2017届北京四中九年级上学期期中考试数学试卷

（时间：120分钟总分：120分）

姓名：班级：

一、选择题(本题共30分，每小题3分)

1．剪纸是国家级非物质文化遗产，下列剪纸作品中是中心对称图形的是（　）

A． B． C． D．

2．在Rt△ABC中，∠C=90°，若BC=1，AC=2，则sin$A$的值为（　　）

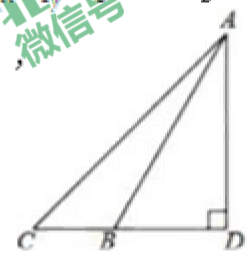
A．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．2

3．将抛物线$y=4x^2$向右平移1个单位，再向上平移3个单位，得到的抛物线是（　）

A．$y=4(x+1)^2+3$　　B．$y=4(x-1)^2+3$

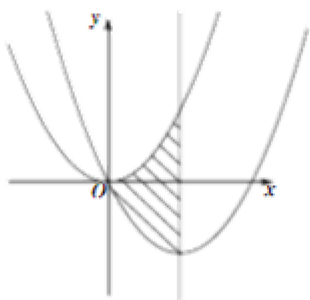
C．$y=4(x+1)^2-3$　　D．$y=4(x-1)^2-3$

4．如图，长4m的楼梯AB的倾斜角∠ABD为60°，为了改善楼梯的安全性能，准备重新建造楼梯，使其倾斜角∠ACD为45°，则调整后的楼梯AC的长为（　　）



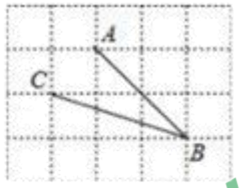
A．$2\sqrt{3}$m　B．$2\sqrt{6}$m　C．$(2\sqrt{3}-2)$ m　D．$(2\sqrt{6}-2)$ m

5．如图，在平面直角坐标系中，抛物线$y=\frac{1}{2}x^2$经过平移得到抛物线$y=\frac{1}{2}x^2-2x$，其对称轴与两段抛物线所围成的阴影部分的面积是（　　　）



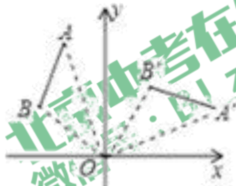
A．2　　B．4

C．8　　D．16



6．如图，在网格中，小正方形的边长均为 1，点 A，B，C 都在格点上，则∠ABC 的正切值是（　　）

A．2B．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$C．$\frac{\sqrt{5}}{5}$D．$\frac{1}{2}$



7．如图，将线段 AB 绕点 O 顺时针旋转 90°得到线段 A′B′，则 A（－2，5）的对应点 A′的坐标是（　　）

A．（2，5）　B．（5，2）　C．（2，－5）　D．（5，－2）

8．某抛物线的顶点为（2，－1），与 x 轴相交于 P、Q 两点，若此抛物线通过（1，a）、（3，b）、（－1，c）、（－3，d）四点，则 a、b、c、d 中最大值是（　　）

A．a　B b　C c　D d

9.二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 为常数，且 a≠0）中的 x 与 y 的部分对应值如下表：

x	－1	0	1	3
y	－1	3	5	3

下列结论：（1）ac<0；（2）抛物线顶点坐标为（1，5）；

（3）3 是方程 $ax^2+(b-1)x+c=0$ 的一个根；

（4）当－1<x<3 时，$ax^2+(b-1)x+c>0$．其中正确的个数为（　　）

A．4 个 B．　3个 C．　2个 D．　1个

10.二次函数 $y=2x^2-8x+m$ 满足以下条件：当 $-2<x<-1$ 时，它的图象位于 x 轴的下方；当 $6<x<7$ 时，它的图象位于 x 轴的上方，则 m 的值为（　　）

．8A　B．-10 C．-42 D．-24

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

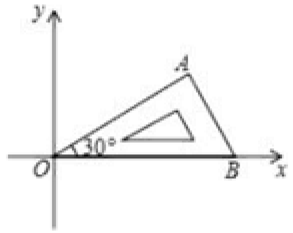
11．若 $0°<\alpha<90°$，$\tan\alpha=\frac{1}{2}$，则 $\sin\alpha=$．

12．已知抛物线的对称轴为直线 x＝2，与 x 轴的一个交点为（－1，0），则它与 x 轴的另一个交点为．

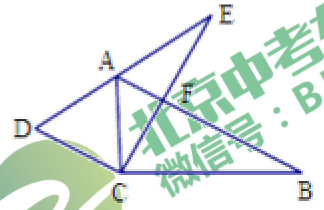
13．长方体底面周长为 50cm，高为 10cm．则长方体体积 $y(cm^3)$ 关于底面的一条

边长 x(cm)的函数解析式是.其中 x 的取值范围是.

14．将含有 30°角的直角三角板 OAB 如图放置在平面直角坐标系中，OB 在 x 轴上，若 OA=2，将三角板绕原点 O 顺时针旋转 75°，则点 A 的对应点 A′ 的坐标为______.



第 14 题



第 15 题

15．两个全等的三角尺重叠放在△ACB 的位置，将其中一个三角尺绕着点 C 按逆时针方向旋转至△DCE 的位置，使点 A 恰好落在边 DE 上，AB 与 CE 相交于点 F．已知∠ACB=∠DCE=90°，∠B=30°，AB=8cm，则 CF=______ cm

16．定义：直线 $y=ax+b(a\neq0)$ 称作抛物线 $y=ax^2+bx(a\neq0)$ 的关联直线.

