

# 2024 北京门头沟初二（上）期末

## 数 学



一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列的垃圾分类标志中，是轴对称图形的是（ ）



2. 芝麻是世界上最古老的油料作物之一，如果一粒芝麻质量约为 0.00000201 千克，将 0.00000201 用科学记数法表示为（ ）

- A.  $20.1 \times 10^{-5}$       B.  $2.01 \times 10^{-6}$       C.  $0.201 \times 10^{-7}$       D.  $2.01 \times 10^{-5}$

3. 若分式  $\frac{1}{x-2}$  有意义，则  $x$  的取值范围是（ ）

- A.  $x > 2$       B.  $x < 2$       C.  $x \neq 2$       D.  $x = 2$

4. 下列计算正确的是（ ）

- A.  $x^3 \cdot x^2 \cdot x = x^5$       B.  $(x^2)^3 = x^5$       C.  $\left(\frac{2x}{y}\right)^2 = \frac{4x^2}{y^2}$       D.  $x^2 + x^3 = x^5$

5. 若一个多边形的内角和是  $540^\circ$ ，则该多边形的边数为（ ）

- A. 4      B. 5      C. 6      D. 7

6. 下列各式从左到右变形正确的是（ ）

- A.  $\frac{3x^2}{6x} = \frac{x}{2}$       B.  $\frac{n}{m} = \frac{n+1}{m+1}$       C.  $\frac{n}{m} - \frac{m}{n} = \frac{n-m}{mn}$       D.  $\frac{n}{m} = \frac{n^2}{m^2}$

7. 袁老师在课堂上组织学生用小棍摆三角形，小棍的长度有 10cm，15cm，20cm 和 25cm 四种规格，小朦同学已经取了 10cm 和 15cm 两根木棍，那么第三根木棍不可能取（ ）



- A. 10cm      B. 15cm      C. 20cm      D. 25cm

8. 设  $a, b$  是实数，定义一种新运算  $a \star b = (a - b)^2$ ，下面有四个推断：

- ①  $a \star b = b \star a$       ②  $(a \star b)^2 = a^2 \star b^2$   
 ③  $(-a) \star b = a \star (-b)$       ④  $a \star (b + c) = a \star b + a \star c$ ，其中所有正确推断的序号是（ ）

A. ①②③④

B. ①③④

C. ①②

D. ①③

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 如果分式  $\frac{x-2}{x}$  的值为 0，那么  $x$  的值为是\_\_\_\_\_.

10. 分解因式： $a^3 - a =$ \_\_\_\_\_.

11. 计算： $(5xy + 4y) \div y =$ \_\_\_\_\_.

12. 如图， $AB = AC$ ，点  $D$  在  $BC$  上，添加一个条件使  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，该条件是\_\_\_\_\_.



13. 当  $x^2 - x - 3 = 0$  时，代数式  $(x-1)^2 + (x-1)(2x+1)$  的值为\_\_\_\_\_.

14. 等腰三角形的两边长分别是 4 和 9，则它的周长为\_\_\_\_\_.

15. 在平面直角坐标系  $xOy$  中， $A(0,3)$ ， $B(8,3)$ ，点  $C$  是  $x$  轴上的一个动点，当  $AC + BC$  最小时，点  $C$  的坐标是\_\_\_\_\_.

16. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB < AC$ ， $\angle BAC$  的平分线与外角  $\angle BCD$  的平分线相交于点  $M$ ，作  $AB$  的延长线得到射线  $AE$ ，作射线  $BM$ ，有下面四个结论：

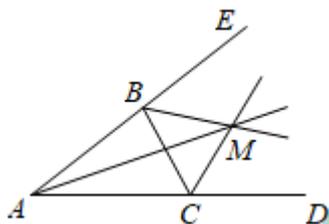
①  $\angle MCD > \angle MAB$ ；

②  $BM = CM$ ；

③ 射线  $BM$  是  $\angle EBC$  的角平分线；

④  $\angle BMC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle BAC$ .

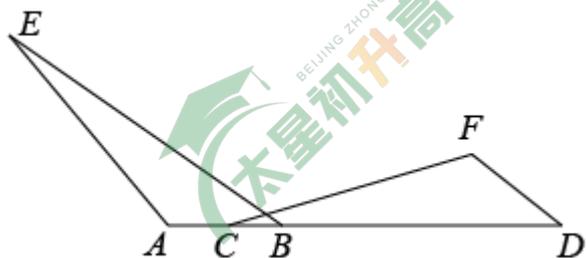
所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_.



三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，第 23~26 题每小题 6 分，第 27~28 题每小题 7 分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算:  $|-5| + 2^{-2} - (\pi - 2024)^0$ .

18. 如图, 点  $A, C, B, D$  在同一条直线上,  $BE \parallel DF$ ,  $\angle A = \angle F$ ,  $AB = FD$ , 求证:  $AE = FC$ .

