2023 北京八十中初三 10 月月考

数　学

（满分 100 分，考试时间 120 分钟）

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 下列方程中，是一元二次方程的是（　）

A. x^2+2x-3　　B. $2x^2-3xy+4=0$

C. $x^2-\frac{1}{x}=4$　　D. $x^2-3=0$

2. 一元二次方程 $3x^2-6x-4=0$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是（　　）

A. 3，6，4　　B. 3，-6，4　　C. 3，6，-4　　D. 3，-6，-4

3. 在下列方程中，没有实数根的是（　）

A. $x^2+x=0$　　B. $x^2-1=0$　　C. $x^2-x+3=0$　　D. $x^2+2x+1=0$

4. 抛物线 $y=2x^2$ 向左平移 1 个单位，再向下平移 3 个单位，则平移后的抛物线的解析式为（　）

A. $y=2(x+1)^2+3$　　B. $y=2(x+1)^2-3$

C. $y=2(x-1)^2-3$　　D. $y=2(x-1)^2+3$

5. 将二次函数 $y=x^2-6x+2$ 化成 $y=a\left(x-h\right)^2+k$ 的形式为（　）

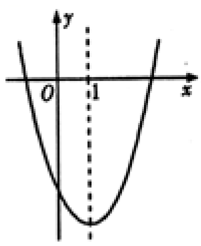
A. $y=\left(x-3\right)^2+2$　　B. $y=\left(x-3\right)^2-7$　　C. $y=\left(x+3\right)^2-7$　　D. $y=\left(x-6\right)^2+2$

6. 对于 $y=2(x-3)^2+2$ 的图像，下列叙述正确的是（　）

A. 开口方向向下　　B. 顶点坐标为 $(-3,2)$

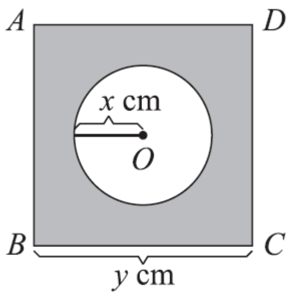
C. 当 $x\geq 3$ 时 y 随 x 增大而增大　　D. 对称轴为 $x=-3$

7. 若二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图像如图所示，则下列结论正确的是（ ）



A. $c>0$　　B. $b>0$　　C. $b^2-4ac<0$　　D. $b=-2a$

8. 如图，正方形 $ABCD$ 和 $\odot O$ 的周长之和为 20cm，设圆的半径为 $x\text{cm}$，正方形的边长为 $y\text{cm}$，阴影部分的面积为 $S\text{cm}^2$．当 x 在一定范围内变化时，y 和 S 都随 x 的变化而变化，则 y 与 x，S 与 x 满足的函数关系分别是（ ）



A. 一次函数关系，一次函数关系　　B. 一次函数关系，二次函数关系

C. 二次函数关系，二次函数关系　　D. 二次函数关系，一次函数关系

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 一元二次方程 $(x-3)^2=2$ 的根是________.

10. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+3x-m=0$ 有实数根，则 m 的取值范围是________.

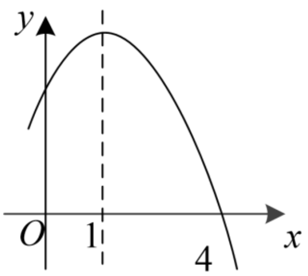
11. 已知 x_1，x_2 是一元二次方程 $2x^2-3x+1=0$ 的两根，则 $x_1+x_2-x_1x_2=$________.

12. 已知一个二次函数图象开口向上，对称轴为直线 $x=1$，请写出一个满足条件的二次函数的解析式________.

13. 某企业积极响应国家垃圾分类号召，在科研部门的支持下进行技术创新，计划在未来两个月内，将厨余垃圾的月加工处理量从现在的 1000 吨提高到 1200 吨，若加工处理量的月平均增长率相同，设月平均增长率为 x，可列方程为________.

14. 若 $A(-4,y_1)$，$B(-1,y_2)$，$C(6,y_3)$ 为二次函数 $y=-(x-2)^2+k$ 的图像上的三点，则 y_1，y_2，y_3 的大小关系是________.（用“＜”号连接）

15. 已知二次函数 $y=-x^2+2x+m$ 的部分图象如图所示，则关于 x 的一元二次方程 $-x^2+2x+m=0$ 的解为 _____.



16. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，$a\neq 0$）的 y 与 x 的部分应值如下表：

x	-5	-4	-2	0	2
y	6	0	-6	-4	6

下列结论：

①$a>0$；

②当 $x=-2$ 时，函数最小值为 -6；

②若点$\left(-8, y_1\right)$，$\left(8, y_2\right)$在二次函数图象上，则$y_1 > y_2$；

④方程$ax^2+bx+c=-5$有两个不相等的实数根.

其中，正确结论的序号是________.（把所有正确结论的序号都填上）

三、解答题（本题共68分，第17题每小题4分，第18、20、21题每题5分，第22、23、24、25每题6分，第19、26、27题每题7分）

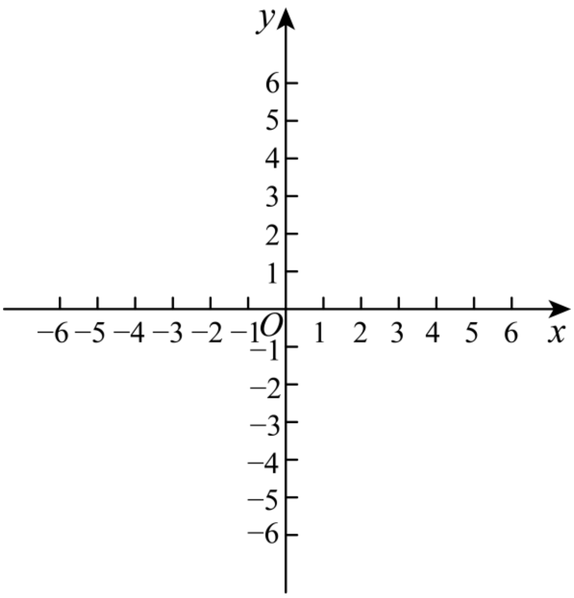
17. 解方程：

（1）$x^2+6x-4=0$；

（2）$(x+2)^2=2x+4$.

