

房山区2022—2023学年度第一学期诊断性评价

八年级数学

2022.12



一、选择题（共 24 分，每题 3 分）。

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 4 的算术平方根是

- (A) -2 (B) 2 (C) ± 2 (D) 4

2. 下列当心触电、当心火灾、当心爆炸、当心低温四个安全标志中，是轴对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)

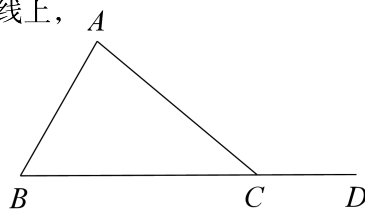
3. 若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是

- (A) $x \geq 3$ (B) $x \leq 3$ (C) $x > 3$ (D) $x < 3$

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 80^\circ$ ，点 D 在 BC 的延长线上，

若 $\angle ACD = 140^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数是

- (A) 40° (B) 50°
(C) 60° (D) 80°



5. 下列事件中，是随机事件的是

- (A) 三角形两边之差小于第三边
(B) 随时打开电视机，正在播放北京新闻
(C) 任意投掷一枚硬币，落地后正面和反面同时朝上
(D) 在只含有 2 件次品的若干件产品中随机抽出 3 件，至少有一件是合格品

姓名

班级

学校

密封线内不能答题

6. 下列变形正确的是

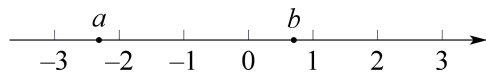
(A) $\frac{2x^2}{4x} = \frac{x}{2}$

(B) $\frac{n}{m} = \frac{n^2}{m^2}$

(C) $\frac{x-n}{x-m} = \frac{n}{m}$

(D) $\frac{m^2+n^2}{m+n} = m+n$

7. 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示, 下列结论中正确的是



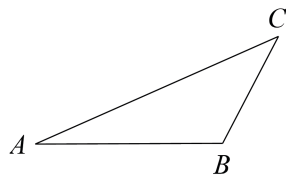
(A) $a < -3$

(B) $b > 1$

(C) $b - a > 0$

(D) $\sqrt{a^2} < \sqrt{b^2}$

8. 如图, $\triangle ABC$, 点 P 为直线 AC 上的一个动点, 若使得 $\triangle ABP$ 是等腰三角形.



则符合条件的点 P 有

(A) 1 个

(B) 2 个

(C) 3 个

(D) 4 个

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 计算: $|\sqrt{7}| =$ _____.

10. 若分式 $\frac{x+1}{x}$ 的值为 0, 则 x 的值为 _____.

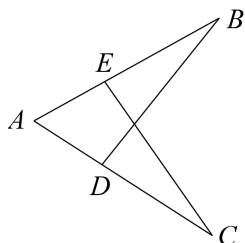
11. 写出一个比 $\sqrt{3}$ 大且比 $\sqrt{11}$ 小的整数是 _____.

12. 如果等腰三角形的两条边长分别为 3cm 和 6cm, 那么它的周长为 _____ cm.

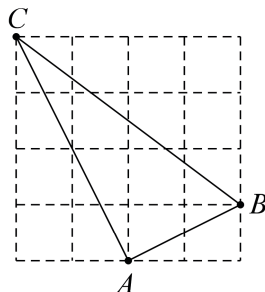
13. 一个不透明的口袋中装有 2 个红球和 1 个黄球, 除颜色外都相同, 从口袋中随意摸出一个球, 摸到红球的可能性大小是 _____.



14. 如图, $AB = AC$, 只需添加一个条件即可证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 这个条件可以是_____ (写出一个即可).



(第 14 题图)



(第 15 题图)

15. 如图, 在边长为 1 的小正方形组成的网格中, $\triangle ABC$ 的三个顶点均在格点上. 判断 $\triangle ABC$ 是_____三角形; 计算 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} =$ _____.
16. 我们可以将一些只含有一个字母且分子、分母的次数都为一次的分式变形, 转化为整数与新的分式的和的形式, 其中新的分式的分子中不含字母, 如:

$$\frac{a}{a-1} = \frac{a-1+1}{a-1} = 1 + \frac{1}{a-1}, \quad \frac{3a-1}{a+1} = \frac{3(a+1)-4}{a+1} = 3 - \frac{4}{a+1}.$$

参考上面的方法, 解决下列问题:

- (1) 将 $\frac{a-1}{a+1}$ 变形为满足以上结果要求的形式: $\frac{a-1}{a+1} =$ _____;
- (2) 若 $\frac{4a+3}{a-1}$ 为正整数, 且 a 也为正整数, 则 a 的值为_____.