根据定义回答以下问题：

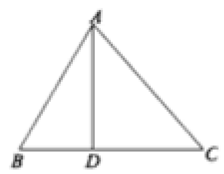
(1)已知抛物线 $y=ax^2+bx(a\neq0)$ 的关联直线为 $y=x+2$，则该抛物线的顶点坐标为_______；

(2)当 $a=1$ 时，请写出抛物线 $y=ax^2+bx$ 与其关联直线所共有的特征（写出一条即可）：________________________________.

三、解答题（本题共 72 分，第 23 题 6 分，第 26 题 4 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分，其余每小题 5 分）

17．计算：$2016^0+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-\sqrt{2}\sin45°+\tan60°$.

18．如图，在△ABC 中，AB=12，BC=15，AD⊥BC 于点 D，∠BAD=30°．求 $\tan C$ 的值.



19．如图，为测量一座山峰 CF 的高度，将此山的某侧山坡划分为 AB 和 BC 两段，每一段山坡近似是“直”的，测得坡长 AB=800 米，BC=200 米，坡角∠BAF=30°，∠CBE=45°．

（1）求 AB 段山坡的高度 EF；

（2）求山峰的高度 CF．（$\sqrt{2}\approx1.414$，CF 结果精确到米）

20．已知：二次函数 $y=x^2+bx-3$ 的图象经过点 $A(2,5)$．

（1）求二次函数的解析式；

（2）求二次函数的图象与 x 轴的交点坐标；

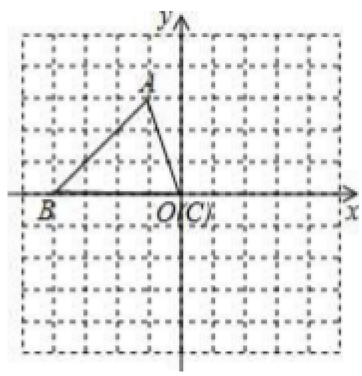
（3）将（1）中求得的函数解析式用配方法化成 $y=(x-h)^2+k$ 的形式．

21．如图，平面直角坐标系内，小正方形网格的边长为 1 个单位长度，△ABC 的三个顶点的坐标分别为 A（－1，3），B（－4，0），C（0，0）

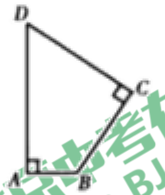
（1）画出将△ABC 向上平移 1 个单位长度，再向右平移 5 个单位长度后得到的△$A_1B_1C_1$；

（2）画出将△ABC 绕原点 O 顺时针方向旋转 90°得到△A_2B_2O；

（3）在 x 轴上存在一点 P，满足点 P 到 A_1 与点 A_2 距离之和最小，请直接写出 P 点的坐标．



22．已知：如图，四边形 ABCD 中，∠A=∠C=90°，∠D=60°，$AD=5\sqrt{3}$，AB=3，求 BC 的长．



23．某商店经营儿童益智玩具，已知成批购进时的单价是 20 元.调查发现：销售单价是 30 元时，月销售量是 230 件，而销售单价每上涨 1 元，月销售量就减少 10 件，但每件玩具售价不能高于 40 元．设每件玩具的销售单价上涨了 x 元时（x 为正整数），月销售利润为 y 元.

（1）求 y 与 x 的函数关系式并直接写出自变量 x 的取值范围；

（2）每件玩具的售价定为多少元时，月销售利润恰为 2520 元？

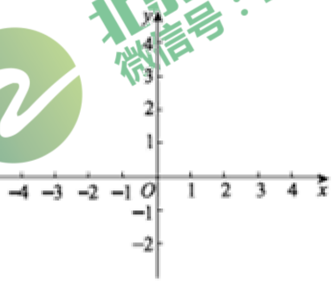
（3）每件玩具的售价定为多少元时可使月销售利润最大？最大的月利润是多少？

24．设二次函数 $y_1=x^2-4x+3$ 的图象为 C_1．二次函数 $y_2=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象与 C_1 关于 y 轴对称．

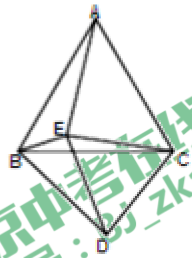
（1）求二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$ 的解析式；

（2）当 $-3<x\leqslant0$ 时，直接写出 y_2 的取值范围；

（3）设二次函数 $y_2=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 图象的顶点为点 A，与 y 轴的交点为点 B，一次函数 $y_3=kx+m$（k，m 为常数，$k\neq0$）的图象经过 A，B 两点，当 $y_2<y_3$ 时，直接写出 x 的取值范围．



25．如图，设△ABC和△CDE都是正三角形，且∠EBD=70°，求∠AEB的度数。



26.阅读材料，解答问题

例：用图象法解一元二次不等式：$x^2-2x-3>0$．

解：设$y=x^2-2x-3$，则y是x的二次函数．

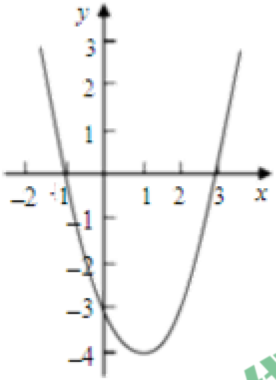
∵$a=1>0$，∴抛物线开口向上．

又∵当$y=0$时，$x^2-2x-3=0$，解得$x_1=-1$，$x_2=3$．

∴由此得抛物线$y=x^2-2x-3$的大致图象如图所示．

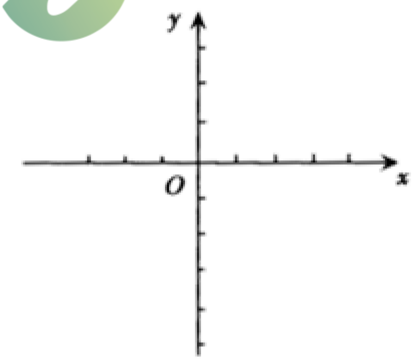
观察函数图象可知：当$x<-1$或$x>3$时，$y>0$．

∴$x^2-2x-3>0$的解集是：$x<-1$或$x>3$．



(1)观察图象，直接写出一元二次不等式：$x^2-2x-3<0$的解集是________；

(2)仿照上例，用图象法解一元二次不等式：$-x^2+4x-3<0$.