18. 已知m是方程$3x^2-2x-5=0$的一个根，求代数式$\left(2m+1\right)\left(2m-1\right)-\left(m+1\right)^2$的值.

19. 已知二次函数$y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}$.



（1）该二次函数化为顶点式为________；

（2）该二次函数图像与x轴的交点坐标为________，与y轴的交点坐标为________；

（3）在所给平面直角坐标系xOy中，画出该二次函数的图像；

（4）结合函数图像，直接写出：

当$y>0$时，x的取值范围为________；

当$-1\le x\le 2$时，y的取值范围为________.

20. 已知二次函数的顶点坐标为$(1,2)$，且图像经过点$(3,0)$.

（1）求该二次函数的解析式；

（2）若直线$y=x+b$与该二次函数的图像交于点$(2,m)$，求m的值和直线的解析式.

21. 已知二次函数$y=x^2+(m-4)x-4m$.

（1）若图象经过原点，则m的值为________；

（2）若图象的对称轴为y轴，则m的值为________；

（3）若图象的顶点落在 x 轴上，则 m 的值为________；

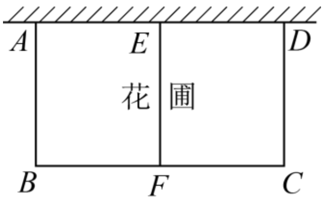
（4）若当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小，则 m 的取值范围为________.

22. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(k+5)x+6+2k=0$.

（1）求证：此方程总有两个实数根；

（2）若此方程的两根的差为 2，求 k 的值.

23. 学校要围一个矩形花圃，其一边利用足够长的墙，另三边用篱笆围成，由于园艺需要，还要用一段篱笆将花圃分隔为两个小矩形部分（如图所示），总共 24 米的篱笆恰好用完（不考虑损耗），设矩形垂直于墙面的一边 AB 的长为 x 米（要求 $AB<AD$），矩形花圃 $ABCD$ 的面积为 S 平方米.



（1）求 S 与 x 之间的函数关系式，并求出自变量 x 的取值范围；

（2）要想使矩形花圃 $ABCD$ 的面积为36平方米，AB 边的长应为多少米？

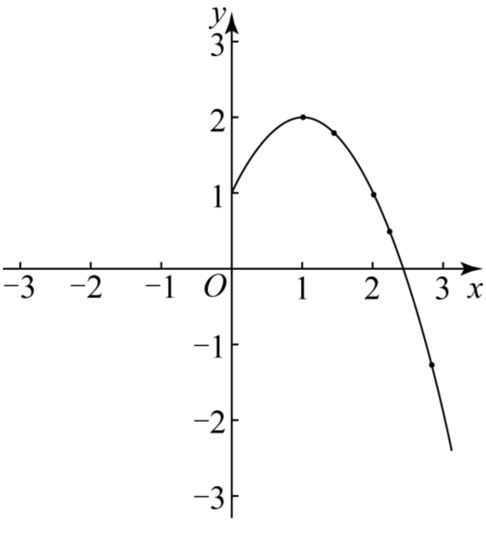
24. 下面给出六个函数解析式：$y=\frac{1}{2}x^2$，$y=\sqrt{3}x^2+1$，$y=-x^2-\frac{1}{2}|x|$，$y=2x^2-3|x|-1$，

$y=-x^2+2|x|+1$，$y=-3x^2-|x|-4$.

小明根据学习二次函数的经验，分析了上面这些函数解析式的特点，研究了它们的图象和性质。下面是小明的分析和研究过程，请补充完整：

（1）观察上面这些函数解析式，它们都具有共同的特点，可以表示为形如 $y=$_______，其中 x 为自变量；

（2）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，画出了函数 $y=-x^2+2|x|+1$ 的部分图象，用描点法将这个函数的图象补充完整；



（3）对于上面这些函数，下列四个结论：

①函数图象关于 y 轴对称

②有些函数既有最大值，同时也有最小值

③存在某个函数，当$x>m$（m 为正数）时，y 随 x 的增大而增大，当$x<-m$时，y 随 x 的增大而减小

④函数图象与 x 轴公共点的个数只可能是 0 个或 2 个或 4 个

所有正确结论的序号是________；

（4）结合函数图象，解决问题：若关于 x 的方程$-x^2+2|x|+1=-x+k$有一个实数根为 3，则该方程其它的实数根为_______.

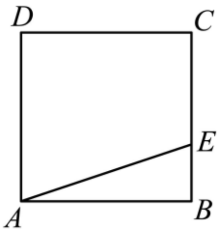
25. 已知关于 x 的二次函数 $y=x^2-2tx+2$.

（1）求该抛物线的对称轴（用含 t 的式子表示）；

（2）若点$M(t-3,m)$，$N(t+5,n)$在抛物线上，则 m_________n；（填“$>$”，“$<$”或“=”）

（3）$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$是抛物线上的任意两个点，若对于$-1\le x_1<3$且$x_2=3$，都有$y_1\le y_2$，求 t 的取值范围.

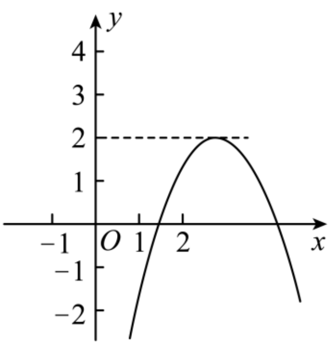
26. 如图，正方形$ABCD$中，点 E 是边BC上的一点，连接AE，过点 A 作AE的垂线交CD的延长线于点 F，连接EF，取EF中点 G，连接DG.