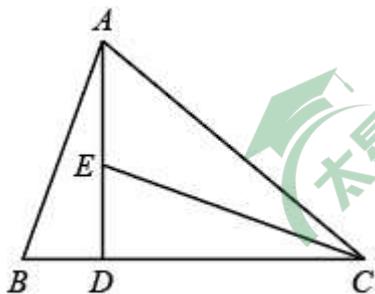


19. 计算:  $a^3 \cdot a + (-3a^3)^2 \div a^2$ .

20. 解分式方程:  $\frac{x-1}{x} + \frac{3}{x+2} = 1$ .

21. 已知  $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ , 求代数式  $\left(\frac{a^2+b^2}{a} - 2b\right) \cdot \frac{a+b}{a^2-b^2}$  的值.

22. 如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的高,  $CE$  是  $\triangle ADC$  的角平分线. 若  $\angle BAD = \angle ECD$ ,  $\angle B = 70^\circ$ , 求  $\angle CAD$  的度数.



23. 阅读材料, 并回答问题:

小亮在学习分式运算过程中, 计算  $\frac{6}{a^2-9} + \frac{1}{a+3}$  解答过程如下:

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{6}{a^2-9} + \frac{1}{a+3} \\ &= \frac{6}{(a+3)(a-3)} + \frac{1}{a+3} \text{ ①} \\ &= \frac{6}{(a+3)(a-3)} + \frac{a-3}{(a+3)(a-3)} \text{ ②} \\ &= 6+a-3 \text{ ③} \\ &= a+3 \text{ ④} \end{aligned}$$

问题: (1) 上述计算过程中, 从\_\_\_\_\_步开始出现错误 (填序号);

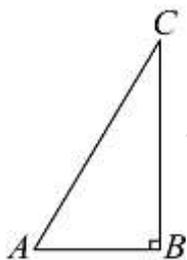
(2) 发生错误的原因是: \_\_\_\_\_;

(3) 在下面的空白处, 写出正确解答过程:

24. 下面是小东设计的尺规作图过程.

已知: 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,

求作: 点  $D$ , 使点  $D$  在  $BC$  边上, 且到  $AB$  和  $AC$  的距离相等.



作法:

① 如图, 以点  $A$  为圆心, 任意长为半径画弧, 分别交  $AB$ 、 $AC$  于点  $M$ 、 $N$ ;

② 分别以点  $M$ 、 $N$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}MN$  的长为半径画弧, 两弧交于点  $P$ ;

③ 画射线  $AP$ , 交  $BC$  于点  $D$ .

所以点  $D$  即为所求.

根据小东设计的尺规作图过程:

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: 过点  $D$  作  $DE \perp AC$  于点  $E$ , 连接  $MP$ ,  $NP$ ,

在  $\triangle AMP$  与  $\triangle ANP$  中,

$\therefore AM = AN$ ,  $MP = NP$ ,  $AP = AP$ ,

$\therefore \triangle AMP \cong \triangle ANP$  (\_\_\_\_\_),

$\therefore \angle \underline{\hspace{1cm}} = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ ,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$ ,

$\therefore DB \perp AB$ ,

又  $\therefore DE \perp AC$ ,

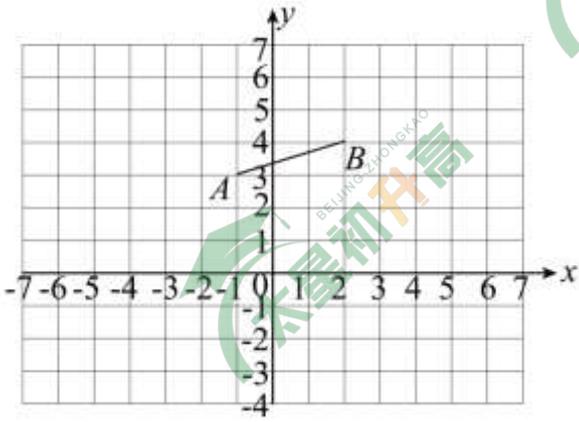
$\therefore DB = DE$  (\_\_\_\_\_).

25. 列方程或方程组解应用题:

小马自驾私家车从  $A$  地到  $B$  地, 驾驶原来的燃油汽车所需油费 108 元, 驾驶新购买的纯电动车所需电费 27 元, 已知每行驶 1 千米, 原来的燃油汽车所需的油费比新购买的纯电动汽车所需的电费多 0.54 元, 求新购买的纯电动汽车每行驶 1 千米所需的电费.

26. 如图, 在平面直角坐标系中,  $A(-1,3)$ ,  $B(2,4)$ , 连接  $AB$ .



