大峪中学 2023—2024 第一学期高二年级

数学学科期中考试试卷

（满分：150 分 时间：120 分钟 命题人:高二数学集备组）

一、选择题（本大题共 10 小题，每题 4 分，共 40 分）

(1) 已知直线 $l:\sqrt{3}x-y-4=0$，则直线 l 的倾斜角为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

(2) 已知空间向量 $\vec{a}=(0,2,0)$，$\vec{b}=(1,0,-1)$，则 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}=$（　　）

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

(3) 圆 $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ 与圆 $(x-4)^2+(y-2)^2=16$ 的位置关系为(　　)

A. 相离　　B. 外切　　C. 相交　　D. 内切

(4) 若 $x^2+y^2-4x-2y+m=0$ 表示圆的方程，则 m 的取值范围是(　　)

A. $(-\infty,5)$　　B. $(-\infty,5]$　　C. $(5,+\infty)$　　D. $[5,+\infty)$

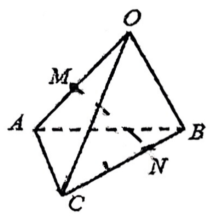
(5) 已知直线 $x+ay-1=0$ 和直线 $ax+4y+2=0$ 互相平行，则 a 的取值是(　　)

A. -2　　B. 2　　C. ± 2　　D. 0

(6) 如图，空间四边形 $OABC$ 中，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，点 M 是 OA 的中点，点 N 在 BC 上，且 $\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{NB}$，设 $\overrightarrow{MN}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$，则 x，y，z 的值为(　　)

A. $-\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{2}{3}$

C $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{2}{3}$　　D. $\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{1}{3}$



(7) 点 $(-1，2)$ 关于直线 $x+y+4=0$ 的对称点的坐标为（　　）

A. $(-6,-3)$　　B. $(-3,-6)$　　C. $(-7,-2)$　　D. $(-2,-7)$

(8) 若 P，Q 分别为 $3x+4y-6=0$ 与 $6x+8y+3=0$ 上任一点，则 $|PQ|$ 的最小值为（　　）

A. $\frac{9}{10}$　　B. $\frac{9}{5}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{6}{5}$

(9) 直线$x+\sqrt{3}y-m=0$与曲线$y=\sqrt{1-x^2}$有两个不同的交点，则实数 m 的取值范围是（　　）

A（−2，−1）　　　B（−2，−1]　　　C （1，2）　　　D [1，2）

(10) 设P为函数$y=\sqrt{3}|x|$图像上的动点，Q是圆$C:(x-a)^2+(y-b)^2=1$（其中$ab=0$）上的动点，若$|PQ|$最小值为 1，则以所有满足条件的点C为顶点的多边形的面积为（　　）

A. $2\sqrt{3}$　　　B. $4\sqrt{3}$　　　C. $6\sqrt{3}$　　　D. $8\sqrt{3}$

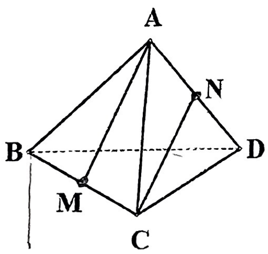
二、填空题（本大题共 **5** 小题，每题 **5** 分，共 **25** 分）

(11) 已知$\vec{a}=(2,-1,3)$，$\vec{b}=(-3,y,4)$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$y=$_____

(12) 已知圆$x^2+y^2=4$与圆$(x+4)^2+(y-3)^2=r^2$外切，则$r=$__________

(13) 无论 a 取何值，直线 $ax+y-a-2=0$ 恒经过一个定点 P， P 的坐标为_______ 经过点P且在两坐标轴上的截距相等的直线的方程为_______.

(14)如图，在棱长为 1 的正四面体（四个面都是正三角形）$ABCD$中，M,N分别为BC,AD的中点，则直线AM和CN夹角的余弦值为_________.



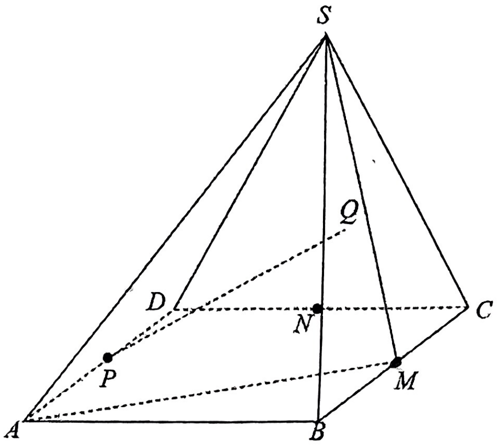
(15) 如图，四棱锥$S-ABCD$中，底面是边长为 2 的正方形，$\triangle SCD$是等边三角形，平面$SCD\perp$平面$ABCD,M,N,P$分别为棱BC,CD,DA的中点，Q为$\triangle SCD$及其内部的动点，满足$PQ//$平面AMS，给出下列四个结论：