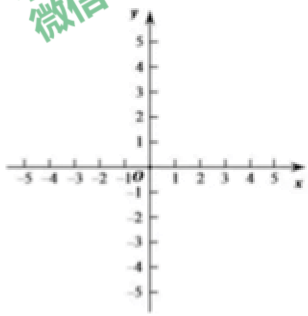
27．抛物线 $y=mx^2-2mx+m-1$（m>0）与 x 轴的交点为 A，B．

（1）求抛物线的顶点坐标；

（2）横、纵坐标都是整数的点叫做整点．

①当 m＝1 时，求线段 AB 上整点的个数；

②若抛物线在点 A，B 之间的部分与线段 AB 所围成的区域内（包括边界）恰有 6 个整点，结合函数的图象，求 m 的取值范围．



28．阅读下面材料：

小伟遇到这样一个问题：如图 1，在正三角形 ABC 内有一点 P，且 PA=3 ，PB=4，PC=5，求∠APB 的度数．

小伟是这样思考的：如图 2，利用旋转和全等的知识构造△AP’C，连接 PP’，得到两个特殊的三角形，从而将问题解决．

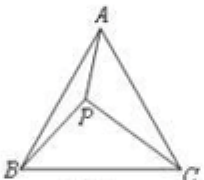


图 1

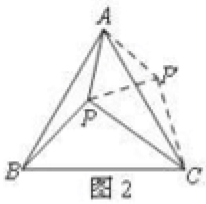


图 2

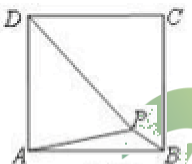


图 3

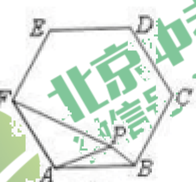


图 4

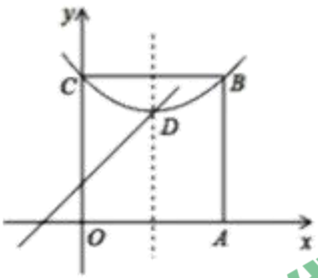
请你回答：图 1 中∠APB 的度数等于________．

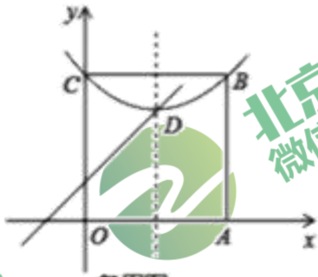
参考小伟同学思考问题的方法，解决下列问题：

（1）如图 3，在正方形 ABCD 内有一点 P，且 PA=$2\sqrt{2}$，PB=1，PD=$\sqrt{17}$，求∠APB 的度数和正方形的边长；

（2）如图 4，在正六边形 ABCDEF 内有一点 P，且 PA=2，PB=1，PF=$\sqrt{13}$，直接写出∠APB 的度数等于________，正六边形的边长为______．

29．阅读：我们约定，在平面直角坐标系中，经过某点且平行于坐标轴或平行于两坐标轴夹角平分线的直线，叫该点的“特征线”．例如，点M（1，3）的特征线有：x=1，y=3，y=x+2，y=－x+4．





备用图

问题与探究：如图，在平面直角坐标系中有正方形OABC，点B在第一象限，A、C分别在x轴和y轴上，抛物线$y=\frac{1}{4}(x-m)^2+n$经过B、C两点，顶点D在正方形内部．

（1）直接写出点D（m，n）所有的特征线；

（2）若点D有一条特征线是y=x+1，求此抛物线的解析式；

（3）点P是AB边上除点A外的任意一点，连接OP，将△OAP沿着OP折叠，点A落在点A′的位置，当点A′在平行于坐标轴的D点的特征线上时，满足（2）中条件的抛物线向下平移多少距离，其顶点落在OP上？

详细答案部分

1.考点：中心对称与中心对称图形
试题解析：根据中心对称图形定义判断即可.
答案：C

2.考点：解直角三角形

试题解析：根据勾股定理可求出 AB=$\sqrt{5}$，再根据正弦值的定义可求 sinA 的值为 $\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

答案：A

3.考点：二次函数图像的平移
试题解析：根据"上加下减，左加右减"的二次函数平移法则即可.

解：将抛物线 $y=4x^2$ 向右平移 1 个单位得 $y=4(x-1)^2$，再向上平移 3 个单位得 $y=4(x-1)^2+3$.

答案：B

4.考点：解直角三角形

试题解析：根据正弦值的定义可求 AD=ABsin60°=2$\sqrt{3}$，

倾斜角∠ACD 为 45°时 AC=$\frac{AD}{\sin 45^\circ}$ =2$\sqrt{6}$m

答案：B

5.考点：二次函数图像的平移

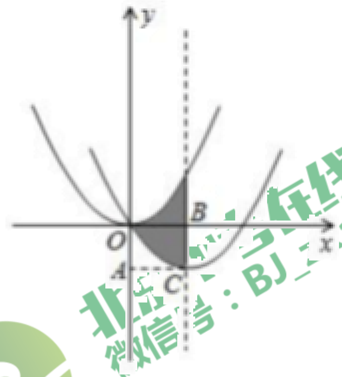
试题解析：根据抛物线解析式计算出 $y=\frac{1}{2}x^2-2x$ 的顶点坐标，过点 C 作 CA⊥y 轴于 A，根据抛物线的对称性可知阴影面积等于矩形 ACBO 面积，然后求解即可.

