

丰台区 2023-2024 学年度第一学期期中练习

高一数学 (B 卷) 考试时间: 120 分钟



第 I 卷 (选择题 共 40 分)

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分。在每小题列出的四个选项中, 选出最符合题目要求的一项。)

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 3\}$, 则

- A. $0 \notin A$ B. $2 \in A$ C. $3 \in A$ D. $\emptyset \in A$

2. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, 2x > 5$, 则命题 p 的否定为

- A. $\forall x \notin \mathbf{R}, 2x > 5$ B. $\forall x \in \mathbf{R}, 2x \leq 5$ C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, 2x_0 \leq 5$ D. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, 2x_0 > 5$

3. 已知 $a > b$, 则下列不等式成立的是

- A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $ab > b^2$ C. $a^2 > b^2$ D. $2^a > 2^b$

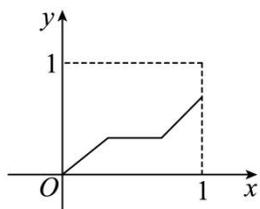
4. 下列函数中, 与函数 $f(x) = x$ 有相同图象的是

- A. $g(x) = \sqrt{x^2}$ B. $h(x) = (\sqrt{x})^2$ C. $m(x) = \sqrt[3]{x^3}$ D. $p(x) = \frac{x^2}{x}$

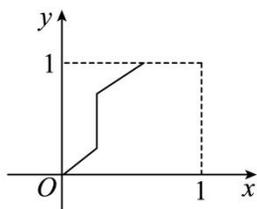
5. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x > 3$ ”是“ $|x-1| > 2$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 充要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

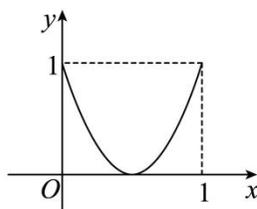
6. 下列图象中, 表示定义域和值域均为 $[0, 1]$ 的函数是



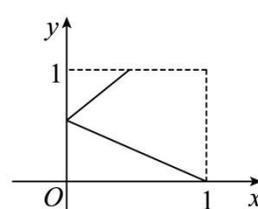
A.



B.



C.



D.

7. 下列函数中, 既是偶函数又在 $(0, +\infty)$ 上是增函数的是

- A. $f(x) = \frac{1}{x^2}$ B. $f(x) = 3^x$ C. $f(x) = x^3$ D. $f(x) = x^2$

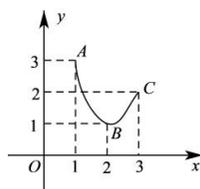
8. 已知 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2$, 则 $f(-\frac{1}{2})$

- A. $-\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $-\frac{9}{4}$ D. $\frac{9}{4}$

9. 已知函数 $y = f(x)$ 的对应关系如下表所示, 函数 $y = g(x)$ 的图象是如图所示的曲线

ABC , 则 $f(g(2))$ 的值为

x	1	2	3
$f(x)$	2	3	0



$y = g(x)$

- A. 3 B. 0 C. 1 D. 2

10. 定义集合 M, N 的新运算如下: $M \odot N = \{x | x \in M \text{ 或 } x \in N, \text{ 且 } x \notin M \cap N\}$, 若集合

$M = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}, N = \{0, 3, 6, 9, 12, 15\}$, 则 $(M \odot N) \odot M$ 等于

- A. M B. N C. $\{2, 3, 4, 8, 9, 10, 15\}$ D. $\{0, 6, 12\}$

第II卷 (非选择题 共 110 分)

二、填空题. (本题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.)

11. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ 的定义域为 _____.

12. 计算 $4 \times 2^{-1} - (-4)^0 + 27^{\frac{1}{3}} =$ _____.

13. 设 $x > 0$, 则函数 $y = 2 + \frac{4}{x} + x$ 的最小值为 _____; 此时 x 的值是 _____.



14. 比较两个值的大小: $1.2^{0.5}$ _____ $0.5^{1.2}$ (请用“>”, “=” “<”填空)

15. 关于函数 $f(x) = \frac{|x|+2}{x^2-4}$ 的下列四个结论:

- ① $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称; ② $f(x)$ 在 $(2, +\infty)$ 上单调递减;
- ③ $f(x)$ 的值域为 \mathbf{R} ; ④ 当 $x \in (-2, 2)$ 时, $f(x)$ 有最大值;

其中所有正确结论的序号是 _____.