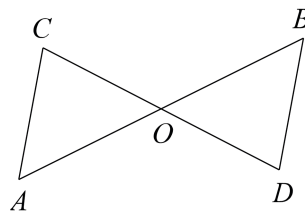


三、解答题 (共 60 分, 第 17-18 题, 每题 4 分, 第 19-26 题, 每题 5 分, 第 27-28 题, 每题 6 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $\sqrt[3]{8} + (\pi - 4)^0 - (\sqrt{5})^2$.

18. 计算: $\sqrt{2}(1 + \sqrt{6}) - \sqrt{6} \div \sqrt{3}$.

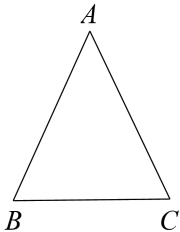
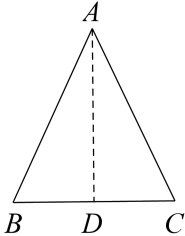
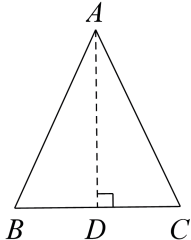
19. 如图, AB 与 CD 相交于点 O , 且 $OA = OB$, $OC = OD$, 求证: $\angle A = \angle B$.



20. 计算: $\frac{y^2}{x-y} \cdot \frac{2x-2y}{x} \div \frac{4y}{x}$.

21. 解方程: $\frac{2}{x} + \frac{x}{x-1} = 1$.

22. 下面是证明等腰三角形判定定理的两种添加辅助线的方法，选择其中一种完成证明.

<p>等腰三角形判定定理：如果一个三角形有两个角相等，那么两个角所对的边也相等.</p> <p>已知：如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle B = \angle C$，</p> <p>求证：$AB = AC$.</p>		
<p>方法一</p> <p>证明：如图，作 $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D.</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>	<p>方法二</p> <p>证明：如图，作 $AD \perp BC$ 于点 D.</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>	

23. 下面是贝贝同学设计的“作一个角等于已知角”的尺规作图过程.

已知： $\angle AOB$.

求作：一个角，使它等于 $\angle AOB$.

作法：如图，

① 以点 O 为圆心，任意长为半径作弧，交 OA 于点 C ，交 OB 于点 D ；

② 分别以点 C, D 为圆心， OC 长为半径作弧，两弧交于点 E ；

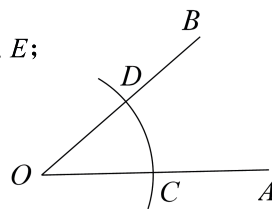
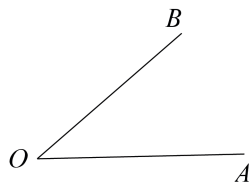
③ 连接 CE, DE ；

所以 $\angle E$ 就是所求作的角.

根据贝贝设计的尺规作图过程，

(1) 使用直尺和圆规，补全图形；(保留作图痕迹)

(2) 完成下面证明.



证明：连接 CD 。

在 $\triangle OCD$ 和 $\triangle ECD$ 中，

$$\begin{cases} OC = EC, \\ OD = ED, \\ \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}, \end{cases}$$

$\therefore \triangle OCD \cong \triangle ECD$ () (填推理理由)。

$\therefore \angle E = \angle AOB$ () (填推理理由)。

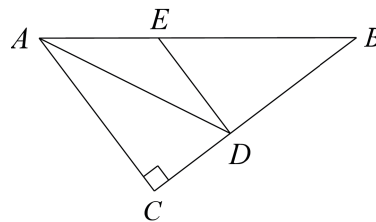


24. 先化简，再求值： $(1 + \frac{1}{a}) \div \frac{a^2 - 1}{4a} - \frac{1}{a - 1}$ ，其中 $a = \sqrt{3} + 1$ 。

