

北京市回民学校

23—24 学年度第一学期练习 (23 年 9 月)

初三数学



本练习共 8 页，共三道大题。满分 100 分，考试时间 100 分钟。

一、选择题 (本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分)

1. 把抛物线 $y = -x^2$ 向左平移 1 个单位，然后向上平移 3 个单位，则平移后解析式为 ()

A. $y = -(x-1)^2 + 3$ B. $y = -(x+1)^2 + 3$ C. $y = -(x-1)^2 - 3$ D. $y = -(x+1)^2 - 3$

2. 抛物线 $y = 2x^2 - 4x + 1$ 的对称轴是直线 ()

A. $x = -3$ B. $x = 1$ C. $x = -\frac{3}{2}$ D. $x = -1$

3. $P(-2, y_1), Q(4, y_2)$ 是函数 $y = \frac{8}{x}$ 图象上两点，则 y_1, y_2 的大小关系是 ()

A. $y_1 < y_2$ B. $y_1 = y_2$ C. $y_1 > y_2$ D. y_1, y_2 大小不确定

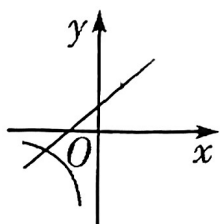
4. 用配方法解方程 $x^2 + 4x + 1 = 0$ 时，配方结果正确的是 ()

A. $(x-2)^2 = 5$ B. $(x-2)^2 = 3$ C. $(x+2)^2 = 5$ D. $(x+2)^2 = 3$

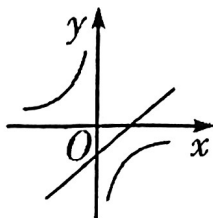
5. 一元二次方程 $2x^2 - 3x + 1 = 0$ 的根的情况是 ()

A. 有两个不相等的实数根 B. 没有实数根
C. 有两个相等的实数根 D. 无法确定

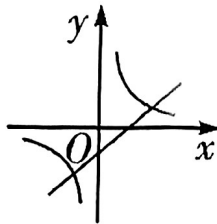
6. 函数 $y = \frac{k}{x}$ 与 $y = kx - k$ (k 为常数且 $k \neq 0$) 在同一平面直角坐标系中的图象可能 ()



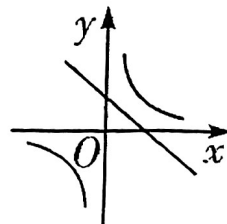
A.



B.



C.



D.

姓名 _____ 班级 _____
 学号 _____
 题 答 要 不 内 线 封 密

7. 抛物线上 $y=(m-4)x^2$ 有两点 $A(-3, y_1)$ 、 $B(2, y_2)$ ，且 $y_1 > y_2$ ，则 m 的取值范围是 ()

- A. $m > 4$ B. $m < 4$ C. $m \geq 4$ D. $m \neq 4$

8. 已知一个二次函数图象经过 $P_1(-3, y_1)$ 、 $P_2(-1, y_2)$ 、 $P_3(1, y_3)$ 、 $P_4(3, y_4)$ 四点，若

$y_2 < y_3 < y_1$ ，则 y_1, y_2, y_3, y_4 的最值情况是 ()

- A. y_3 最小， y_1 最大 B. y_3 最小， y_4 最大 C. y_2 最小， y_4 最大 D. 无法确定

二、填空题 (本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分)

9. 已知反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象位于第一、三象限，则 k 的取值范围为_____.

10. 二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的顶点坐标是_____，与 y 轴的交点坐标是_____.

11. 市民看病难的问题，决定下调药品的价格. 某种药品经过连续两次降价后，由每盒 200 元下调至 162 元，设这种药品平均每次降价的百分率为 x ，则可列方程_____.

12. 某抛物线满足：①开口向上；②顶点 $(-1, 4)$. 请写出任意一个满足题意的二次函数的表达式_____.

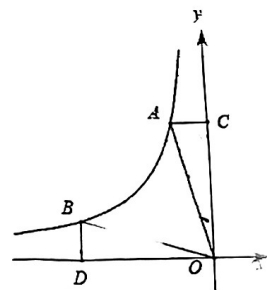
13. 若关于 x 的方程 $x^2 + 2kx + k - 4 = 0$ 的一个根是 1，则 k 的值为_____.

