2023北京顺义高一（上）期末
数　　学

考生须知

1.本试卷共4页，共两部分，21道小题，满分150分.考试时间120分钟.

2.在答题卡上准确填写学校、姓名、班级和教育ID号.

3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效.

4.在答题卡上，选择题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答.

5.考试结束后，请将答题卡上交.

第一部分（选择题共40分）

一、选择题共10小题，每小题4分，共40分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 已知集合 $A=\{1,2\}$， $B=\{2,3,4\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{1,2\}$　　B. $\{2,3\}$　　C. $\{2\}$　　D. $\{3,4\}$

2. 已知函数 $f(x)=\log_3(x-2)$，那么 $f(x)$ 的定义域是（　　）

A. $\{x|\ x>0\}$　　B. $\{x|\ x<2\}$

C. $\{x|\ x\neq 2\}$　　D. $\{x\,|\,x>2\}$

3. 命题 p：“$\forall x\in \mathbf{R}, x^2>2$” 否定为（　　）

A. $\exists x\in \mathrm{R}, x^2\le 2$　　B. $\exists x\in \mathrm{R}, x^2>2$

C. $\forall x\in \mathrm{R}, x^2\le 2$　　D. $\exists x\notin \mathrm{R}, x^2\le 2$

4. 下列函数中，在区间 $(0,+\infty)$ 上是减函数的是（　　）

A. $y=\log_3 x$　　B. $y=\sqrt{x}$

C　$y=3^x$　　D. $y=-x^2$

5. 已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^{x-1}+4x-4$.在下列区间中，包含 $f(x)$ 零点的是（　　）

A. $(0,1)$　　B. $(1,2)$　　C. $(2,3)$　　D. $(3,4)$

6. 已知 $a=\log_2\dfrac{1}{2}, b=2^{\frac{1}{2}}, c=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$，则（　　）

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$

C. $c<a<b$　　D. $b<c<a$

7. 已知 $a>b$，则 $c>d$ 是 $a+c>b+d$ 的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 若函数 $f\left(x\right)=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$的图象关于直线 $x=t$ 对称，则 t 的值可以是（　　）

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　　　C. $\dfrac{5\pi}{12}$　　　　D. $\dfrac{\pi}{2}$

9. 已知 $f\left(x\right)=2x^2-\left(a-1\right)x+b\left(a,b\in \mathrm{R}\right)$，且存在 $\theta\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$使得 $f\left(\cos\theta\right)=f\left(\cos\left(\theta-\pi\right)\right)$，则 a 的值是（　　）

A. 0　　　　B. 1　　　　C. 2　　　　D. -1

10. 中国传统折扇文化有着极其深厚的底蕴，一般情况下，折扇可看作是由从一个圆面中剪下的扇形制作而成.设制作扇子的扇形面积为 S_1，圆面中剩下部分的面积为 S_2，当 $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618$时，扇面看上去形状较为美观.那么，此时制作扇子的扇形圆心角约为（　　）

A. π　　　　B. $\dfrac{5\pi}{6}$　　　　C. $\dfrac{3\pi}{4}$　　　　D. $\dfrac{2\pi}{3}$

第二部分（非选择题共 110 分）

二、填空题共 5 道小题，每题 5 分，共 25 分，把答案填在答题卡上.

11. 计算：（1）$\log_{16}2=$__________；（2）$\cos\dfrac{4\pi}{3}=$__________.

12. 不等式 $-2x^2+x\le -3$　解集是__________.

13. 函数 $y=2\sin\left(3x\right)$ 的最小正周期是_________.

14. A、B、C 三个物体同时从同一点出发向同向而行，位移 y 关于时间 $x(x>0)$ 的函数关系式分别为 $y_A=2^x-1, y_B=\log_2 x, y_C=x^{\frac{1}{2}}$，则下列结论中，所有正确结论的序号是__________.

①当 $x>1$ 时，A 总走　最前面；

②当 $0<x<1$ 时，C 总走在最前面；

③当 $x>4$ 时，B 一定走　C 前面.