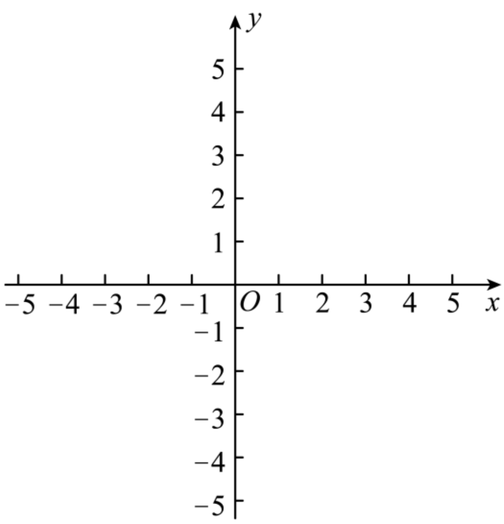


（1）依意补全图形；用等式表示$\angle ADG$与$\angle CDG$的数量关系，并证明；

（2）若$DG=\sqrt{2}DF$，用等式表示线段 BC 与 BE 的数量关系，并证明.

27. 对某一个函数给出如下定义：如果存在实数 M，对于任意的函数值 y，都满足$y\le M$，那么称这个函数是有上界函数．在所有满足条件的 M 中，其最小值称为这个函数的上确界．例如，图中的函数$y=-(x-3)^2+2$是有上界函数，其上确界是 2．





（1）函数①$y=x^2+2x+1$和②$y=2x-3(x\le 2)$中是有上界函数的为________（只填序号即可），其上

确界为________；

（2）如果函数 $y=-x+2(a\le x\le b,b>a)$ 的上确界是 b，且这个函数的最小值不超过 $2a+1$，求 a 的取值范围；

（3）如果函数 $y=x^2-2ax+2(1\le x\le 5)$ 是以 3 为上确界的有上界函数，求实数 a 的值，并求出此时函数的最小值．

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1.【答案】D

【分析】根据一元二次方程的定义即形如$ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$的整式方程判断.

【详解】A. x^2+2x-3，不是方程，不符合题意；

B. $2x^2-3xy+4=0$，有两个未知数，不符合题意；

C. $x^2-\frac{1}{x}=4$，不是整式方程，不符合题意

D. $x^2-3=0$，符合题意；

故选 D.

【点睛】本题考查了一元二次方程的定义即形如$ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$的整式方程，熟练掌握定义是解题的关键.

2.【答案】D

【分析】根据一元二次方程的一般式可直接进行求解.

【详解】解：一元二次方程$3x^2-6x-4=0$的二次项系数、一次项系数、常数项分别是 3，-6，-4；

故选 D.

【点睛】本题主要考查一元二次方程的一般式，熟练掌握一元二次方程的一般式是解题的关键.

3.【答案】C

【分析】利用根的判别式计算判断，小于零即可.

【详解】∵方程$x^2+x=0$，$a=1,b=1,c=0$，

∴$\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times1\times0=1>0$，

$x^2+x=0$有两个不相等的实数根；

∵方程$x^2-1=0$，$a=1,b=0,c=-1$，

∴$\Delta=b^2-4ac=0^2-4\times1\times\left(-1\right)=4>0$，

$x^2-1=0$有两个不相等的实数根；

∵方程$x^2-x+3=0$，$a=1,b=-1,c=3$，

∴$\Delta=b^2-4ac=\left(-1\right)^2-4\times1\times3=-11<0$，

$x^2-x+3=0$没有实数根；

∵方程$x^2+2x+1=0$，$a=1,b=2,c=1$，

∴$\Delta=b^2-4ac=2^2-4\times1\times1=0$，

$x^2+2x+1=0$有两个相等的实数根；

故选 C.

【点睛】本题考查了根的判别式，熟练掌握判别式大于零，方程有两个不相等的实数根；判别式等于零，方程有两个相等的实数根；判别式小于零，方程没有实数根是解题的关键.

4.【答案】B

【分析】根据函数图象平移的方法：左加右减，上加下减，可得答案.

【详解】解：抛物线向左平移 1 个单位可得 $y=2\left(x+1\right)^2$，再向下平移 3 个单位可得 $y=2\left(x+1\right)^2-3$，

故选：B

【点睛】本题考查二次函数图象的平移，准确掌握平移方法是解题的关键.

5.【答案】B

【分析】利用配方法将二次函数的一般式化成顶点式即可.

【详解】解： $y=x^2-6x+2$

$=x^2-6x+9-9+2$

$=\left(x-3\right)^2-7$，

故选 B.

【点睛】本题考查了二次函数的顶点式，熟练掌握配方法是解题的关键.

6.【答案】C

【分析】根据抛物线的性质判断解答即可.

【详解】解：A．开口方向向上，不符合题意；

B．顶点坐标为 $(3,2)$，不符合题意；

C．当 $x\ge 3$ 时 y 随 x 增大而增大，符合题意；

D．对称轴为 $x=3$，不符合题意；

故选 C.

【点睛】本题考查了抛物线的性质，熟练掌握性质是解题的关键.

7.【答案】D

【分析】由图像与 y 轴的交点可判断 A，与 x 轴的交点数量可判断 C，由对称轴可判断 B 和 D.

【详解】解：由图可知，抛物线与 y 轴的交点处于 y 轴的负半轴，即 c＜0，则 A 错误；抛物线与 x 轴有两个交点，即 $\Delta=b^2-4ac>0$，则 C 错误；由图可知，抛物线的对称轴为 $\dfrac{b}{-2a}=1$，且 a＞0，可得 b＜0，$b=-2a$，则 B 错误，D 正确.

故选择 D.

【点睛】本题考查了二次函数的图像和性质，理解其图像和表达式系数之间的关系是解题关键.

8.【答案】B

【分析】根据圆的周长公式和正方形的周长公式先得到 $y=-\dfrac{1}{2}\pi x+5$，再根据 $S_{阴影}=S_{正方形}-S_{圆}$ 得到

$S=\left(\frac{1}{4}\pi^2-\pi\right)x^2-5\pi x+25$，由此即可得到答案.

【详解】解：∵正方形 $ABCD$ 和 $\odot O$ 的周长之和为 20cm，圆的半径为 $x$cm，正方形的边长为 $y$cm，

$\therefore 4y+2\pi x=20$，

$\therefore y=-\frac{1}{2}\pi x+5$，

$\because S_{阴影}=S_{正方形}-S_{圆}$，

$\therefore S=y^2-\pi x^2=\left(-\frac{1}{2}\pi x+5\right)^2-\pi x^2=\left(\frac{1}{4}\pi^2-\pi\right)x^2-5\pi x+25$，

∴y 与 x，S 与 x 满足的函数关系分别是一次函数关系，二次函数关系，

故选 B.