14. 如图， A, B 两点在函数 $y = -\frac{2}{x}$ ($x < 0$) 图象上， AC 垂直 y 轴于点 C ， BD 垂直 x 轴于点 D ， $\triangle AOC$ ， $\triangle BOD$ 面积分别记为 S_1, S_2 ，则 S_1 _____ S_2 . (填“<”，“=”，或“>”)

15. 已知双曲线 $y = -\frac{3}{x}$ 与直线 $y = kx + b$ 交于点 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$.

(1) 若 $x_1 + x_2 = 0$ ，则 $y_1 + y_2 =$ _____;

(2) 若 $x_1 + x_2 > 0$ 时， $y_1 + y_2 > 0$ ，则 k _____ 0， b _____ 0. (填“>”，“=”或“<”)

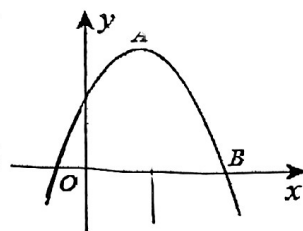


16. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点为 $A(2, m)$ ，且经过点 $B(5, 0)$ ，其部分

图象如图所示. 对于此抛物线有如下四个结论：① $ac < 0$ ；② $a - b + c > 0$ ；

③ $m + 9a = 0$ ；④ 若此抛物线经过点 $C(t, n)$ ，则 $t + 4$ 一定是方程

$ax^2 + bx + c = n$ 的一个根. 其中所有正确结论的序号是 _____.



三、解答题（本大题共 68 分，其中 17 题 10 分，18 题 9 分，19 题 5 分，20 题 7 分，21 题 8 分，22 题 8 分，23 题 7 分，24 题 7 分，25 题 7 分）

17. 解一元二次方程

(1) $x^2 - 3 = 0$

(2) $x^2 - 6x - 4 = 0$

18. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+3)x + 2 + m = 0$.

(1) 求证：对于任意实数 m ，该方程总有实数根；

(2) 若这个一元二次方程的一根大于 2，求 m 的取值范围.

19. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 图像上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表：

| | | | | | | | | |
|-----|-----|----|----|----|----|----|---|-----|
| x | ... | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | ... | 5 | 0 | -3 | -4 | -3 | 0 | ... |

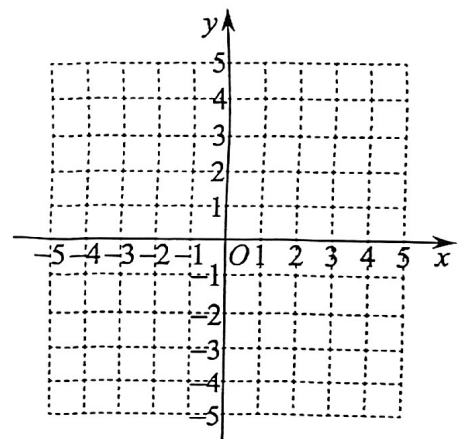


(1) 并画出图象；

(2) 求此抛物线的解析式.

(3) 结合图象，直接写出方程 $ax^2 + bx + c = -3$ 的根.

(4) 结合图象，直接写出当 $0 < x < 3$ 时 y 的取值范围.



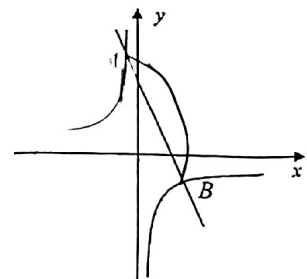
20. 如图，一次函数 $y_1 = kx + b (k \neq 0)$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 的图象交于 $A(-1, n)$,

$B(3, -2)$ 两点.

(1) 求一次函数和反比例函数的解析式；

(2) 结合函数图像，直接写出 $kx + b - \frac{m}{x} > 0$ 时 x 的取值范围；

(3) 点 P 在 x 轴上，且满足 $\triangle ABP$ 的面积等于 4，请直接写出点 P 的坐标.



7分,

21. 2022 年在中国举办的冬奥会和冬残奥会令世界瞩目，冬奥会和冬残奥会的吉祥物冰墩墩和雪容融家喻户晓，成为热销产品.某商家以每套 34 元的价格购进一批冰墩墩和雪容融套件，当该产品每套的售价是 48 元时，每天可售出 200 套；若每套售价每提高 2 元，则每天少售出 4 套

(1) 设冰墩墩和雪容融套件每套的售价为 x 元，求每天的销售量 y (套) 与 x (元) 之间的函数解析式 (不必写出自变量的取值范围)；

(2) 求每套售价定为多少元时，每天销售套件所获利润 W 最大，最大利润是多少元.