15. 下表是某班 10 个学生的一次测试成绩，对单科成绩分别评等级：

学生学号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
数学成绩	140	136	136	135	134	133	128	127	124	m
语文成绩	102	110	111	126	102	134	97	95	98	n

在这 10 名学生中，已知数学成绩为“A 等”的有 8 人，语文成绩为“A 等”的有 7 人，数学与语文两科成绩全是“A 等”的有 6 人，则下列说法中，所有正确说法的序号是__________.

①当 $m>127$ 时，$n<98$；

②当 $m<127$ 时，$n>98$；

③恰有 1 名学生两科均不是“A 等”；

④学号 1~6 的学生两科成绩全“A 等”.

三、解答题共 6 道题，共 85 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

16. 已知函数 $f\left(x\right)=\sqrt{x-3}$ 定义域为集合 A，集合 $B=\{x|2<x<9\}$.

（1）求集合 A；

（2）求 $A\cup B, \complement_{\mathbf{R}}B$.

17. 已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}\ln x, 1<x\le \mathrm{e},\\ -x^2+2x+2, x\le 1.\end{cases}$ 其中，$\mathrm{e}=2.71828\cdots$.

（1）求 $f\left(\mathrm{e}\right)$ 与 $f\left(-1\right)$ 的值；

（2）求 $f\left(x\right)$ 的最大值.

18. 已知函数 $f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\varphi\right)\left(-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$，满足 $f\left(0\right)=\sqrt{3}$.

（1）求 φ 的值；

（2）求函数 $f\left(x\right)$ 的单调递增区间.

19. 在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 的顶点与原点重合，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边与单位圆交于第一象限的点 $P\left(\frac{4}{5}, y_1\right)$.

（1）求 y_1 的值；

（2）将角 α 的终边绕坐标原点 O 按逆时针方向旋转角 β 后与单位圆交于点 $Q\left(x_2, y_2\right)$，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，求 $\frac{y_2}{x_2}$ 的值.

① $\beta=\frac{\pi}{2}$；② $\beta=\pi$；③ $\beta=\frac{3\pi}{2}$.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

20. 悬链线是生活中常见的一种曲线，如沾满露珠自然下垂的蜘蛛丝；如两根电线杆之间的电线；如横跨深涧的观光索道的电缆等等.这些现象中都有相似的曲线形态.这些曲线在数学上常常被称为悬链线.这类悬链线对应的函数表达式为 $f\left(x\right)=a\mathrm{e}^{x}+b\mathrm{e}^{-x}$($a, b$ 是非零常数，无理数 $\mathrm{e}=2.71828\cdots$).

（1）当 $a=1, b=-1$ 时，判断 $f\left(x\right)$ 的奇偶性并说明理由；

（2）如果 $f\left(x\right)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的单调函数，请写出一组符合条件的 a, b 值；

（3）如果 $f\left(x\right)$ 的最小值为 2，求 $a+b$ 的最小值.

21. 已知 A 是非空数集，如果对任意 $x, y\in A$，都有 $x+y\in A, xy\in A$，则称 A 是封闭集.

（1）判断集合 $B=\{0\},C=\{-1,0,1\}$ 是否为封闭集，并说明理由；

（2）判断以下两个命题的真假，并说明理由；

命题 p：若非空集合 A_1,A_2 是封闭集，则 $A_1\cup A_2$ 也是封闭集；

命题 q：若非空集合 A_1,A_2 是封闭集，且 $A_1\cap A_2\neq\varnothing$，则 $A_1\cap A_2$ 也是封闭集；

（3）若非空集合 A 是封闭集合，且 $A\neq \mathrm{R}$, R 为全体实数集，求证：$\complement_{\mathrm{R}}A$ 不是封闭集.

参考答案

第一部分（选择题共40分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 【答案】C

【解析】

【分析】根据交集的概念，直接求解，即可得出结果.

【详解】因为 $A=\{1,2\}$， $B=\{2,3,4\}$，所以 $A\cap B=\{2\}$.

故选：C.

2. 【答案】D

【解析】

【分析】根据真数大于 0 求解可得.

【详解】由 $x-2>0$ 解得 $x>2$，

所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x|x\rangle 2\}$.

故选：D

3. 【答案】A

【解析】

【分析】根据全称量词命题的否定形式直接判断可得.