解：过点 C 作 CA⊥y，

$\because y=\frac{1}{2}x^2-2x=\frac{1}{2}(x-2)^2-2$

∴顶点 C 坐标为（2，-2），

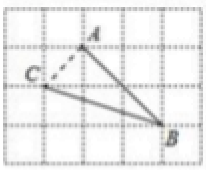
对称轴与两段抛物线围成的阴影部分面积为：2×2=4



答案：B

6.考点：直角三角形与勾股定理锐角三角函数
试题解析：连接 AC，根据网格特点和正方形性质得到∠BAC=90°，根据勾股定理求出 AC、AB，根据正切的定义计算即可.
解：连接 AC，
由网格特点和正方形性质得到∠BAC=90°，
根据勾股定理得：AC=$\sqrt{2}$ AB=2$\sqrt{2}$

则 tan∠ABC=$\frac{AC}{BC}=\frac{1}{2}$



答案：D

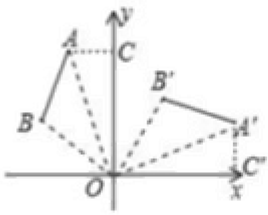
7.考点：图形的旋转
试题解析：由旋转的性质可知△ABO≌△A'B'O， AO=A'O，∠AOA'=90°，作 AC⊥y 轴于 C，A'C'⊥x 轴于 C'，可得△ACO≌△A'C'O 就可得出 AC=A'C'，CO=C'O，由 A 坐标可得结论.
解：∵线段 AB 绕点 O 顺时针旋转 90°得到线段 A'B'，
∴△ABO≌△A'B'O，∠AOA'=90°，
∴AO=A'O，
作 AC⊥y 轴于 C，A'C'⊥x 轴于 C'，
∴∠AOA'=∠AOC+∠COA'=90°，
∠COC'=∠COA'+∠A'OC'=90°
∴∠AOC=∠A'OC'，
∴△ACO≌△A'C'O（AAS）
∴AC=A'C',CO=C'O

∵A（－2，5）

∴AC=2，CO=5

∴A'C'=2，C'O=5

∴A'（5,2）



答案：B

8.考点：二次函数的图像及其性质

试题解析：根据抛物线顶点可知对称轴，根据抛物线的对称性可知：（1，a）、（3，b）关于对称轴 x=2 对称，故 a=b；由于抛物线与 x 轴相交于 P、Q 两点，故抛物线开口向上，对称轴的左侧抛物线为减函数，故点（1，a）、（－1，c）、（－3，d）在左侧抛物线上，因-3<-1<1，故 d>c>a，故 a、b、c、d 中最大值是 d.

答案：D

9.考点：二次函数图像与 a,b,c 的关系

试题解析：根据已知可得抛物线经过点（-1，-1）、（0,3）、（1,5）可求抛物线解析式为：$y=-x^2+2x+3$，故可判断（1）正确，（2）错误；由解析式可知 a=-1，b=3，c=3，代入方程 $ax^2+(b-1)x+c=0$，得 $-x^2+2x+3=0$，可判断 3 是方程的根，（3）正确；由抛物线 $y=-x^2+2x+3$ 开口向下，与 x 轴交点为-1 与 3，可知当－1<x<3 时，$ax^2+(b-1)x+c>0$，故（4）正确.

（1）（3）（4）正确，故选择 B.

答案：B

10.考点：二次函数的图像及其性质

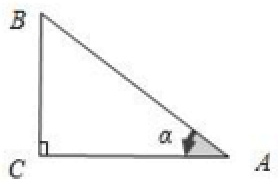
试题解析：根据抛物线的顶点式得到对称轴为直线 x=2，由于在 $-2<x<-1$ 这一段的图象位于 x 轴的下方，根据抛物线的对称性可知 $5<x<6$ 这一段的图象位于 x 轴的下方，而当 $6<x<7$ 时，它的图象位于 x 轴的上方，故抛物线过点（6,0），代入二次函数 $y=2x^2-8x+m$ 可求 m=-24.

答案：D

11.考点：锐角三角函数

试题解析：设 α 对边 BC=x，根据 $\tan\alpha=\dfrac{1}{2}$，可知 AC=2x，根据勾股定理可

求 AB=$\sqrt{x^2+(2x)^2}=\sqrt{5}x$ ，再根据正弦三角函数定义可求 $\sin\alpha=\frac{x}{\sqrt{5}x}=\frac{\sqrt{5}}{5}$



答案：$\frac{\sqrt{5}}{5}$

12.考点：二次函数的图像及其性质
试题解析：根据抛物线的对称性可知另一个交点为 2+[2-（-1）]=5，即另一交点为（5,0）.
答案：(5,0)

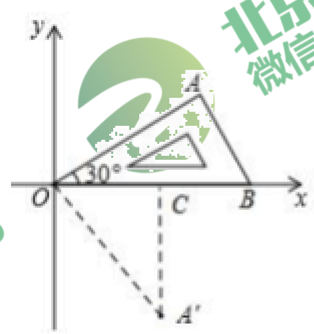
13.考点：二次函数表达式的确定
试题解析：∵长方体底面周长为 50cm，底面的一条边长 x(cm)
∴底面的另一条边长（25-x）cm，

根据题意得出：$y=-10x^2+250x,0<x<25$

答案：$y=-10x^2+250x,0<x<25$

14.考点：解直角三角形图形的旋转

试题解析：如图所示：过点 A'作 A'C⊥OB，



∵将三角板原点 O 顺时针旋转 75°，
∴∠AOA'=90°，OA=OA'
∴∠COA'=45°

∴OC=$2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$ ，CA'=$2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