【点睛】本题考查二次函数与一次函数的识别、正方形的周长与面积公式，理清题中的数量关系，熟练掌握二次函数与一次函数的解析式是解答的关键.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.【答案】$x_1=3+\sqrt{2}, x_2=3-\sqrt{2}$

【分析】直接开平方法求解即可.

【详解】$(x-3)^2=2$，

$\therefore x-3=\pm\sqrt{2}$，

$\therefore x_1=3+\sqrt{2}, x_2=3-\sqrt{2}$.

【点睛】本题考查了直接开平方法解方程，熟练掌握解法是解题的关键.

10.【答案】$m\geq-\frac{9}{4}$

【分析】由方程根的情况，根据根的判别式，可得到关于 m 的不等式，则可求得 m 的取值范围.

【详解】解：∵一元二次方程 $x^2+3x-m=0$ 有实数根，

$\therefore \Delta\geq 0$，

即 $3^2+4m\geq 0$，

解得 $m\geq-\frac{9}{4}$，

故答案为：$m\geq-\frac{9}{4}$.

【点睛】本题主要考查根的判别式，熟练掌握一元二次方程根的个数与根的判别式的关系是解题的关键.

11.【答案】1

【分析】依据一元二次方程根与系数的关系进行求解即可.

【详解】解：∵ x_1，x_2 是一元二次方程 $2x^2-3x+1=0$ 的两根，

$\therefore x_1+x_2=\dfrac{3}{2}$，$x_1x_2=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore x_1+x_2-x_1x_2=\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}=1$，

故答案为：1．

【点睛】本题考查了一元二次方程根与系数的关系，解题的关键是熟练掌握根与系数的关系．

12.【答案】$y=x^2-2x$（答案不唯一）

【分析】根据题意，写出$a>0$，且$-\dfrac{b}{2a}=1$的一个二次函数解析式即可求解．

【详解】解：依题意，一个二次函数图象开口向上，对称轴为直线$x=1$的二次函数解析式为

$y=x^2-2x$，

故答案为：$y=x^2-2x$（答案不唯一）

【点睛】本题主要考查二次函数图象与系数的关系，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键．

13.【答案】$1000(1+x)^2=1200$

【分析】根据平均增长率公式，结合题意即可得解．

【详解】解：设月平均增长率为x，列方程为

$1000(1+x)^2=1200$，

故答案为：$1000(1+x)^2=1200$．

【点睛】本题主要考查一元二次方程的应用平均增长率问题，理解并掌握平均增长率公式是解题的关键．

14.【答案】$y_1<y_3<y_2$

【分析】根据二次函数$y=-(x-2)^2+k$得到抛物线开口向下，且对称轴为直线$x=2$，根据距离对称轴越远，函数值越小计算判断．

【详解】$\because$二次函数$y=-(x-2)^2+k$，

$\therefore$抛物线开口向下，且对称轴为直线$x=2$，

$\therefore$距离对称轴越远，函数值越小，

$\because 2-(-1)<6-2<2-(-4)$，

$\therefore y_1<y_3<y_2$．

故答案为：$y_1<y_3<y_2$．

【点睛】本题考查了抛物线的增减性，对称轴，熟练掌握抛物线开口向下，距离对称轴越远，函数值越小是解题的关键．

15.【答案】$x_1=4$，$x_2=-2$

【分析】根据图象可知，二次函数$y=-x^2+2x+m$的部分图象经过点（4，0），对称轴为$x=1$，根据抛

物性的对称性即可求出抛物线与 x 轴的另一个交点坐标，抛物线与 x 轴交点坐标的横坐标即为一元二次方程的根.

【详解】解：根据图象可知，二次函数 $y=-x^2+2x+m$ 的部分图象经过点（4，0），

对称轴为 $x=1$，

由抛物线的对称性可知：二次函数 $y=-x^2+2x+m$ 与 x 轴的另一个交点坐标为：$(-2,0)$

抛物线 $y=-x^2+2x+m$ 与 x 轴交点坐标的横坐标即为一元二次方程 $-x^2+2x+m=0$ 的根，即：

$x_1=4$，$x_2=-2$；

故答案为：$x_1=4$，$x_2=-2$.

【点睛】本题考查二次函数和一元二次方程的关系．利用数形结合和函数的思想可以快速的解题.

16.【答案】①④##④①

【分析】先根据表格中的数据利用待定系数法求出抛物线的解析式，进而可直接判断①；由抛物线的性质可判断②；把点 $(-8,y_1)$ 和点 $(8,y_2)$ 代入解析式求出 y_1、y_2 即可③；当 $y=-5$ 时，利用一元二次方程的根的判别式即可判断④，进而可得答案.

【详解】解：由抛物线过点 $(-5,6)$、$(2,6)$、$(0,-4)$，可得：

$\begin{cases}25a-5b+c=6\\4a+2b+c=6\\c=-4\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=1\\b=3\\c=-4\end{cases}$，

∴二次函数的解析式是 $y=x^2+3x-4$，

∴ $a=1>0$，故①正确；

当 $x=-\dfrac{3}{2}$ 时，y 有最小值 $-\dfrac{25}{4}$，故②错误；

若点 $(-8,y_1)$，点 $(8,y_2)$ 在二次函数图象上，则 $y_1=36$，$y_2=84$，

∴ $y_1<y_2$，故③错误；

当 $y=-5$ 时，方程 $x^2+3x-4=-5$ 即 $x^2+3x+1=0$，

∵ $\Delta=3^2-4=5>0$，

∴方程 $ax^2+bx+c=-5$ 有两个不相等的实数根，故④正确；

综上，正确的结论是：①④.

故答案为：①④.

【点睛】本题以表格的形式考查了待定系数法求二次函数的解析式、二次函数的性质以及一元二次方程的根的判别式等知识，属于常考题型，熟练掌握二次函数与一元二次方程的基本知识是解题的关键.