【详解】全称量词命题的否定为特称量词命题，

所以 $\forall x\in\mathbf{R},x^2>2$ 的否定为 $\exists x\in\mathbf{R},x^2\le 2$.

故选：A

4. 【答案】D

【解析】

【分析】由解析式直接得到函数的单调性，选出正确答案.

【详解】 $y=\log_3 x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，A 错误；

$y=\sqrt{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，B 错误；

$y=3^x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，C 错误；

$y=-x^2$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递增，在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，D 正确.

故选：D

5. 【答案】A

【解析】

【分析】依次求出 $f(0)$，$f(1)$，$f(2)$，$f(3)$ 的符号，由零点存在定理判断即可.

【详解】$f(0)=\frac{1}{\mathrm{e}}-4<0,\ f(1)=1>0,\ f(2)=\mathrm{e}+4>0,\ f(3)=\mathrm{e}^2+8>0$，由零点存在定理可知，包含 $f(x)$ 零点的是 $(0,1)$.

故选：A

6. 【答案】B

【解析】

【分析】由对数运算直接求出 $a=-1<0$，由 $y=2^x$ 为增函数可得 $0<c<b$，即可判断.

【详解】$a=\log_2\frac{1}{2}=-1<0$，由 $y=2^x$ 为增函数可知 $0<2^{-\sqrt{2}}<2^{\frac{1}{2}}$，即 $a<0<c<b$.

故选：B

7. 【答案】A

【解析】

【分析】由不等式的可加性可以直接推出 $a+c>b+d$；反之，可以赋值验证 $c>d$ 不成立.

【详解】已知 $a>b$，若 $c>d$，由不等式的可加性，则 $a+c>b+d$ 成立；

已知 $a>b$，若 $a+c>b+d$ 成立，则 $c>d$ 不一定成立，例如，令 $a=10, b=1$，$c=0, d=1$，

$a+c=10$，$b+d=2$，满足 $a>b$，$a+c>b+d$，但 $c<d$.

所以 $c>d$ 是 $a+c>b+d$ 的充分不必要条件.

故选：A.

8. 【答案】C

【解析】

【分析】令 $2x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbf{Z}$，然后对 k 赋值可得.

【详解】由 $2x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，得 $x=\frac{5\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbf{Z}$

取 $k=0$ 可得 $x=\frac{5\pi}{12}$.

故选：C

9. 【答案】B

【解析】

【分析】利用诱导公式得到 $f(\cos\theta)=f(-\cos\theta)$，代入函数解析式即可得到 $2(a-1)\cos\theta=0$，从而求出 a 的值.

【详解】解：因为存在 $\theta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 使得 $f(\cos\theta)=f(\cos(\theta-\pi))$，

即存在 $\theta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 使得 $f(\cos\theta)=f(-\cos\theta)$，

即 $2\cos^2\theta-(a-1)\cos\theta+b=2\cos^2\theta+(a-1)\cos\theta+b$，

即 $2(a-1)\cos\theta=0$，

因为 $\theta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $\cos\theta\in(0,1]$，

所以 $a-1=0$，所以 $a=1$.

故选：B

10. 【答案】C

【解析】

【分析】设扇子的扇形的圆心角为 α_1，圆面中剩下部分的圆心角为 α_2，半径为 r，根据扇形的面积公式得到 $\alpha_1=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\alpha_2$，再由 $\alpha_1+\alpha_2=2\pi$，求出 α_1，即可得解.

【详解】解：设扇子的扇形的圆心角为 α_1，圆面中剩下部分的圆心角为 α_2，半径为 r

则 $\frac{S_1}{S_2}=\frac{\frac{1}{2}\alpha_1r^2}{\frac{1}{2}\alpha_2r^2}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx0.618$，即 $\alpha_1=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\alpha_2$，

又 $\because\alpha_1+\alpha_2=2\pi$，

$\therefore\frac{\sqrt{5}-1}{2}\alpha_2+\alpha_2=2\pi$，

故 $\alpha_2=\frac{4\pi}{\sqrt{5}+1}=(\sqrt{5}-1)\pi$，

所以 $\alpha_1=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\alpha_2=(3-\sqrt{5})\pi$，$\alpha_1=(3-\sqrt{5})\times180^\circ\approx137.5^\circ\approx\frac{3\pi}{4}$；

故选：C.