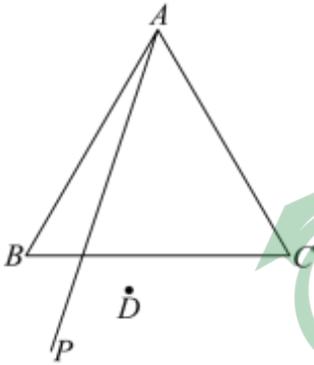


(1) 画线段  $A_1B_1$ ，使得线段  $A_1B_1$  与线段  $AB$  关于  $y$  轴对称，写出  $A_1$ 、 $B_1$  的坐标：  $A_1$ \_\_\_\_，  $B_1$ \_\_\_\_；

(2) 写出一个点  $C$  的坐标，使  $\triangle ABC$  成为等腰三角形，  $C$ (\_\_\_\_，\_\_\_\_)；

(3) 已知点  $C$  在坐标轴上，且满足  $\triangle ABC$  是等腰三角形，则所有符合条件的  $C$  点有 \_\_\_\_个。

27. 如图，  $\triangle ABC$  为等边三角形，在  $\angle BAC$  内作射线  $AP$  ( $\angle BAP < 30^\circ$ )，点  $B$  关于射线  $AP$  的对称点为点  $D$ ，连接  $AD$ ，作射线  $CD$  交  $AP$  于点  $E$ ，连接  $BE$ 。



(1) 依题意补全图形；

(2) 设  $\angle BAP = \alpha$ ，求  $\angle BCE$  的大小 (用含  $\alpha$  的代数式表示)；

(3) 用等式表示  $EA$ ，  $EB$ ，  $EC$  之间的数量关系，并证明。

28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的线段  $AB$  及点  $P$ ，给出如下定义：

如果点  $P$  满足  $PA = PB$ ，那么点  $P$  就是线段  $AB$  的“关联点”。其中，当  $0^\circ < \angle APB < 60^\circ$  时，称  $P$  为线段  $AB$  的“远关联点”；当  $60^\circ \leq \angle APB \leq 180^\circ$  时，称  $P$  为线段  $AB$  的“近关联点”。



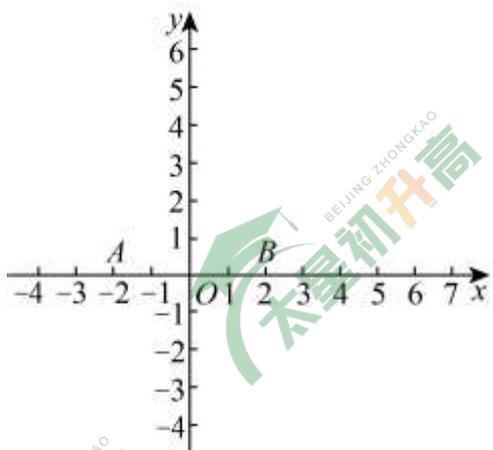


图1

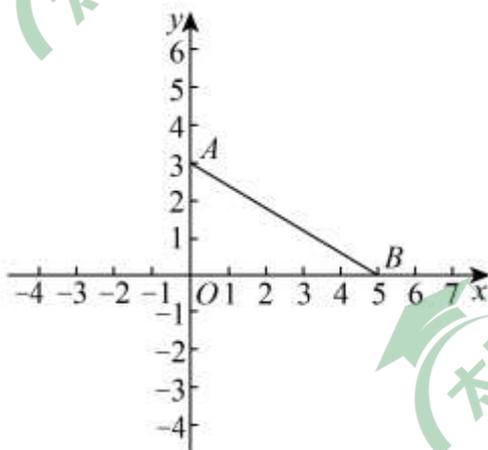


图2

(1) 如图1, 当点  $A, B$  坐标分别为  $(-2, 0)$  和  $(2, 0)$  时, 在  $P_1(-1, 3)$ ,  $P_2(0, 2)$ ,  $P_3(0, -1)$ ,  $P_4(0, 4)$  中, 线段  $AB$  的“近关联点”有\_\_\_\_\_.

(2) 如图2, 点  $A$  的坐标为  $(0, 3)$ , 点  $B$  在  $x$  轴正半轴上,  $\angle OAB = 60^\circ$ .

①如果点  $P$  在  $y$  轴上, 且为线段  $AB$  的“关联点”, 那么点  $P$  的坐标为\_\_\_\_\_;

②如果点  $P$  为线段  $AB$  的“远关联点”, 那么点  $P$  的纵坐标  $t$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



## 参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	C	C	B	A	D	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9	10	11	12	13	14	15	16
2	$a(a+1)(a-1)^{5x+4}$	$BD = CD$	9	22	(4,0)	①③④	

（答案不唯一）

三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，第 23~26 题每小题 6 分，第 27~28 题每小题 7 分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17【答案】 $\frac{17}{4}$

18【答案】证明见解析。

19【答案】 $10a^4$

20【答案】 $x = 1$

21【答案】-1

22【答案】 $50^\circ$

23【答案】（1）③；（2）分式加法法则运用错误；（3）见解析

24【答案】（1）补图见解析；

（2）SSS， $\angle PAM$ ， $\angle PAN$ ，角平分线上的点到角的两边的距离相等。

25【答案】纯电动车行驶一公里所需电费为 0.18 元

26【答案】（1）见解析，(1,3)；(-2,4)；

（2）(3,1)；

（3）7

27【答案】（1）见详解 （2） $\angle BCE = \alpha$

（3） $EA = EB + EC$ ，证明见详解

28【答案】（1） $P_2$ ， $P_3$

（2）① $(m,0)$ ；② $t < -3$  或  $t > 6$