∴A'坐标为（$\sqrt{2},-\sqrt{2}$）

答案：$\sqrt{2},-\sqrt{2}$

15.考点：图形的旋转
试题解析：利用旋转的性质可得出 DC=AC，∠D=∠CAB，再利用已知角度得出∠AFC=90°，再利用直角三角形的性质得出 FC 的长.
解：∵将其中一个三角尺绕着点 C 按逆时针方向旋转至△DCE 的位置，使点 A 恰好落在边 DE 上，
∴DC=AC，∠D=∠CAB，
∵∠ACB=∠DCE=90°，∠B=30°，
∴∠D=∠CAB=60°，
∴∠ ACF=30°，可得∠AFC=90°，
∵AB=8cm，
∴AC=4cm
∴FC=4cos30°=$2\sqrt{3}$（cm）

答案：$2\sqrt{3}$

16.考点：二次函数的图像及其性质
试题解析：∵抛物线 $y=ax^2+bx(a\neq0)$的关联直线为 $y=x+2$,

∴抛物线为：$y=x^2+2x$，

∵$y=x^2+2x=（x+1）^2-1$，

∴抛物线的顶点坐标为（-1，-1）

（2）①抛物线 $y=ax^2+bx$ 与其关联直线恒过点（1,1+b）；

②抛物线 $y=ax^2+bx$ 与其关联直线恒过点（-b,0）；

③抛物线 $y=ax^2+bx$ 与其关联直线恒有一个交点在 x 轴上；

④当 $x\geq-\frac{b}{2}$ 时，抛物线 $y=ax^2+bx$ 与其关联直线均是从左到右呈上升趋势；
答案：（—1，—1）；如：过点（1,1+b）（不唯一）

17.考点：二次函数图像的平移
试题解析：（1）求出抛物线 C_1的顶点坐标，再根据关于 y 轴对称的点的横坐标互为相反数，纵坐标相同求出抛物线 C_2的顶点坐标，然后利用顶点式形式写出即可；
（2）作出函数图像，然后根据图形写出 y_2的取值范围；

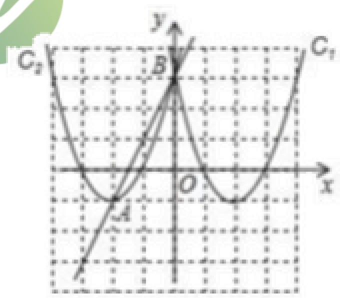
（3）根据函数图像写出抛物线 C2 在直线 AB 的下方部分的 x 的取值范围即可；

解：（1）二次函数 $y_1=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$ 图象的顶点 $(2,-1)$，

关于 y 轴的对称点坐标为 $(-2,-1)$，

∴ 所求的二次函数的解析式为 $y_2=(x+2)^2-1$，

即 $y_2=x^2+4x+3$。



（2）如图，$-3<x\le 0$ 时，y_2 的取值范围为：$-1\le y_2\le 3$。

（3）$y_2<y_1$ 时，$-2<x<0$。
答案：见解析

18.考点：实数运算

试题解析：原式 $=1+2-\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{3}\quad=1+2-1+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$

.

答案：$2+\sqrt{3}$

19.考点：解直角三角形
试题解析：∵ $AD\perp BC$ 于点 D，
∴ $\angle ADB=\angle ADC=90°$，
∵在 Rt△ABD 中，$AB=12$，$\angle BAD=30°$，

∴ $BD=\dfrac{1}{2}AB=6$，

$AD=AB\cdot\cos\angle BAD=12\cdot\cos30°=6\sqrt{3}$。

∵ $BC=15$，
∴ $CD=BC-BD=15-6=9$。
∴在 Rt△ADC 中，

$\tan C=\frac{AD}{CD}=\frac{6\sqrt{3}}{9}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

答案：$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

20.考点：解直角三角形的实际应用

试题解析：（1）作 BH⊥AF 于 H，如图，在 Rt△ABF 中根据正弦定义可算出 BH 的长从而得到 EF 的长；

（2）先在 Rt△CBE 中利用∠CBE 的正弦计算出 CE，然后计算 CE 和 EF 的和即可.

解：（1）作 BH⊥AF 于 H，如图，

在 Rt△ABF 中，∵ $\sin\angle BAH=\frac{BH}{AB}$，

∴BH=800•sin30°=400，

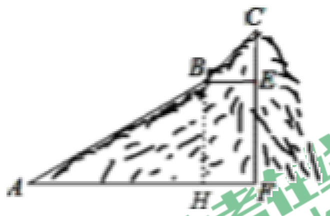
∴EF=BH=400m；

（2）在 Rt△CBE 中，∵ $\sin\angle CBE=\frac{CE}{BC}$，

∴CE=200•sin45°=100$\sqrt{2}$≈141.4，

∴CF=CE+EF=141.4+400≈541（m）.

答：AB 段山坡高度为 400 米，山 CF 的高度约为 541 米.



答案：541 米

21.考点：二次函数的概念及表示方法二次函数表达式的确定

试题解析：（1）∵ 二次函数 $y=x^2+bx-3$ 的图象经过点 $A(2，5)$，

∴ $4+2b-3=5$.

∴ $b=2$.

∴ 二次函数的解析式为 $y=x^2+2x-3$.

（2） 令 $y=0$，则有 $x^2+2x-3=0$.

解得 $x_1=-3$，$x_2=1$.

∴ 二次函数的图象与 x 轴的交点坐标为 $(-3,0)$ 和 $(1,0)$.

（3） $y=x^2+2x-3=(x^2+2x+1)-4=(x+1)^2-4$

.