第二部分（非选择题共 110 分）

二、填空题共 5 道小题，每题 5 分，共 25 分，把答案填在答题卡上.

11. 【答案】 ①. $\frac{1}{4}$ ##0.25 ②. $-\frac{1}{2}$ ##-0.5

【解析】

【分析】（1）由对数运算性质即可求.

（2）由诱导公式即可求.

【详解】（1）$\log_{16}2=\log_{16}16^{\frac{1}{4}}=\frac{1}{4}\log_{16}16=\frac{1}{4}$；

（2）$\cos\frac{4\pi}{3}=\cos\left(\frac{\pi}{3}+\pi\right)=-\cos\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{4}$；$-\frac{1}{2}$.

12. 【答案】$\{x \mid x \geq \frac{3}{2}$ 或 $x \leq -1\}$

【解析】

【分析】将不等式变形为$(2x-3)(x+1) \geq 0$，即可求出不等式的解集.

【详解】解：不等式$-2x^2+x \leq -3$，即$2x^2-x-3 \geq 0$，即$(2x-3)(x+1) \geq 0$，

解得$x \geq \frac{3}{2}$或$x \leq -1$，

所以不等式的解集为$\{x \mid x \geq \frac{3}{2}$ 或 $x \leq -1\}$.

故答案为：$\{x \mid x \geq \frac{3}{2}$ 或 $x \leq -1\}$

13. 【答案】$\frac{2\pi}{3}$

【解析】

【分析】直接由周期公式得解.

【详解】函数$y=2\sin(3x)$的最小正周期是：$T=\frac{2\pi}{3}=\frac{2}{3}\pi$

故填：$\frac{2}{3}\pi$

【点睛】本题主要考查了$y=A\sin(\omega x+\varphi)+B$的周期公式，属于基础题.

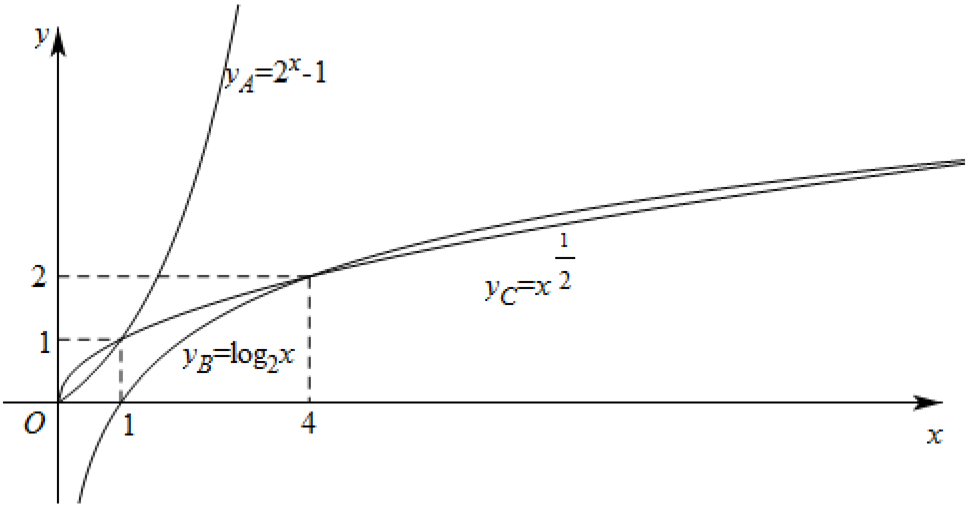
14. 【答案】①②

【解析】

【分析】画出三函数的图象，结合三种类型函数的增长速度，数形结合得到结论.