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D ，
过点 D 作 $DE \parallel AC$ 交 AB 于点 E 。

(1) 求证： $AE = DE$ ；

(2) 如果 $AC = 5$ ， $CD = \sqrt{5}$ ，求 DE 的长。



26. 为贯彻落实中共中央、国务院《关于全面加强新时代大中小学劳动教育的意见》精神，把劳动教育纳入人才培养全过程。某中学组织学生到离家 20 km 的郊区体验农耕劳动。一部分学生骑自行车前往，另一部分学生在骑自行车的学生出发 50 min 后，乘汽车沿相同路线行进，结果骑自行车的与乘汽车的学生同时到达农耕园。已知汽车速度是自行车速度的 3 倍，求自行车的速度。

27. $\triangle ABC$ 是等边三角形，点 D 是直线 AC 上一动点，点 E 在 BC 的延长线上，且 $CE = AD$ ，连接 DB ， DE 。

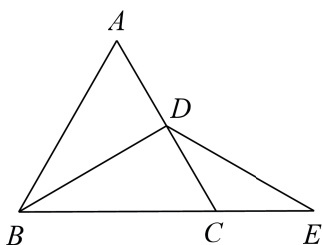


图 1

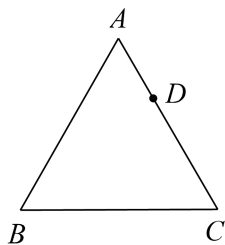
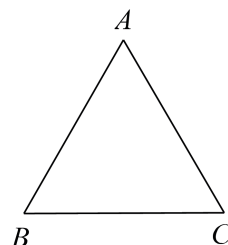


图 2



备用图

- (1) 如图 1，若点 D 是线段 AC 的中点，则 $\angle BDE =$ _____ $^\circ$ ；
 (2) 当点 D 在线段 AC 上运动时，依题意补全图 2，用等式表示 DB 与 DE 的数量关系，并证明；
 (3) 当点 D 在线段 AC 的延长线上运动时，请直接用等式表示 DB 与 DE 的数量关系。

28. 将 n 个 0 或 $\sqrt{2}$ 排列在一起组成一个数组，记为 $A=(t_1, t_2, \dots, t_n)$ ，其中 t_1, t_2, \dots, t_n 取 0 或 $\sqrt{2}$ ，称 A 是一个 n 元完美数组 ($n \geq 2$ 且 n 为整数)。例如： $(0, \sqrt{2})$ ， $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ 都是 2 元完美数组， $(\sqrt{2}, 0, 0, 0)$ ， $(\sqrt{2}, 0, 0, \sqrt{2})$ 都是 4 元完美数组。

定义以下两个新运算：

新运算 1：对于 $x*y=(x+y)-|x-y|$ ，

新运算 2：对于任意两个 n 元完美数组 $M=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 和 $N=(y_1, y_2, \dots, y_n)$ ，

$$M \oplus N = \frac{1}{2}(x_1 * y_1 + x_2 * y_2 + \dots + x_n * y_n).$$

例如：对于 3 元完美数组

$$M=(\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}) \text{ 和 } N=(0, 0, \sqrt{2}), \text{ 有 } M \oplus N = \frac{1}{2} \times (0+0+2\sqrt{2}) = \sqrt{2}.$$

- (1) ① 在 $(\sqrt{3}, \sqrt{2})$ ， $(\sqrt{2}, 0)$ ， $(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0)$ 中是 2 元完美数组的有 _____；
 ② 设 $A=(\sqrt{2}, 0, \sqrt{2})$ ， $B=(\sqrt{2}, 0, 0)$ ，则 $A \oplus B =$ _____；
 (2) 已知完美数组 $M=(\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, 0)$ ，求出所有 4 元完美数组 N ，使得 $M \oplus N = 2\sqrt{2}$ ；
 (3) 现有 m 个不同的 2022 元完美数组， m 是正整数，且对于其中任意的两个完美数组 C, D 满足 $C \oplus D = 0$ ，则 m 的最大可能值是 _____。