三、解答题（本题共 68 分，第 17 题每小题 4 分，第 18、20、21 题每题 5 分，第 22、23、24、25 每题 6 分，第 19、26、27 题每题 7 分）

17. 【答案】（1） $x_1=-3-\sqrt{13}$， $x_2=-3+\sqrt{13}$

（2） $x_1=0$， $x_2=-2$

【分析】（1）配方法求解可得；

（2）因式分解法求解可得.

【小问 1 详解】

解： $x^2+6x-4=0$，

$x^2+6x=4$，

$x^2+6x+9=13$，

$(x+3)^2=13$，

$x+3=\pm\sqrt{13}$，

解得 $x_1=-3-\sqrt{13}$， $x_2=-3+\sqrt{13}$；

【小问 2 详解】

$(x+2)^2=2x+4$，

$(x+2)^2-2(x+2)=0$，

$x(x+2)=0$，

$x=0$ 或 $x+2=0$，

解得 $x_1=0$， $x_2=-2$.

【点睛】本题考查了一元二次方程的解法，解一元二次方程常用的方法有直接开平方法，配方法，公式法，因式分解法，要根据方程的特点灵活选用合适的方法.

18. 【答案】3

【分析】由题意可得： $3m^2-2m-5=0$，即 $3m^2-2m=5$，根据完全平方公式和平方差公式对代数式进行化简，然后整体代入求解即可.

【详解】解：由 m 是方程 $3x^2-2x-5=0$ 的一个根可得 $3m^2-2m-5=0$，即 $3m^2-2m=5$，

$(2m+1)(2m-1)-(m+1)^2$

$=4m^2-1-(m^2+2m+1)$

$=4m^2-1-m^2-2m-1$

$=3m^2-2m-2$

将 $3m^2-2m=5$ 代入，可得原式 $=5-2=3$

【点睛】此题考查了一元二次方程根的含义，完全平方公式和平方差公式，解题的关键是理解一元二次方程根的含义，正确对代数式进行运算.

19. 【答案】（1） $y=\frac{1}{2}(x-1)^2-2$

（2）$(3,0),(-1,0)$；$\left(0,-\dfrac{3}{2}\right)$

（3）见解析　（4）$x>3$ 或 $x<-1$；$-2\le y\le 0$

【分析】（1）用配方法解答即可.

（2）令 $y=0$，得 $\dfrac{1}{2}x^2-x-\dfrac{3}{2}=0$，令 $x=0$，得 $y=-\dfrac{3}{2}$，依次求解即可.

（3）利用列表，描点，连线画图即可.

（4）利用数形结合思想求解即可.

【小问 1 详解】

根据题意，得 $y=\dfrac{1}{2}\left(x^2-2x\right)-\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{2}\left[(x-1)^2-1\right]-\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{2}(x-1)^2-2$，

故答案为：$y=\dfrac{1}{2}(x-1)^2-2$.

【小问 2 详解】

$\because y=\dfrac{1}{2}x^2-x-\dfrac{3}{2}$，

令 $y=0$，得 $\dfrac{1}{2}x^2-x-\dfrac{3}{2}=0$，

解得 $x_1=3,x_2=-1$，

故二次函数图像与 x 轴的交点坐标为 $(3,0),(-1,0)$，

故答案为：$(3,0),(-1,0)$；

$\because y=\dfrac{1}{2}x^2-x-\dfrac{3}{2}$，

令 $x=0$，得 $y=-\dfrac{3}{2}$，

故二次函数图像与 y 轴的交点坐标为 $\left(0,-\dfrac{3}{2}\right)$，

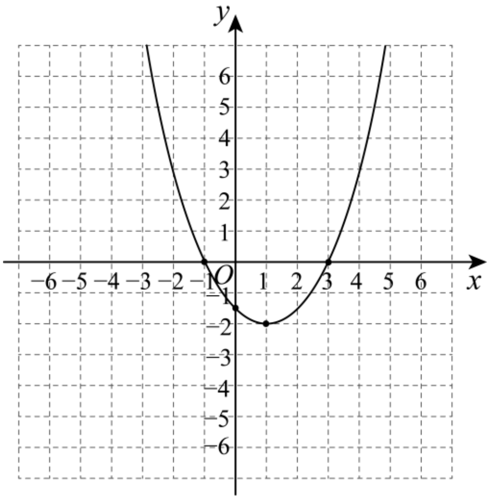
故答案为：$\left(0,-\dfrac{3}{2}\right)$.

【小问 3 详解】

列表如下：

x	-1	0	1	3
y	0	$-\dfrac{3}{2}$	-2	0

画图如下：



【小问 4 详解】

根据函数图像，得

当 $y>0$ 时，x 的取值范围为 $x>3$ 或 $x<-1$，

故答案为：$x>3$ 或 $x<-1$；

∵对称轴 $x=1$ 在 $-1\le x\le 2$ 中，函数的最小值为 -2，最大值为 0，

∴当 $-1\le x\le 2$ 时，y 的取值范围为 $-2\le y\le 0$，

故答案为：$-2\le y\le 0$．

【点睛】此题考查了二次函数的图像与性质，熟练掌握配方法求二次函数的对称轴与顶点坐标，描点法作二次函数的图像，利用数形结合的方法求自变量或函数值的范围是解答此题的关键．

20.【答案】（1）$y=-\dfrac{1}{2}(x-1)^2+2$ 或 $y=-\dfrac{1}{2}x^2+x+\dfrac{3}{2}$

（2）$\dfrac{3}{2}$，$y=x-\dfrac{1}{2}$

【分析】（1）设二次函数的解析式 $y=a(x-1)^2+2$，把点 $(3,0)$ 代入确定 a 值即可．

（2）把 $(2,m)$ 代入抛物线解析式，确定 m 值和坐标，回代直线解析式求得 b 值即可．

【小问 1 详解】

∵二次函数的顶点坐标为 $(1,2)$，

∴设二次函数的解析式 $y=a(x-1)^2+2$，

∵图像经过点 $(3,0)$，

∴ $0=a\times(3-1)^2+2$，

解得 $a=-\dfrac{1}{2}$，

∴二次函数的解析式 $y=-\dfrac{1}{2}(x-1)^2+2$ 或 $y=-\dfrac{1}{2}x^2+x+\dfrac{3}{2}$．

【小问 2 详解】

∵直线 $y=x+b$ 与该二次函数的图像交于点 $(2,m)$，二次函数的解析式 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+2$，

∴ $m=-\frac{1}{2}\times(2-1)^2+2=\frac{3}{2}$，

故 $(2,m)$ 的坐标为 $(2,\frac{3}{2})$，

∴ $\frac{3}{2}=2+b$，

解得 $b=-\frac{1}{2}$，

故直线的解析式为 $y=x-\frac{1}{2}$.