①直线SA与平面$ABCD$所成角为$45°$；

②二面角$S-AB-N$的余弦值为$\frac{2\sqrt{7}}{7}$；

③点Q到平面AMS的距离为定值；

④线段NQ长度的取值范围是$\left[\frac{1}{3},1\right]$



其中所有正确结论的序号是_____________

三、解答题（共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

16.（本小题满分 14 分）

在平面直角坐标系中，已知 ΔABC 三个顶点的坐标分别为 $A(-2,\ 1),\ B(2,\ 1),\ C(4,\ -3)$

（Ⅰ）设 AC 的中点为 D，求 AC 边上的中线 BD 所在的直线方程；

（Ⅱ）求 BC 边上的高所在的直线方程；

(Ⅲ) 求 ΔABC 的面积.

17.（本小题满分 14 分）

已知圆 C 过点 $(1,1)$，圆心为 $(2,0)$.

（Ⅰ）求圆 C 的方程；

（Ⅱ）判断直线 $y=x-4$ 与圆 C 的位置关系，并说明理由；

(Ⅲ) 已知过点 $P(1,3)$ 的直线 l 交圆 C 于 A,B 两点，且 $|AB|=2$，求直线 l 的方程.

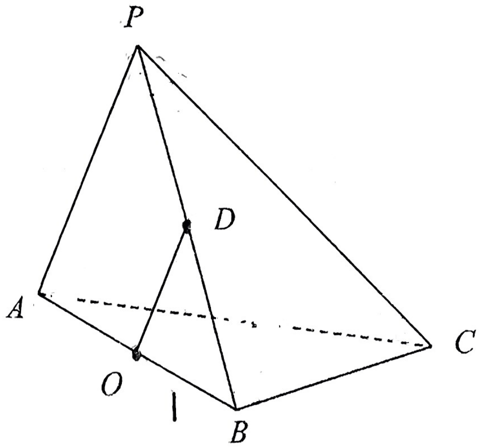
18.（本小题满分 13 分）

在三棱锥$P-ABC$中，ΔPAC和ΔPBC是边长为$\sqrt{2}$的等边三角形，$AB=2$，O,D分别是AB,PB的中点.

（Ⅰ）求证：OD // 平面PAC；

（Ⅱ）求证：平面$PAB\perp$平面ABC；

（Ⅲ）求三棱锥$P-ABC$的体积.



19.（本小题满分 14 分）

已知圆E经过点$A(0,0)$，$B(1,1)$，从下列 3 个条件选取一个：

①过点$C(2,0)$；

②圆E恒被直线$mx-y-m=0(m\in \mathbf{R})$平分；

③与y轴相切.

（Ⅰ）求圆E的方程；

（Ⅱ）过点$P(2，3)$的直线l与圆E相切，求直线l方程.

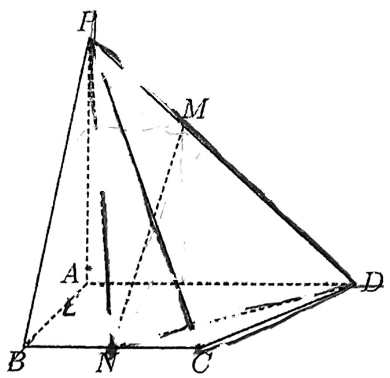
20. （本小题满分 15 分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$AB\perp AD$，$AD // BC$，$AD=3$，$AB=BC=2$，$PA\perp$平面$ABCD$，且$PA=3$，点M在棱PD上，点N为BC中点.

（Ⅰ）证明：若$DM=2MP$，则直线$MN //$平面PAB；

（Ⅱ）求二面角$C-PD-N$的余弦值；

（Ⅲ）是否存在点M，使NM与平面PCD所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{2}}{6}$？若存在，试求出$\frac{PM}{PD}$值；若不存在，请说明理由.



21.（本小题满分 15 分）

对于平面直角坐标系中的两点$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，现定义由点A到点B的“折线距离”$\rho(A,B)$为$\rho(A,B)=|x_2-x_1|+|y_2-y_1|$.

(1)已知$A(1,0),B(2,3)$，求$\rho(A,B)$；

(2)已知点$A(1,0)$，点B是直线$l:x-\sqrt{2}y+2=0$上的一个动点，求$\rho(A,B)$的最小值；

(3)对平面上给定的两个不同的点$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，是否存在点$C(x,y)$，同时满足① $\rho(A,C)+\rho(C,B)=\rho(A,B)$；② $\rho(A,C)=\rho(C,B)$.若存在，请求出所有符合条件的点；若不存在，请予以证明.