三、解答题.(本题共 6 小题, 共 85 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.)

16. (本小题共 13 分)

已知全集 $U = \{x \in \mathbf{N} | x \leq 5\}$, 其子集 $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, 求:

- (I) $A \cap B$;
- (II) $(C_U A) \cup (C_U B)$



17. (本小题共 14 分)

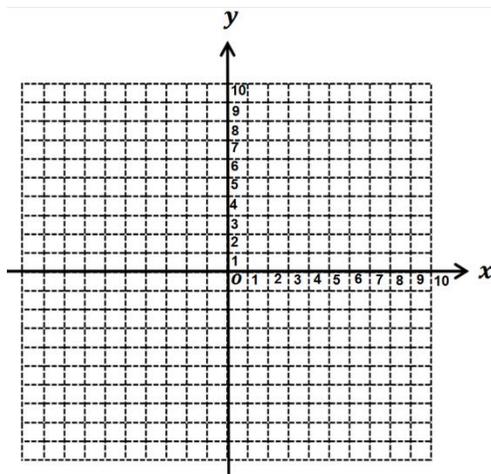
已知二次函数 $f(x) = x^2 - ax - b$.

- (I) 当 $a = 1$ 且 $b = 6$ 时, 解关于 x 的不等式 $f(x) < 0$;
- (II) 若 $f(x) < 0$ 的解集是 $\{x | -1 < x < 2\}$, 解关于 x 的不等式 $x^2 - 3bx + 5a \geq 0$

18. (本小题共 14 分)

已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x+1, & x \leq 0 \\ 2^x, & x > 0 \end{cases}$.

- (I) 求 $f(f(-2))$ 的值;
- (II) 画出函数 $y = f(x)$ 的图象, 根据图象写出函数 $y = f(x)$ 的单调区间;
- (III) 若 $f(x) \leq 2$, 求 x 的取值范围.



19. (本小题共 14 分)

已知函数 $f(x) = x + \frac{4}{x}$.

(I) 判断并证明函数 $y = f(x)$ 的奇偶性;

(II) 判断函数 $y = f(x)$ 在区间 $(2, +\infty)$ 上的单调性, 并利用函数单调性的定义证明你的结论.

20. (本小题共 15 分)

已知二次函数 $f(x)$ 的最小值为 1, 且 $f(0) = f(2) = 3$.

(I) 求 $f(x)$ 的解析式;

(II) 若 $f(x)$ 在区间 $[2a, 2a+1]$ 上不单调, 求实数 a 的取值范围;

(III) 当 $x \in [-\frac{1}{2}, 2]$ 时, $f(x) > 4mx + 1$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.



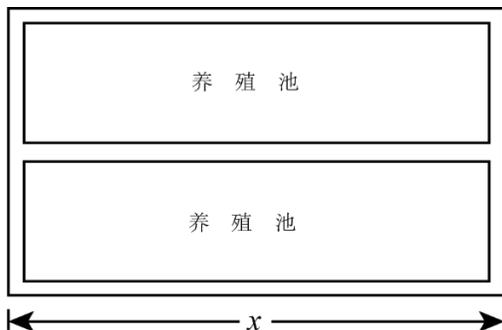
21. (本小题共 15 分)

计划建造一个室内面积为 1500 平方米的矩形温室大棚, 并在温室大棚内建两个大小、形状完全相同的矩形养殖池, 其中沿温室大棚前、后、左、右内墙各保留 1.5 米宽的通道, 两个养殖池之间保留 2 米宽的通道. 设温室的一边长度为 x 米, 两个养殖池的总面积为 y 平方米, 如图所示:

(I) 将 y 表示为 x 的函数, 并写出定义域;

(II) 当 x 取何值时, y 取最大值? 最大值是多少?

(III) 若养殖池的面积不小于 1015 平方米, 求温室一边长度 x 的取值范围.



