地区	其余 20 个地区	全部 25 个地区
平均数	$p$	29.9	$n$
中位数	270.3	$m$	28.5

根据以上信息，回答下列问题：

(1) 表中  $m$  的值为\_\_\_\_\_；

(2) 在下面的 3 个数中，与表中  $n$  的值最接近的是\_\_\_\_\_（填写序号）；

①75

②80

③85

(3) 根据 (2) 中的数据，预计这 25 个地区 2022 年全年快递业务收入约为\_\_\_\_\_亿元。

24. 已知关于  $x$  的方程  $mx^2 - 4x + 4 - m = 0$ .

(1) 求证：此方程总有实数根；

(2) 若  $m$  为整数，且此方程有两个互不相等的非负整数根，求  $m$  的值；

25. 某商品的进价为每件 40 元，现在的售价为每件 60 元，每星期可卖出 300 件。为尽快减少库存，商场决定降价销售。市场调查反映，每降价 1 元，每星期可多卖出 20 件。

(1) 如果降价  $x$  元，每星期可以卖出\_\_\_\_\_件， $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_；

(2) 如何定价才能使利润最大？最大利润是多少？

26. 有这样一个问题：探究函数  $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$  的图象与性质。

小东根据学习函数的经验，对函数  $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$  的图象与性质进行了探究。

下面是小东的探究过程，请补充完整：

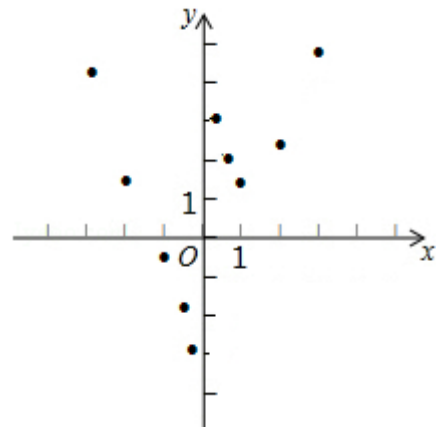
(1) 函数  $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$  自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_；

(2) 下表是  $y$  与  $x$  的几组对应值，

$x$	...	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	...
$y$	...	$\frac{25}{6}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{53}{18}$	$\frac{55}{18}$	$\frac{17}{8}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$m$	...

直接写出表格中  $m$  的值：\_\_\_\_\_；

- (3) 如下图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，描出了以上表格中各对对应值为坐标的点，根据描出的点，画出该函数的图象；
- (4) 进一步探究发现，该函数图象在第一象限内的最低点的坐标是  $(1, \frac{3}{2})$ ，结合函数的图象，写出该函数的其它性质（一条即可）：\_\_\_\_\_。



27. 阅读下列材料：

若关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的两个实数根分别为  $x_1, x_2$ ，则  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ，

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

解决下面问题：

已知关于  $x$  的一元二次方程  $(2x+n)^2 = 4x$  有两个非零不等实数根  $x_1, x_2$ ，设  $m = \frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2}$ 。

- (1) 求  $n$  的取值范围；
- (2) 试用含  $n$  的代数式表示出  $m$ ；
- (3) 是否存在这样的  $n$  值，使  $m$  的值等于 4？若存在，求出  $n$  的值；若不存在，请说明理由。

28. 在等腰直角三角形  $ABC$  中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=90^\circ$ 。点  $P$  为直线  $AB$  上一个动点（点  $P$  不与点  $A, B$  重合），连接  $PC$ ，点  $D$  在直线  $BC$  上，且  $PD=PC$ 。过点  $P$  作  $EP \perp PC$  于点  $P$ ，点  $D, E$  在直线  $AB$  的异侧，且  $PE=PC$ ，连接  $BE$ 。

- (1) 如图 1，当点  $P$  在线段  $AB$  上时，请依题意补全图形 1，并证明  $\angle ACP = \angle EPB$ ；
- (2) 如图 2，当点  $P$  在  $AB$  的延长线上时，请依题意补全图 2，猜想  $BE$  和  $BD$  的位置关系和数量关系，并证明你的结论；
- (3) 如果点  $P$  在直线  $AB$  上运动（点  $P$  不与点  $A, B$  重合），请直接写出线段  $BC, BP, BE$  之间的数量关系（用等式表示）。

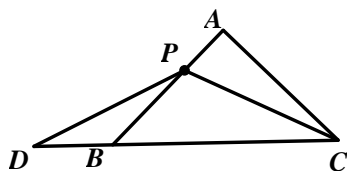


图 1

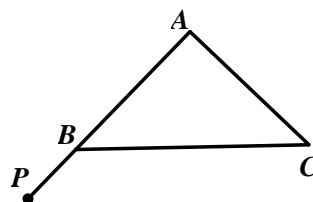


图 2