【点睛】本题考查了顶点式求抛物线的解析式，抛物线与一次函数的交点问题，熟练掌握顶点式求解的基本思路，理解交点坐标的意义是解题的关键.

21.【答案】（1）0

（2）4

（3）-4

（4）$m\le 2$

【分析】（1）将原点坐标代入解析式，解之即可得 m 的值；

（2）由对称轴为 y 轴，得到 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{m-4}{2}=0$，解方程，即可求解.

（3）顶点在 x 轴上，则有 $\Delta=0$，解方程即可求解.

（4）当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小，则对称轴 $\frac{4-m}{2}\ge 1$，解不等式，即可求解.

【小问 1 详解】

解：∵图象经过原点，

∴ $-4m=0$，

解得：$m=0$，

故答案为：0.

【小问 2 详解】

∵图象的对称轴为 y 轴，

∴ $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{m-4}{2}=0$

解得：$m=4$

故答案为：4.

【小问 3 详解】

解：∵象的顶点落在 x 轴上，

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (m-4)^2 - 4\times(-4m) = m^2 - 8m + 16 + 16m = (m+4)^2 = 0$

解得：$m = -4$

【小问 4 详解】

解：∵二次函数 $y = x^2 + (m-4)x - 4m$，$a = 1 > 0$

∴抛物线开口向上，

对称轴为直线 $x = \dfrac{4-m}{2}$，

当 $x < 1$时，y 随 x 的增大而减小，

$\therefore \dfrac{4-m}{2} \geq 1$

解得：$m \leq 2$

【点睛】本题考查的是二次函数的性质，熟练掌握二次函数的图象与性质是解答的关键．

22.【答案】（1）见解析；

（2）1 或 -3

【分析】（1）根据方程的系数结合根的判别式$\Delta = b^2 - 4ac$，可得出$\Delta = (k+1)^2$，由偶次方的非负性可得出$\Delta \geq 0$，进而可证出方程总有两个实数根；

（2）根据求根公式表示方程的两个根，再根据两根之差为 2 的关系，分类讨论列方程解之即可．

【小问 1 详解】

证明：$\because \Delta = (k+5)^2 - 4(6+2k) = k^2 + 2k + 1 = (k+1)^2 \geq 0$，

∴此方程总有两个实数根；

【小问 2 详解】

解：由（1）知，$\Delta = (k+1)^2$，

$\therefore x = \dfrac{(k+5) \pm \sqrt{\Delta}}{2} = \dfrac{(k+5) \pm (k+1)}{2}$，

$\therefore x_1 = k+3$，$x_2 = 2$，

∵若此方程的两根的差为 2，

$\therefore k+3-2 = 2$或$2-(k+3) = 2$，

解得：$k = 1$或$k = -3$；

∴k 的值为 1 或-3．

【点睛】本题考查根的判别式以及求根公式，解题的关键是：（1）熟知“当$\Delta \geq 0$时，方程有两个实数根”；（2）牢记求根公式：$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$．

23.【答案】（1）$S = -3x^2 + 24x\left(0 < x < 6\right)$

（2）2 米

【分析】（1）由题意得出 $AB=x$ 米，$BC=(24-3x)$ 米，由矩形的面积公式即可得出 S 与 x 之间的函数关系式，再根据 $AB<AD$ 求出自变量 x 的取值范围；