22. 小朋在学习过程中遇到一个函数 $y = \frac{1}{2}x^3$.

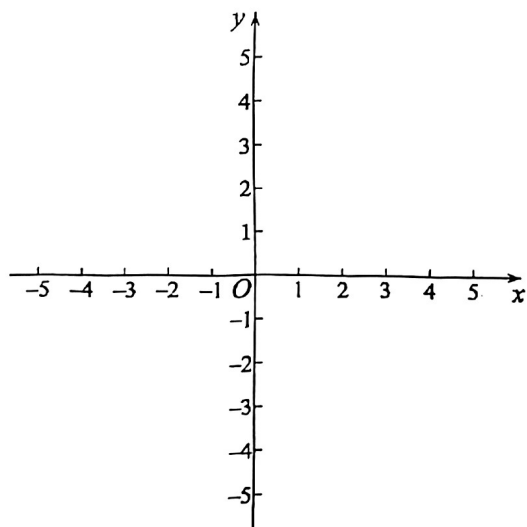
下面是小朋对其探究的过程，请补充完整：

(1) 观察这个函数的解析式可知， x 的取值范围是_____，函数值 y 的取值范围是_____；

(2) 进一步研究， y 与 x 的几组对应值如下表：

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|----|----------------|----|---|---|---------------|---|-----|
| x | ... | -2 | $-\frac{3}{2}$ | -1 | 0 | 1 | $\frac{3}{2}$ | 2 | ... |
| y | ... | | | | 0 | | | | ... |

(3) 结合上表，画出函数图象：



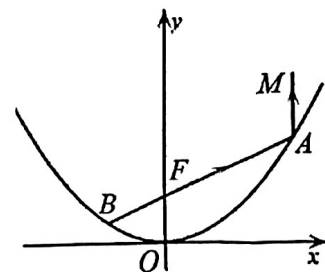
(4) 结合函数图象，写出两条性质_____.

23. 探照灯的内部可以看成是抛物线的一部分经过旋转得到的抛物曲面. 其原理是过某一特殊点的光线, 经抛物线反射后所得的光线平行于抛物线的对称轴, 我们称这个特殊点为抛物线的焦点. 若抛物线的表达式为 $y = ax^2$, 则抛物线的焦点为 $(0, \frac{1}{4a})$. 如图, 在平面直角坐标系 xOy

中, 某款探照灯抛物线的表达式为 $y = \frac{1}{4}x^2$, 焦点为 F .

(1) 点 F 的坐标是_____;

(2) 过点 F 的直线与抛物线交于 A, B 两点, 已知沿射线 FA 方向射出的光线, 反射后沿射线 AM 射出, AM 所在直线与 x 轴的交点坐标为 $(4, 0)$.



① 画出沿射线 FB 方向射出的光线的反射光线 BP ;

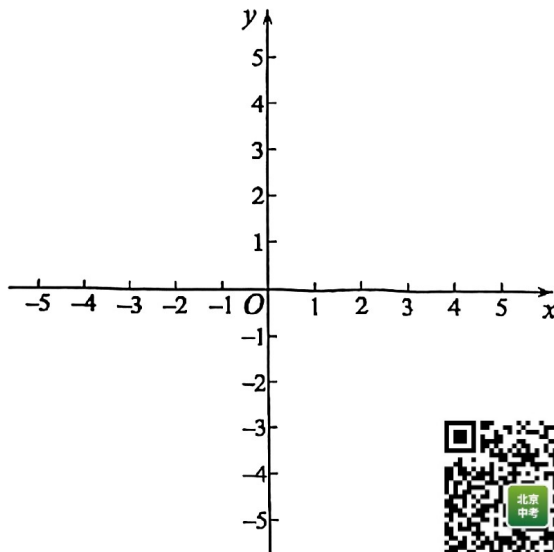
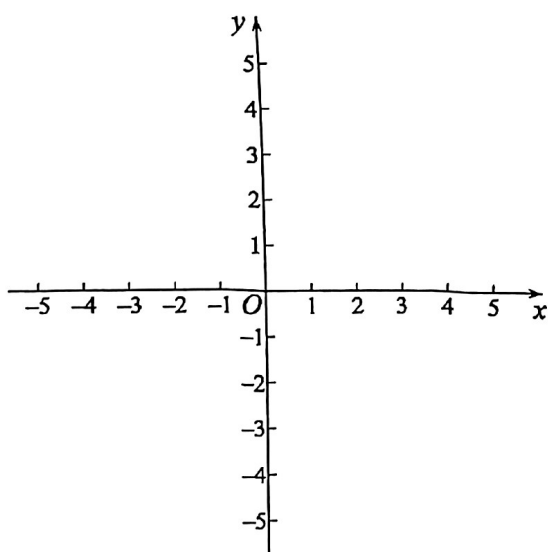
② BP 所在直线与 x 轴的交点坐标为_____.