【详解】在同一坐标系内画出$y_A=2^x-1, y_B=\log_2 x, y_C=x^{\frac{1}{2}}$的函数图象，

当$x>1$时，指数函数$y_A=2^x-1$的增长速度>幂函数$y_B=x^{\frac{1}{2}}$的增长速度>对数函数$y_C=x^{\frac{1}{2}}$的增长速度，



当 $x=1$ 时，$y_A=2-1=1, y_C=1^{\frac{1}{2}}=1$，故当 $x>1$ 时，A 总走在最前面，①正确；

当 $0<x<1$ 时，由图象可知：C 总走在最前面，②正确；

当 $x=4$ 时，$y_B=\log_2 4=2, y_C=4^{\frac{1}{2}}=2$，

当 $x=16$ 时，$y_B=\log_2 16=4, y_C=16^{\frac{1}{2}}=4$，

由于幂函数 $y_B=x^{\frac{1}{2}}$ 的增长速度>对数函数 $y_C=x^{\frac{1}{2}}$ 的增长速度，

故 $4<x<16$ 时，B 走在 C 前面，

当 x>16 时，B 走在 C 后面，③错误.

故答案为：①②

15. 【答案】①③④

【解析】

【分析】根据各科成绩排名及“A 等”成绩的人数，分别讨论 $m>127$、$m=127$、$m<127$ 时数学成绩为“A 等”的情况，$n>98$、$n=98$、$n<98$ 时语文成绩为“A 等”的情况，

最后再结合符合的情况分类讨论数学与语文成绩全是“A 等”的情况，即可得出所有符合的情形，最后依次对各序号判断即可.

【详解】当 $m>127$，数学成绩为“A 等”的 8 人从高到低为1、2、3、4、5、6、7、10 号；

当 $m=127$，数学成绩为“A 等”不为 8 人，不合题意；

当 $m<127$，数学成绩为“A 等”的 8 人为1、2、3、4、5、6、7、8 号.

当 $n>98$，语文成绩为“A 等”的 7 人为1、2、3、4、5、6、10 号；

当 $n=98$，语文成绩为“A 等”不为 7 人，不合题意；

当 $n<98$，语文成绩为“A 等”的 7 人为1、2、3、4、5、6、9 号.

故当 $m>127$，$n>98$ 时，数学与语文两科成绩全是“A 等”的有1、2、3、4、5、6、10 号，共 7 人，不合题意；

当 $m>127$，$n<98$ 时，数学与语文两科成绩全是“A 等”的有1、2、3、4、5、6 号，共 6 人，符合题意；

当 $m<127$，$n>98$ 时，数学与语文两科成绩全是“A 等”的有1、2、3、4、5、6 号，共 6 人，符合题意；

当 $m<127$，$n<98$ 时，数学与语文两科成绩全是“A 等”的有1、2、3、4、5、6 号，共 6 人，符合题意.

综上可知：

对①，当 $m>127$ 时，$n<98$，①对；

对②，当 $m<127$ 时，$n\neq 98$，②错；

对③，当 $m>127$，$n<98$、$m<127$，$n>98$、$m<127$，$n<98$ 时，两科均不是“A 等” 学生依次为 8、9、10 号，均恰有 1 名，③对；

对④，学号 1~6 的学生两科成绩全“A 等”，④对.

故答案为：①③④

三、解答题共 6 道题，共 85 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

16. 【答案】（1）$[3,+\infty)$；

（2）$(2,+\infty)$，$(-\infty,2]\cup[9,+\infty)$.

【解析】

【分析】（1）定义域满足 $x-3\geq 0$ 即可；

（2）按定义直接进行并集、补集运算即可

【小问 1 详解】

由已知得，$A=\{x|\ x-3\geq 0\}$，$\therefore A=[3,+\infty)$；

【小问 2 详解】

$B=(2,9)$，$\therefore A\cup B=(2,+\infty)$，$\complement_{\mathbf{R}}B=(-\infty,2]\cup[9,+\infty)$.

17. 【答案】（1）$f(\mathrm{e})=1$，$f(-1)=-1$.

（2）3

【解析】

【分析】（1）根据分段函数的解析式可求出结果；

（2）利用函数的单调性分段求出最大值，再比较可得结果.

【小问 1 详解】

$f(\mathrm{e})=\ln \mathrm{e}=1$，

$f(-1)=-(-1)^2+2\cdot(-1)+2=-1$.

【小问 2 详解】

当 $1<x\leq \mathrm{e}$ 时，$f(x)=\ln x$ 增函数，$f(x)_{\max}=f(\mathrm{e})=1$，

当 $x\leq 1$ 时，$f(x)=-x^2+2x+2=-(x-1)^2+3$ 为增函数，$f(x)_{\max}=f(1)=3$，

因为 $3>1$，所以 $f(x)$ 的最大值为 3.