（2）把 $S=36$ 代入（1）中的函数解析式得到关于 x 的一元二次方程进行求解即可．

【小问 1 详解】

解：由题意得：$AB=x$ 米，$BC=(24-3x)$ 米，

$S=AB\cdot BC=x(24-3x)=-3x^2+24x$

$\because AB<AD$，$AD=BC$，

$\therefore 0<x<24-3x$，

$\therefore 0<x<6$，

$\therefore S$ 与 x 之间的函数关系式为 $S=-3x^2+24x(0<x<6)$；

【小问 2 详解】

$-3x^2+24x=36$，

解得：$x_1=2$，$x_2=6$（舍去），

$\therefore$ 要想使矩形花圃 $ABCD$ 的面积为36平方米，AB 边的长应为 2 米．

【点睛】本题考查了二次函数的应用，函数求值，根据题意准确列出函数关系式是解答本题的关键．

24.【答案】（1）$ax^2+b|x|+c$（a≠0）；（2）图象见详解；（3）①③；（4）$x_1=0, x_2=-1$

【分析】（1）观察六个二次函数解析式的特点，可知：它们都具有共同的特点：一次项的 x 含有绝对值，即可；

（2）根据求绝对值法则，当 x<0 时，$y=-x^2+2|x|+1=-x^2-2x+1$，再用描点法，画出图象，即可．

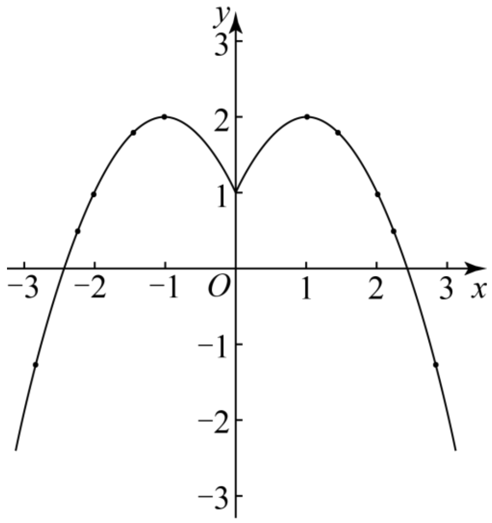
（3）结合六个二次函数的额图形和性质，逐一判断，即可；

（4）先求出 k 的值，再令 $y_1=-x^2+2|x|+1$，$y_2=-x+1$，在同一坐标系中，画出图象，根据两个函数图象的交点坐标，即可得到答案．

【详解】（1）观察六个二次函数解析式的特点，可知：它们都具有共同的特点：一次项的 x 含有绝对值，即：$y=ax^2+b|x|+c$（a≠0），

故答案是：$ax^2+b|x|+c$（a≠0）；

（2）当 x<0 时，$y=-x^2+2|x|+1=-x^2-2x+1$，根据描点法，如图所示：



（3）$\because$ $y=\frac{1}{2}x^2$，$y=\sqrt{3}x^2+1$，关于 y 轴对称，

$y=-x^2-\frac{1}{2}|x|=\begin{cases}-x^2-\frac{1}{2}x(x\geq 0)\\ -x^2+\frac{1}{2}x(x<0)\end{cases}$，图象关于 y 轴对称，

$y=2x^2-3|x|-1=\begin{cases}2x^2-3x-1(x\geq 0)\\ 2x^2+3x-1(x<0)\end{cases}$，图象关于 y 轴对称，

$y=-x^2+2|x|+1=\begin{cases}-x^2+2x+1(x\geq 0)\\ -x^2-2x+1(x<0)\end{cases}$，图象关于 y 轴对称，

$y=-3x^2-|x|-4=\begin{cases}-3x^2-x-4(x\geq 0)\\ -3x^2+x-4(x<0)\end{cases}$，图象关于 y 轴对称.

$\therefore$①正确；

$\because$ $y=\frac{1}{2}x^2$，有最小值，没有最大值，

$y=\sqrt{3}x^2+1$，有最小值，没有最大值，

$y=-x^2-\frac{1}{2}|x|$，有最大值，没有最小值，

$y=2x^2-3|x|-1$，有最小值，没有最大值，

$y=-x^2+2|x|+1$，有最大值，没有最小值，

$y=-3x^2-|x|-4$，有最大值，没有最小值，

$\therefore$②错误；

$\because$ $y=2x^2-3|x|-1=\begin{cases}2x^2-3x-1(x\geq 0)\\ 2x^2+3x-1(x<0)\end{cases}$，图象关于 y 轴对称，

当$x>\frac{3}{2}$时，y随x的增大而增大，当$x<-\frac{3}{2}$时，y随x的增大而减小，

∴③正确；

∵$y=\frac{1}{2}x^{2}$的图象与x轴有1个公共点，

$y=\sqrt{3}x^{2}+1$的图象与x轴没有公共点，

$y=-x^{2}-\frac{1}{2}|x|$的图象与x轴有1个公共点，

$y=2x^{2}-3|x|-1$的图象与x轴有2个公共点，

$y=-x^{2}+2|x|+1$的图象与x轴有2个公共点，

$y=-3x^{2}-|x|-4$的图象与x轴没有公共点，

∴④错误，

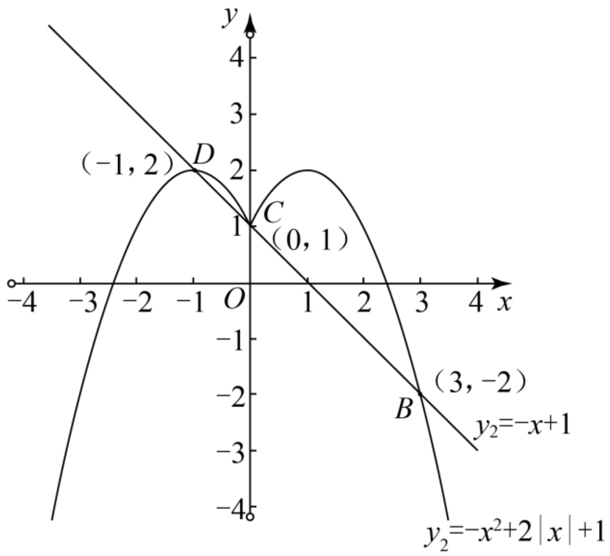
故答案是：①③；

（4）∵关于x的方程$-x^{2}+2|x|+1=-x+k$有一个实数根为3，

∴$-3^{2}+2\times|3|+1=-3+k$，解得：k=1，

令$y_{1}=-x^{2}+2|x|+1$，　$y_{2}=-x+1$，

函数图象如图所示：



∴关于x的方程$-x^{2}+2|x|+1=-x+k$的其他两个实数根为：$x_{1}=0,x_{2}=-1$，

故答案是：$x_{1}=0,x_{2}=-1$

【点睛】本题主要考查二次函数的图象和性质，根据题意，画出二次函数图象，是解题的关键.

25.【答案】(1) $x=t$　(2) <

(3) $t\leqslant 1$

【分析】(1)根据对称轴的表达式直接求解即可；

（2）利用抛物线的对称性和增减性进行判断即可；

（3）根据二次函数的增减性进行判断解答即可.

【小问 1 详解】

解：二次函数的对称轴为：$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2t}{2}=t$

【小问 2 详解】

解：$\because a=1>0$，

$\therefore x<t$ 时 y 随 x 的增大而减小，$x>t$，y 随 x 的增大而增大

根据抛物线的对称性可知：M 点关于对称轴对称的点为：$\left(t+3,m\right)$，

$\because t<t+3<t+5$

$\therefore m<n$

故答案为：<

【小问 3 详解】

解：若对于 $-1\le x_1<3$ 且 $x_2=3$，都有 $y_1\le y_2$，

∴点 P 在 Q 点的左侧，且对称轴在 P，Q 中间

∴对称轴一定在水平距离上距离 x_2 更远或相等

$\therefore \frac{x_1+x_2}{2}\geqslant t$（距离相等时 $\frac{x_1+x_2}{2}=t$，x_2 更远时 $\frac{x_1+x_2}{2}>t$）

$\therefore \frac{3+3}{2}>t$ 且 $\frac{3-1}{2}\geqslant t$

∴$3>t$ 且 $1\geqslant t$

∴$t\leqslant 1$.