答案：(1) $y=x^2+2x-3$ (2) $(-3,0)$和$(1,0)$ (3) $y=(x+1)^2-4$

22.考点：图形的旋转图形的平移

试题解析：（1）分别将点 A、B、C 向上平移 1 个单位，再向右平移 5 个单位，然后顺次连接；

（2）根据网格结构找出点 A、B、C 以点 O 为旋转中心顺时针旋转 90°后的对应点，然后顺次连接即可；

（3）利用最短路径问题解决，首先作 A_1 点关于 x 轴的对称点 A_3，再连接 A_2A_3 与 x 轴的交点即为所求.

解：（1）如图所示，$\triangle A_1B_1C_1$ 为所求做的三角形；

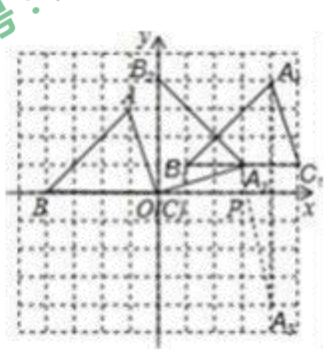
（2）如图所示，$\triangle A_2B_2O$ 为所求做的三角形；

（3）∵A_2 坐标为（3，1），A_3 坐标为（4，−4），

∴A_2A_3 所在直线的解析式为：$y=-5x+16$，

令 y=0，则 $x=\frac{16}{5}$，

∴P 点的坐标（$\frac{16}{5}$，0）.



答案：见解析

23.考点：直角三角形与勾股定理

试题解析：延长 AD 与 BC，两延长线交于点 E，由∠B=∠D=90°，∠A=60°，可得到∠E=30°，在直角三角形 CDE 中，利用 30°所对的直角边等于斜边的一半，根据 CD 的长求出 DE 的长，同理在直角三角形 ABE 中，由 AB 的长求出 AE 的长，用 AE-DE 求出 AD 的长，用 BE-CE 求出 BC 的长即可.

解：延长 AD 与 BC，两延长线交于点 E，

∵∠B =90°，∠A=60°，

∴∠E=30°，

在 Rt△CDE 中，CD=1，

∴CE=2CD=2，

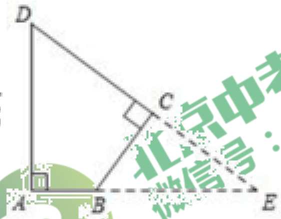
根据勾股定理得：DE=$\sqrt{CE^2-CD^2}=\sqrt{3}$

在 Rt△ABE 中，AB=$\sqrt{3}$，

$\therefore AE=2AB=2\sqrt{3}$，

根据勾股定理得：$BE=\sqrt{AE^2-AB^2}=3$

则 $BC=BE-CE=3-2=1$，$AD=AE-DE=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$



答案：$BC=1$，$AD=\sqrt{3}$

24.考点：二次函数与一元二次方程
试题解析：(1)根据利润=数量×每件的利润就可以求出关系式；
(2)当 y=2520 时代入（1）的解析式就可以求出结论；
(3)根据）（1）的解析式，将其转化为顶点式，根据二次函数的顶点式的性质就可以求出结论.

解：（1）依题意得 $y=(30+x-20)(230-10x)=-10x^2+130x+2300$

∵每件玩具售价不能高于 40 元
∴自变量 x 的取值范围是 $0<x\le10$ 且 x 为正整数；

（2）当 y=2520 时，得 $-10x^2+130x+2300=2520$

解得 $x_1=2$，$x_2=11$
因为 $0<x\le10$，所以 $x_2=11$ 不合题意，舍去；
当 x=2 时，30+x=32（元）
所以，每件玩具的售价定为 32 元时，月销售利润恰为 2520 元；

（3）$y=-10x^2+130x+2300=-10(x-6.5)^2+2722.5$

∵a=-10＜0
∴当 x=6.5 时，y 有最大值为 2722.5
∵$0<x\le10$　（$1\le x\le10$ 也正确）且 x 为正整数
∴当 x=6 时，30+x=36，y=2720（元）
当 x=7 时，30+x=37，y=2720（元）
所以，每件玩具的售价定为 36 元或 37 元时，每个月可获得最大利润.最大的月利润是 2720 元
答案：见解析

25.考点：等边三角形全等三角形的判定
试题解析：由题中条件可得△ACE≌△BCD，得出∠DBC=∠CAE，进而通过角之间的转化可得出结论.

解：∵△ABC 和△CDE 都是正三角形，

∴AC=BC，CE=CD，∠ACB=∠ECD=60°，

又∵∠ACB=∠ACE+∠BCE，∠ECD=∠BCE+∠BCD，

∴∠BCD=∠ACE，

∴△ACE≌△BCD，

∴∠DBC=∠CAE，

∴70°-∠EBC=60°-∠BAE，

又∵∠EBC=60°-∠ABE

∴70°-（60°-∠ABE）=60°-∠BAE，

∴∠ABE+∠BAE=50°

∴∠AEB=180°-（∠ABE+∠BAE）=130°

答案：130°

26.考点：二次函数的图像及其性质

试题解析：（1）观察图像可得一元二次不等式：$x^2-2x-3<0$的解集是 1<x<3

（2）$y=-x^2+4x-3$，则y是x的二次函数.

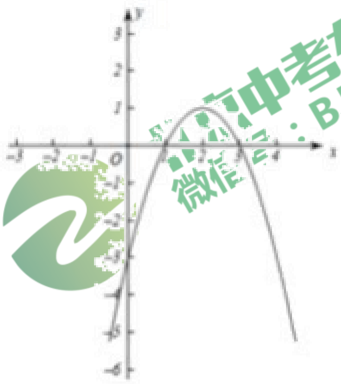
∵a=-1<0，

∴抛物线开口向下

又∵当 y=0 时，$-x^2+4x-3=0$，

解得 $x_1=1$，$x_2=3$

∴由此的抛物线$y=-x^2+4x-3$的大致图像为：



∴当 y<0 时，即$x^2-2x-3<0$，解集为 x<1 或 x>3.