18. 【答案】（1）$\dfrac{\pi}{3}$

（2）$\left[-\frac{5\pi}{12}+k\pi,\frac{\pi}{12}+k\pi\right](k\in Z)$

【解析】

【分析】（1）根据 $f(0)=\sqrt{3}$ 代入计算可得；

（2）由（1）可得 $f(x)$ 的解析式，再根据正弦函数的性质计算可得.

【小问 1 详解】

解：因为 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)$ 且 $f(0)=\sqrt{3}$，

所以 $f(0)=2\sin\varphi=\sqrt{3}$，即 $\sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}$，又 $-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$

【小问 2 详解】

解：由（1）可得 $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，

令 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in Z)$，解得 $-\frac{5\pi}{12}+k\pi\le x\le\frac{\pi}{12}+k\pi(k\in Z)$，

所以函数的单调递增区间为 $\left[-\frac{5\pi}{12}+k\pi,\frac{\pi}{12}+k\pi\right](k\in Z)$.

19. 【答案】（1）$\frac{3}{5}$

（2）若选①，则 $\frac{y_2}{x_2}=-\frac{4}{3}$；若选②，则 $\frac{y_2}{x_2}=\frac{3}{4}$；若选③，则 $\frac{y_2}{x_2}=-\frac{4}{3}$.

【解析】

【分析】（1）根据点 $P\left(\frac{4}{5},y_1\right)$ 为单位圆上位于第一象限的点，直接求解即可；

（2）根据三角函数的定义，先得到 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$，$\cos\alpha=\frac{4}{5}$，$\sin(\alpha+\beta)=y_2$，$\cos(\alpha+\beta)=x_2$；再结合所选条件，利用诱导公式，即可求解.

【小问 1 详解】

（1）因为角 α 的终边与单位圆交于第一象限的点 $P\left(\frac{4}{5},y_1\right)$，

所以 $\begin{cases}\left(\frac{4}{5}\right)^2+y_1^{\ 2}=1\\ y_1>0\end{cases}$，解得 $y_1=\frac{3}{5}$；

【小问 2 详解】

（2）由（1）根据三角函数的定义可得，$\sin\alpha=\frac{3}{5}$，$\cos\alpha=\frac{4}{5}$，$\sin(\alpha+\beta)=y_2$，$\cos(\alpha+\beta)=x_2$；

若选条件① $\beta=\frac{\pi}{2}$，

则 $\frac{y_2}{x_2}=\frac{\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}=\frac{\cos\alpha}{-\sin\alpha}=-\frac{4}{3}$；

若选条件② $\beta=\pi$，

则 $\frac{y_2}{x_2}=\frac{\sin(\alpha+\pi)}{\cos(\alpha+\pi)}=\frac{-\sin\alpha}{-\cos\alpha}=\frac{3}{4}$；

若选条件③ $\beta=\frac{3\pi}{2}$，

则 $\frac{y_2}{x_2}=\frac{\sin\left(\alpha+\frac{3\pi}{2}\right)}{\cos\left(\alpha+\frac{3\pi}{2}\right)}=\frac{-\cos\alpha}{\sin\alpha}=-\frac{4}{3}$.

20. 【答案】（1）奇函数，理由见解析；

（2）$a=1,\ b=-1$（$ab\leqslant 0$ 均可）

（3）2

【解析】

【分析】（1）由奇偶函数的定义判断即可；

（2）$f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的单调函数，则 $ab=0$ 或 $y=ae^x$，$y=be^{-x}$ 单调性相同即可，结合指数函数单调性判断即可；

（3）当 $ab\leqslant 0$ 时，$f(x)$ 单调无最小值，再结合均值不等式分别讨论 $a>0,\ b>0$、$a<0,\ b<0$ 时是否有最小值，即可得 a、b 的关系式，从而进一步求 $a+b$ 的最小值.

【小问 1 详解】

$f(x)$ 为奇函数. 理由如下：

当 $a=1, b=-1$ 时，$f(x)=e^x-e^{-x}$，$x\in\mathbf{R}$，$\because f(-x)=e^{-x}-e^x=-f(x)$，$\therefore f(x)$ 为奇函数.