(考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上作答无效)



丰台区 2023-2024 学年度第一学期期中练习

高一数学 B 卷 参考答案

2023. 11

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	D	C	A	C	D	A	D	B

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. $(2, + \infty)$ 或 $\{x|x > 2\}$

12. 4

13. 6, 2

14. $>$

15. ①, ②, ④

三、解答题共 6 小题，共 85 分. 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16. (本小题 13 分)

(I) $\because A = \{1,3\}, B = \{2,3,5\}$

$\therefore A \cap B = \{3\}$4 分

(II) $\because U = \{0,1,2,3,4,5\}, A = \{1,3\}$,

$\therefore C_U A = \{0,2,4,5\}$,7 分

$C_U B = \{0,1,4\}$,10 分

$\therefore (C_U A) \cup (C_U B) = \{0,1,2,4,5\}$13 分

17. (本小题共 14 分)

(I) 二次函数为 $f(x) = x^2 - x - 6$,

不等式 $f(x) < 0$, 即为 $x^2 - x - 6 < 0$

即为 $(x - 3)(x + 2) < 0$,

解得 $-2 < x < 3$,4 分

所以不等式的解集为 $\{x | -2 < x < 3\}$5 分

(II) $f(x) < 0$ 的解集是 $\{x | -1 < x < 2\}$,

解得 $a = 1$ 7 分

$b = 2$ 9 分

$x^2 - 3bx + 5a \geq 0$ 的解集为 $\{x | x \geq 5 \text{ 或 } x \leq 1\}$ 14 分

18. (本小题共 14 分)

(I) $f(-2) = -(-2) + 1 = 3$,2 分

$f(f(-2)) = f(3) = 2^3 = 8$4 分

(II) $f(x) = \begin{cases} -x + 1, & x \leq 0 \\ 2^x, & x > 0 \end{cases}$,

所以 $f(x)$ 的图象如右图所示,8 分

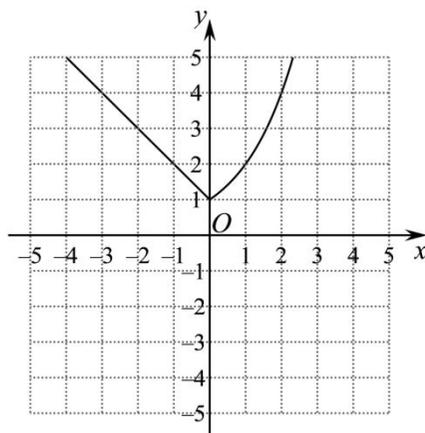
由图可知, $f(x)$ 的减区间为 $(-\infty, 0)$,9 分

增区间为 $(0, +\infty)$ 10 分

(III) $\begin{cases} x \leq 0 \\ -x + 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow x = -1, \begin{cases} x > 0 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Rightarrow x = 1,$

由图象可知, 满足 $f(x) \leq 2$ 的 x 的取值范围是 $[-1, 1]$.

.....14 分



19. (本小题共 14 分)

(I) $f(x)$ 的定义域为 $\{x|x \neq 0\}$ 2 分

$$\forall x \in \{x|x \neq 0\}$$

$$f(-x) = -x - \frac{4}{x} = -(x + \frac{4}{x}) = -f(x), \text{4 分}$$

$y = f(x)$ 为奇函数.6 分

$$(II) f(x) = x + \frac{4}{x}$$

函数 $f(x)$ 在区间 $(2, +\infty)$ 上是增函数.8 分

证明如下:

$$\forall x_1, x_2 \in (2, +\infty), \text{ 令 } x_1 < x_2 \text{9 分}$$

$$\begin{aligned} f(x_1) - f(x_2) &= x_1 + \frac{4}{x_1} - x_2 - \frac{4}{x_2} \\ &= (x_1 - x_2) + 4 \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} = (x_1 - x_2) \left(\frac{x_1 x_2 - 4}{x_1 x_2} \right), \text{11 分} \end{aligned}$$

$$\because 2 < x_1 < x_2,$$

$$\therefore x_1 - x_2 < 0, x_1 x_2 > 4,$$

$$\therefore f(x_1) - f(x_2) < 0, \text{12 分}$$

即 $f(x_1) < f(x_2)$, 函数 $f(x)$ 在区间 $(2, +\infty)$ 上是增函数.14 分

20. (本小题共 15 分)