答案：（1）-1<x<3　（2）x<1 或 x>3

27.考点：二次函数的图像及其性质

试题解析：（1）利用配方法即可解决问题；

（2）①$m=1$ 代入抛物线解析式，求出 A、B 两点坐标即可解决问题

②根据题意判断出点 A 的位置，利用待定系数法确定 m 的范围.

解：（1）将抛物线表达式变为顶点式 $y=m(x-1)^2-1$，

则抛物线顶点坐标为（1，-1）；

（2）①m=1 时，抛物线表达式为 $y=x^2-2x$，因此 A、B 的坐标分别为（0，0）和（2，0），

则线段 AB 上的整点有（0，0），（1，0），（2，0）共 3 个；

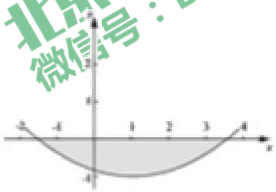
②抛物线顶点为（1，-1），则由线段 AB 之间的部分及线段 AB 所围成的区域的整点的纵坐标只能为-1 或者 0，所以即要求 AB 线段上（含 AB 两点）必须有 5 个整点；

又有抛物线表达式，令 y=0，则 $mx^2-2mx+m-1=0$，

得到 A、B 两点坐标分别为（$1-\frac{1}{\sqrt{m}}$，0），（$1+\frac{1}{\sqrt{m}}$，0），

即 5 个整点是以（1，0）为中心向两侧分散，进而得到 $2\le\frac{1}{\sqrt{m}}<3$，

$\therefore \frac{1}{9}<m\le\frac{1}{4}$．



答案：见解析

28.考点：四边形综合题

试题解析：阅读材料：把△APB 绕点 A 逆时针旋转 60°得到△ACP′，根据旋转的性质可得 P′A=PA，P′C=PB，∠PAP′=60°，然后求出△APP′是等边三角形，根据等边三角形的性质求出 PP′=PA=3，∠AP′P=60°，再利用勾股定理逆定理求出∠PP′C=90°，然后求出∠AP′C，即为∠APB 的度数；

（1）把△APB 绕点 A 逆时针旋转 90°得到△ADP′，根据旋转的性质可得 P′A=PA，P′D=PB，∠PAP′=90°，然后判断出△APP′是等腰直角三角形，根据等腰直角三角形的性质求出 PP′，∠AP′P=45°，再利用勾股定理逆定理求出∠PP′D=90°，然后求出∠AP′D，即为∠APB 的度数；再求出点 P′、P、B 三点共线，过点 A 作 AE⊥PP′于 E，根据等腰直角三角形的性质求出 AE=PE=$\frac{1}{2}$PP′，然后求出 BE，在 Rt△ABE 中，利用勾股定理列式求出 AB 即可；

（2）把△APB 绕点 A 逆时针旋转 120°得到△AFP′，根据旋转的性质可得 P′A=PA，P′F=PB，∠PAP′=120°，然后求出△APP′是底角为 30°的等腰三角形，过点 A 作 AM⊥PP′于 M，设 PP′与 AF 相交于 N，求出 AM=1，再求出 PP′，∠AP′P=30°，再利用勾股定理逆定理求出∠PP′F=90°，然后求出∠AP′F，即为∠APB 的度数；根据 P′F、AM 的长度得到 P′F=AM，利用“角角边”证明△AMN 和△FP′N 全等，根据全等三角形对应边相等可得 AN=FN，P′N=MN，然后求出 MN，在 Rt△AMN 中，利用勾股定理列式求出 AN，然后求出 AF 即可．

解：阅读材料：把△APB 绕点 A 逆时针旋转 60°得到△ACP′，

由旋转的性质，$P'A=PA=3$，$P'D=PB=4$，$\angle PAP'=60°$，

∴$\triangle APP'$是等边三角形，

∴$PP'=PA=3$，$\angle AP'P=60°$，

∵$PP'^2+P'C^2=3^2+4^2=25$，$PC^2=5^2=25$，

∴$PP'^2+P'C^2=PC^2$，

∴$\angle PP'C=90°$，

∴$\angle AP'C=\angle AP'P+\angle PP'C=60°+90°=150°$；

故$\angle APB=\angle AP'C=150°$；

（1）如图3，把$\triangle APB$绕点A逆时针旋转90°得到$\triangle ADP'$，

由旋转的性质，$P'A=PA=2\sqrt{2}$，$P'D=PB=1$，$\angle PAP'=90°$，

∴$\triangle APP'$是等腰直角三角形，

∴$PP'=\sqrt{2}PA=\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=4$，$\angle AP'P=45°$，

∵$PP'^2+P'D^2=4^2+1^2=17=PD^2$，∴$\angle PP'D=90°$，

∴$\angle AP'D=\angle AP'P+\angle PP'D=45°+90°=135°$，

故，$\angle APB=\angle AP'D=135°$，

∵$\angle APB+\angle APP'=135°+45°=180°$，

∴点P′、P、B三点共线，

过点A作$AE\perp PP'$于E，

则$AE=PE=\frac{1}{2}PP'=\frac{1}{2}\times4=2$，

∴$BE=PE+PB=2+1=3$，

在$Rt\triangle ABE$中，$AB=\sqrt{AE^2+BE^2}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$；