【小问 2 详解】

$\because f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的单调函数，则 $ab=0$ 或 $y=ae^x$，$y=be^{-x}$ 单调性相同即可，故 $ab\leqslant 0$.

一组符合条件的 a,b 值为 $a=1,\ b=-1$（$ab\leqslant 0$ 均可）.

【小问 3 详解】

$f(x)$ 的最小值为 2，由（2）得当 $ab\leqslant 0$ 时，$f(x)$ 单调无最小值，故 $ab>0$.

当 $a>0,\ b>0$ 时，$f(x)=ae^x+be^{-x}\geq 2\sqrt{ae^x\cdot be^{-x}}=2\sqrt{ab}$，当且仅当 $e^{2x}=\frac{b}{a}$ 时取等号，且当 $ab=1$

时，$f\left(x\right)$的最小值为2，此时$a+b\geq 2\sqrt{ab}=2$，当且仅当$a=b=1$时取等号；

当$a<0,\ b<0$时，$f\left(x\right)=-\left(-ae^{x}-be^{-x}\right)\leq -2\sqrt{-ae^{x}\cdot\left(-be^{-x}\right)}=2\sqrt{ab}$，无最小值，不合题意.

综上，$a+b$的最小值为2.

21. 【答案】（1）集合$B=\left\{0\right\},C=\left\{-1,0,1\right\}$都是封闭集，理由见解析；

（2）命题p为假命题，命题q为真命题，理由见解析；

（3）见解析.

【解析】

【分析】(1)根据封闭集的定义判断即可；

(2) 对命题p举反例$A_1=\{x\,|\,x=2k,k\in \mathrm{Z}\},A_2=\{x\,|\,x=3k,k\in \mathrm{Z}\}$说明即可；

对于命题q：设$a,b\in(A_1\cap A_2)$，由A_1,A_2是封闭集，可得$a+b\in(A_1\cap A_2),ab\in(A_1\cap A_2)$，从而判断为正确；

(3)根据题意，令$A=Q$，只需证明$\complement_{\mathrm{R}}Q$不是封闭集即可，取$\complement_{\mathrm{R}}Q$中的$\pm\sqrt{2}$即可证明.

【小问1详解】

解：对于集合$B=\left\{0\right\}$，因为$0+0=0\in B,0\times 0=0\in B$，

所以$B=\left\{0\right\}$是封闭集；

对于集合$C=\left\{-1,0,1\right\}$，因为$-1+0=-1\in C,-1\times 0=0\in C$，$-1+1=0\in C,-1\times 1=-1\in C$，

$0+1=1\in C,0\times 1=0\in C$，

所以集合$C=\left\{-1,0,1\right\}$是封闭集；

【小问2详解】

解：对命题p：令$A_1=\{x\,|\,x=2k,k\in \mathrm{Z}\},A_2=\{x\,|\,x=3k,k\in \mathrm{Z}\}$，

则集合A_1,A_2是封闭集，如$A_1=\{0,-2\},A_2=\{0,3\}$，但$A_1\cup A_2=\{0,-2,3\}$不是封闭集，故错误；

对于命题q：设$a,b\in(A_1\cap A_2)$，则有$a,b\in A_1$，又因为集合A_1是封闭集，

所以$a+b\in A_1,ab\in A_1$，

同理可得$a+b\in A_2,ab\in A_2$，

所以$a+b\in(A_1\cap A_2),ab\in(A_1\cap A_2)$，

所以$A_1\cap A_2$是封闭集，故正确；

【小问3详解】

证明：因为非空集合A是封闭集合，且$A\neq \mathrm{R}$,

所以$\complement_{\mathrm{R}}A\neq\varnothing,\complement_{\mathrm{R}}A\neq \mathrm{R}$，

假设$\complement_{\mathrm{R}}A$是封闭集，

由(2)的命题q可知：若非空集合A_1, A_2是封闭集，且$A_1 \cap A_2 \neq \varnothing$，则$A_1 \cap A_2$也是封闭集，

又因为$A \cap (\complement_{R} A) = \varnothing$，

所以$\complement_{R} A$不是封闭集.

得证.