【点睛】本题考查二次函数的图象和性质，熟记二次函数对称轴的表达式，以及二次函数的增减性是解题的关键.

26.【答案】（1）$\angle ADG=\angle CDG$，见解析

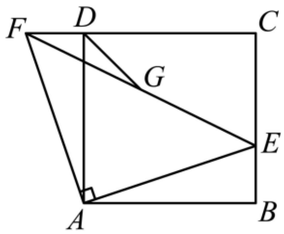
（2）$BC=3BE$

【分析】（1）根据基本作图，利用三角形全等证明猜想即可.

（2）过点 G 作 $GN\perp CD$ 于点 N，利用等腰直角三角形的性质，正切函数，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，计算证明.

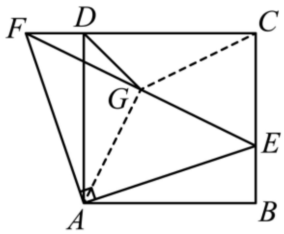
【小问 1 详解】

解：根据基本作图，补图如下：



$\angle ADG$ 与 $\angle CDG$ 的数量关系为 $\angle ADG=\angle CDG$，证明如下：

连接 AG，CG，



$\because$ 正方形 $ABCD$，

$\therefore AD=CD,\angle FCE=\angle ADC=90^{\circ}$，

$\because$ 点 G 是 EF 中点，$\angle FAE=90^{\circ}$，

$\therefore AG=CG=\dfrac{1}{2}EF$，

$\because \begin{cases}AD=CD\\DG=DG\\AG=CG\end{cases}$，

$\therefore \triangle ADG\cong\triangle CDG(\mathrm{SSS})$，

$\therefore \angle ADG=\angle CDG$．

【小问 2 详解】

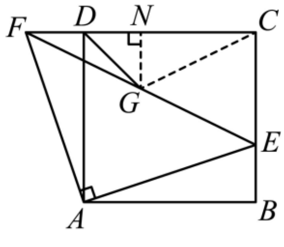
过点 G 作 $GN\perp CD$ 于点 N,

$\because \angle ADG=\angle CDG=\dfrac{1}{2}\angle ADC=45^{\circ}$，

$\therefore \angle NDG=\angle NGD,GN\parallel EC$，

$\therefore DG=\sqrt{2}DN=\sqrt{2}NG$，

$\because DG=\sqrt{2}DF$，



$\therefore DF=DN=NG$，

$\therefore \tan\angle CFE=\dfrac{NG}{FN}=\dfrac{CE}{CF}=\dfrac{1}{2}$，

连接CG，

则$FG=EG=CG=\dfrac{1}{2}EF$，

$\therefore FN=NC=2DN$，

$\therefore DC=3DN$，$FC=4DN$，

$\therefore CE=\dfrac{1}{2}CF=2DN$，

$\therefore BE=CD-CE=3DN-2DN=DN$，

$\therefore BC=3BE$.

【点睛】本题考查了正方形的性质，三角形全等的判定和性质，直角三角形的性质，正切函数，等腰三角形的性质，熟练掌握正切函数，正方形的性质是解题的关键.

27.【答案】（1）：②，1

（2）$-1\le a<1$

（3）2.4；-3.76

【分析】（1）分别求出两个函数的最大值即可求解；

（2）由题意可知：$-b+2\le y\le -a+2$，再由$-a+2=b$，$-b+2\le 2a+1$，$b>a$，即可求a的取值范围；

（3）当$a\le 1$时，$27-10a=3$，可得$a=2.4$（舍）；当$a\ge 5$时，$3-2a=3$，可得$a=0$（舍）；当$1<a\le 3$时，$27-10a=3$，可得$a=2.4$；当$3<a<5$时，$3-2a=3$，可得$a=0$；当$a=2.4$时，$y=x^2-4.8x+2(1\le x\le 5)$，求出其最小值即可.

【小问1详解】

解：①$y=x^2+2x+1=(x+1)^2\ge 0$，

$\therefore$①无上确界；

②$y=2x-3(x\le 2)$，

$\therefore y\le 1$，

$\therefore$②有上确界，且上确界为1，

故答案为②，1；

【小问2详解】

$\because y=-x+2$，y随x值的增大而减小，

$\therefore$当$a\le x\le b$时，$-b+2\le y\le -a+2$，

$\because$上确界是b，

$\therefore -a+2=b$，

$\because$函数的最小值不超过$2a+1$，

$\therefore -b+2\leq 2a+1$，

$\therefore a\geq -1$，

$\because b>a$，

$\therefore -a+2>a$，

$\therefore a<1$，

$\therefore a$ 的取值范围为：$-1\leq a<1$；

【小问 3 详解】

$y=x^2-2ax+2$ 的对称轴为直线 $x=a$，

当 $a\leq 1$ 时，y 的最大值为 $25-10a+2=27-10a$，

$\because 3$ 为上确界，

$\therefore 27-10a=3$，

$\therefore a=2.4$（舍）；

当 $a\geq 5$ 时，y 的最大值为 $1-2a+2=3-2a$，

$\because 3$ 为上确界，

$\therefore 3-2a=3$，

$\therefore a=0$（舍）；

当 $1<a\leq 3$ 时，y 的最大值为 $25-10a+2=27-10a$，

$\because 3$ 为上确界，

$\therefore 27-10a=3$，

$\therefore a=2.4$；

当 $3<a<5$ 时，y 的最大值为 $1-2a+2=3-2a$，

$\because 3$ 为上确界，

$\therefore 3-2a=3$，

$\therefore a=0$，

故 a 的值为 2.4．

当 $a=2.4$ 时，$y=x^2-4.8x+2(1\leq x\leq 5)$，即，$y=\left(x-2.4\right)^2-3.76$，

故当 $x=2.4$ 时，y 有最小值 -3.76．

综上所述：a 的值为 2.4；此时 y 有最小值 -3.76

【点睛】本题是二次函数的综合题，熟练掌握二次函数的图象及性质，根据所给范围分类讨论求二次函数的最大值是解题的关键.