（2）如图4，∵正六边形的内角为$\frac{1}{6}\times(6-2)\cdot180°=120°$，

∴把$\triangle APB$绕点A逆时针旋转120°得到$\triangle AFP'$，

由旋转的性质，$P'A=PA=2$，$P'F=PB=1$，$\angle PAP'=120°$，

∴$\angle APP'=\angle AP'P=\frac{1}{2}(180°-120°)=30°$，

过点A作$AM\perp PP'$于M，设PP′与AF相交于N，

则$AM=\begin{cases}\angle PP'F=\angle AMN=90°\\ \angle P'NF=\angle ANM\\ P'F=AM\end{cases}$ $PA=\begin{cases}\angle PP'F=\angle AMN=90°\\ \angle P'NF=\angle ANM\\ P'F=AM\end{cases}\times2=1$，

$P'M=PM=\begin{cases}\angle PP'F=\angle AMN=90°\\ \angle P'NF=\angle ANM\\ P'F=AM\end{cases}=\begin{cases}\angle PP'F=\angle AMN=90°\\ \angle P'NF=\angle ANM\\ P'F=AM\end{cases}=\begin{cases}\angle PP'F=\angle AMN=90°\\ \angle P'NF=\angle ANM\\ P'F=AM\end{cases}$，

∴PP'=2PM=2$\begin{cases}\angle PP'F=\angle AMN=90^\circ\\ \angle P'NF=\angle ANM\\ P'F=AM\end{cases}$，

∵$PP'^2+P'F^2=(2\begin{cases}\angle PP'F=\angle AMN=90^\circ\\ \angle P'NF=\angle ANM\\ P'F=AM\end{cases})^2+1^2=13$，$PF^2=\begin{cases}\angle PP'F=\angle AMN=90^\circ\\ \angle P'NF=\angle ANM\\ P'F=AM\end{cases}^2=13$，

∴$PP'^2+P'F^2=PF^2$，

∴∠PP'F=90°，

∴∠AP'F=∠AP'P+∠PP'F=30°+90°=120°，

故，∠APB=∠AP'F=120°，

∵P'F=AM=1，

∵△AMN 和△FP'N 中，$\begin{cases}\angle PP'F=\angle AMN=90^\circ\\ \angle P'NF=\angle ANM\\ P'F=AM\end{cases}$

，

∴△AMN≌△FP'N（AAS），

∴AN=FN，P'N=MN=$\frac{1}{2}$P'M=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

在 Rt△AMN 中，AN=$\sqrt{AM^2+MN^2}=\sqrt{1^2+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2}=\frac{\sqrt{7}}{2}$，

∴AF=2AN=2×$\frac{\sqrt{7}}{2}=\sqrt{7}$.

故答案为:150°;(1)135°,$\sqrt{1}$;(2)120°,$\sqrt{7}$.

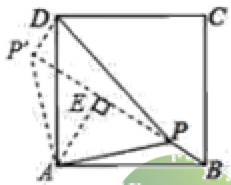


图3

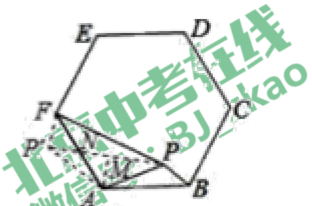


图4

答案：150°；（1）135°，$\sqrt{13}$；（2）120°，$\sqrt{7}$.

29.考点：二次函数与几何综合

试题解析：（1）根据特征线直接求出点 D 的特征线；

（2）由点 D 的一条特征线和正方形的性质求出点 D 的坐标，从而求出抛物线解析式；

（3）分平行于 x 轴和 y 轴两种情况，由折叠的性质计算即可.

解：（1）∵点 D（m，n），

∴点 D（m，n）的特征线是 x=m，y=n，y=x+n－m，y=－x+m+n；

（2）点 D 有一条特征线是 y=x+1，

∴n－m=1，

∴n=m+1

∵抛物线解析式为 $y=\frac{1}{4}(x-m)^2+n$，

∴$y=\frac{1}{4}(x-m)^2+m+1$，

∵四边形OABC是正方形，且D点为正方形的对称轴，D（m，n），

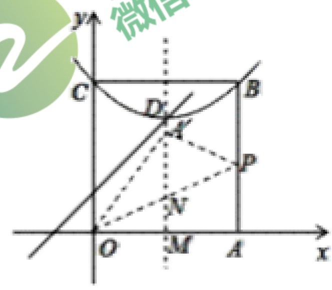
∴B（2m，2m），

∴$\frac{1}{4}(2m-m)^2+n=2m$，将$n=m+1$带入得到$m=2$，$n=3$；

∴D（2，3），

∴抛物线解析式为$y=\frac{1}{4}(x-2)^2+3$

（3）如图，当点A′在平行于y轴的D点的特征线时，



根据题意可得，D（2，3），

∴OA′=OA=4，OM=2，

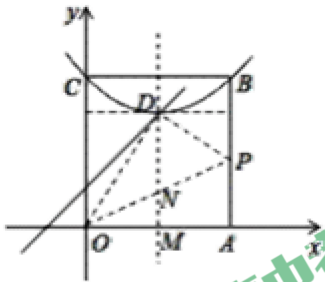
∴∠A′OM=60°，

∴∠A′OP=∠AOP=30°，

∴$MN=\frac{OM}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

∴抛物线需要向下平移的距离$=3-\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{9-2\sqrt{3}}{3}$.

如图，当点A′在平行于x轴的D点的特征线时，延长OP交y=3于Q，



易求得Q（$4-\sqrt{7}$，3），

则直线OP解析式为$y=\frac{3}{4+\sqrt{7}}x$

$\therefore N\left(2，\frac{8-2\sqrt{7}}{3}\right)$

∴抛物线需要向下平移的距离$=3-\frac{8-2\sqrt{7}}{3}=\frac{1+2\sqrt{7}}{3}$

即：抛物线向下平移$\frac{9-2\sqrt{3}}{3}$或$\frac{1+2\sqrt{7}}{3}$距离，其顶点落在OP上.

答案：见解析