(I) 解: 根据题意, 二次函数 $f(x)$ 满足 $f(0) = f(2) = 3$, 可得函数 $f(x)$ 的对称轴为 $x = 1$,

因为函数 $f(x)$ 的最小值为 1, 可设 $f(x) = a(x-1)^2 + 1$,

又因为 $f(0) = 3$, 可得 $f(0) = a + 1 = 3$, 解得 $a = 2$

所以函数 $f(x)$ 的解析式为 $f(x) = 2(x-1)^2 + 1 = 2x^2 - 4x + 3$4 分

(II)解: 由函数 $f(x) = 2(x-1)^2 + 1$, 其对称轴为 $x=1$,

要使得函数 $f(x)$ 在区间 $[2a, a+1]$ 上不单调, 则满足 $2a < 1 < a+1$,6 分

解 $0 < a < \frac{1}{2}$, 即实数 a 的取值范围为 $(0, \frac{1}{2})$ 8 分

(III)解: 由函数 $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$

$2x^2 - 4x + 3 > 4mx + 1$ 在区间 $[-\frac{1}{2}, 2]$ 上恒成立,

即 $x^2 - 2(m+1)x + 1 > 0$ 在区间 $[-\frac{1}{2}, 2]$ 上恒成立,

设 $g(x) = x^2 - 2(m+1)x + 1$, 其对称轴为 $x = m + 1$

①当 $m + 1 \leq -\frac{1}{2}$ 时, 即 $m \leq -\frac{3}{2}$ 时

$$g(x)_{\min} = g(-\frac{1}{2}) = \frac{9}{4} + m > 0$$

$$\therefore -\frac{9}{4} < m \leq -\frac{3}{2} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

②当 $-\frac{1}{2} < m + 1 < 2$ 时, 即 $-\frac{3}{2} < m < 1$ 时

$$g(x)_{\min} = g(m+1) = -m^2 - 2m > 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < m < 0 \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

③当 $m + 1 \geq 2$ 时, 即 $m \geq 1$ 时

$$g(x)_{\min} = g(2) = 1 - 4m > 0,$$

$$\therefore m < \frac{1}{4} \text{ (舍)} \quad \dots\dots\dots 14 \text{ 分}$$

综上, 实数 m 的取值范围为 $(-\frac{9}{4}, 0)$15 分

21. (本小题共 15 分)

(I)依题意得: 温室的另一边长为 $\frac{1500}{x}$ 米, 则养殖池的总面积 $y = (x-3)\left(\frac{1500}{x}-5\right)$,
.....3 分

因为 $\begin{cases} x-3 > 0 \\ \frac{1500}{x}-5 > 0 \end{cases}$, 解得 $3 < x < 300$.

\therefore 定义域为 $\{x | 3 < x < 300\}$5 分

(II)由 (1), $y = (x-3)\left(\frac{1500}{x}-5\right) = 1515 - \left(\frac{4500}{x} + 5x\right)$, 又 $3 < x < 300$,

所以 $\frac{4500}{x} + 5x \geq 2\sqrt{\frac{4500}{x} \cdot 5x} = 300$,7 分

当且仅当 $\frac{4500}{x} = 5x$, 即 $x = 30$ 时上式等号成立,8 分

所以 $y = 1515 - \left(\frac{4500}{x} + 5x\right) \leq 1515 - 300$.

当 $x = 30$ 时, $y_{\max} = 1215$10 分

当 x 为 30 时, y 取最大值为 1215.

(III) 养殖池的面积不小于 1015 平方米

$$y = 1515 - \left(\frac{4500}{x} + 5x \right) \geq 1015$$

$$\therefore 500 \geq \frac{4500}{x} + 5x \quad \therefore 100 \geq \frac{900}{x} + x$$

$$\therefore 3 < x < 300 \quad \therefore 100x \geq 900 + x^2$$

$$x^2 - 100x + 900 \leq 0$$

$$(x - 10) \cdot (x - 90) \leq 0$$

$$\therefore 10 \leq x \leq 90. \quad \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

$$\therefore x \text{ 的取值范围为 } \{x | 10 \leq x \leq 90\} \quad \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$