24. 平面直角坐标系 xOy 中, $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ 是抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$ 上任意两点.

(1) 求抛物线的顶点坐标 (用含 m 的式子表示);

(2) 若 $x_1 = m - 2, x_2 = m + 2$, 比较 y_1 与 y_2 的大小, 并说明理由;

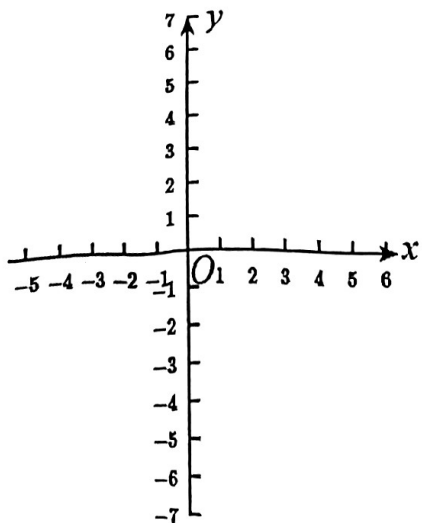
(3) 若对于 $-1 \leq x_1 < 4, x_2 = 4$, 都有



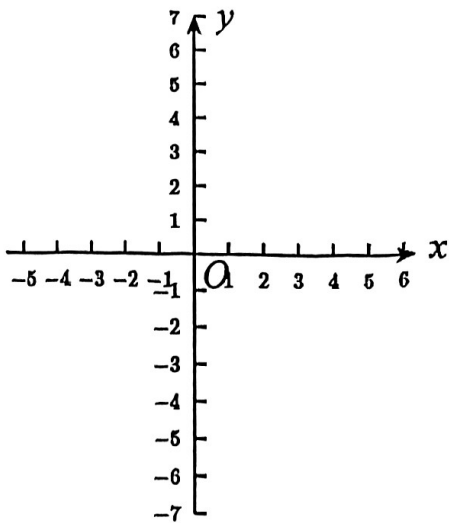
$y_1 \leq y_2$, 直接写出 m 的取值范围.



25. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(a, b)$. 对于点 $P(x, y)$ 给出如下定义: 当 $x \neq a$ 时, 若实数 k 满足 $|y - b| = k|x - a|$, 则称 k 为点 P 关于点 A 的距离系数. 若图形 M 上所有点关于点 A 的距离系数存在最小值, 则称此最小值为图形 M 关于点 A 的距离系数.



备用图1



备用图2



(1) 当点 A 与点 O 重合时, 在 $P_1(2, 2), P_2(-2, 1), P_3(-4, 4)$ 中, 关于点 A 的距离系数为 1 的是 _____;

(2) 已知点 $B(-2, 1), C(1, 1)$, 若线段 BC 关于点 $A(m, -1)$ 的距离系数小于 $\frac{1}{2}$, 则 m 的取值范围为 _____;

(3) 已知点 $A(4, 0), T(0, t)$, 其中 $2 \leq t \leq 4$. 以点 T 为对角线的交点作边长为 2 的正方形, 正方形的各边均与某条坐标轴垂直, 点 D, E 为该正方形上的动点, 线段 DE 的长度是一个定值 ($0 < DE < 2$).

① 线段 DE 关于点 A 的距离系数的最小值为 _____;

② 若线段 DE 关于点 A 的距离系数的最大值是 2, 则 DE 的长为 _____.