2016-2017 学年北京 161 中七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1．－2016 的绝对值是（　　）

A．2016　B．－2016　C．$\frac{1}{2016}$　D．$-\frac{1}{2016}$

2．近年来，中国高铁发展迅速，高铁技术不断走出国门，成为展示我国实力的新名片．预计到 2015 年底，中国高速铁路营运里程将达到 18000 公里．将 18000 用科学记数法表示应为（　　）

A．18×10^3 B．1.8×10^3 C．1.8×10^4 D．1.8×10^5

3．下列式子中，正确的是（　　）

A．$-0.4<-\frac{1}{2}$ B．$-\frac{4}{5}<-\frac{6}{7}$ C．$-\frac{9}{8}>-\frac{8}{9}$　D．$(-4)^2>(-3)^2$

4．下列运算正确的是（　　）

A．$2m^2+3m^3=5m^5$　B．$5xy-4xy=xy$

C．$5c^2+5d^2=5c^2d^2$　D．$2x^2-x^2=2$

5．有理数 a，b 在数轴上的位置如图所示，则下列各式成立的是（　　）

A．$b-a>0$ B．$-b>0$　C．$a>-b$　D．$-ab<0$

6．下列说法中正确的是（　　）

A．$|a|$一定是正数　B．$-a$ 一定是负数

C．$-(-a)$一定是正数　D．如果$\frac{|a|}{a}=-1$，那么 $a<0$

7．若 x=2 是关于 x 的方程 ax+6=2ax 的解，则 a 的值为（　　）

A．3　B．2　C．1　D．$\frac{1}{2}$

8．已知 $a^2-2b=1$，则代数式 $2a^2-4b-3$ 的值是（　　）

A．1　B．－1 C．5　D．－5

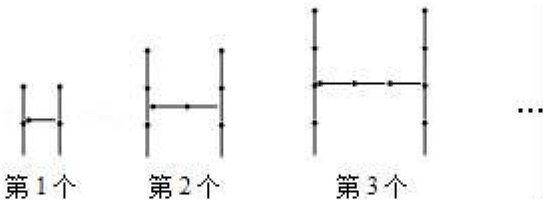
9．下列式子的变形中，正确的是（　　）

A．由 6+x=10 得 x=10+6 B．由 3x+5=4x 得 3x－4x=－5

C．由 8x=4－3x 得 8x－3x=4 D．由 2（x－1）=3 得 2x－1=3

10．用火柴棍按如图所示的方式摆大小不同的“H”，依此规律，摆出第 n 个“H”

需要火柴棍的根数是（　　）



A．$2n+3$　B．$3n+2$　C．$3n+5$　D．$4n+1$

二、填空题（本大题共 8 小题，11-14 题每题 2 分，15-18 题每题 3 分，共 20 分）

11．用四舍五入法将 5.876 精确到 0.01，所得到的近似数为____．

12．请写出一个只含有 x，y 两个字母，次数为 5，系数是负数的单项式____．

13．一家商店把一种旅游鞋按成本价 a 元提高 50%标价，然后再以 8 折优惠卖出，则这种旅游鞋每双的售价是____元．（用含 a 的式子表示）

14．数轴上点 A 表示的数为－4，点 B 与点 A 的距离为 5，则点 B 表示的数为____．

15．若$|x+7|+(y-6)^2=0$，则$(x+y)^{2016}$的值为____．

16．若 $5x^6y^{2m}$ 与 $-3x^{n+9}y^6$ 是同类项，那么 n^m 的值为____．

17．在如图所示的 3×3 方阵图中，处于同一横行、同一竖列、同一斜对角线上的 3 个数之和都相等．现在方阵图
中已填写了一些数和代数式（其中每个代数式都表示一个数），则 x 的值为____，空白处应填写的 3 个数的和为____．

－2	－4	3x+6
4	x	
－x－6		

18．a 是不为 1 的有理数，我们把$\frac{1}{1-a}$称为 a 的差倒数．如：2 的差倒数是$\frac{1}{1-2}=-1$，－1 的差倒数是$\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$．已知 $a_1=-5$，a_2 是 a_1 的差倒数，a_3 是 a_2 的差倒数，a_4 是 a_3 的差的倒数，…，依此类推，a_{2015} 的差倒数 a_{2016}=____．

三、计算（本大题共 1 小题，每题 4 分，共 16 分）

19．（1）$(-12.7)-(-5\frac{2}{5})-87.3+3\frac{3}{5}$

（2）$-2.5\div\frac{5}{16}\times(-\frac{1}{8})\div(-4)$

（3）$\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}+\frac{5}{12}\right)\times(-36)$

（4）$-1^4\times\left|1-\frac{7}{6}\right|+\frac{3}{4}\times\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2-2\right]$.

四、解下列方程（本大题共 1 小题，每题 5 分，共 10 分）

20.（1）$3(x-2)=x-(2x-1)$

（2）$1-\frac{x-1}{4}=\frac{2x+1}{6}$.

五、解答题（本大题共 4 小题，每题 6 分，共 24 分）

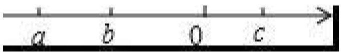
21．先化简，再求值 $3(4a^2-2ab^3)-4(5a^2-3ab^3)$，其中 $a=\frac{1}{2}$，$b=-1$.

22．已知：设 $A=3a^2+5ab+3$，$B=a^2-ab$，求当 a、b 互为倒数时，$A-3B$ 的值.

23．有理数 a，b，c 在数轴上的位置如图所示.

（1）用“<”连接：0，a，b，c；

（2）化简代数式：$3|c-a|+2|b-c|-3|a+b|$.



24．用“☆”定义一种新运算：对于任意有理数 a 和 b，规定 $a☆b=ab^2+2ab+a$.

如：$1☆2=1\times2^2+2\times1\times2+1=9$.

（1）求（-2）☆3 的值；

（2）若 $\left(\frac{a+1}{2}☆3\right)☆\left(-\frac{1}{2}\right)=8$，求 a 的值；

（3）若 $2☆x=m$，$\left(\frac{1}{4}x\right)☆3=n$（其中 x 为有理数），试比较 m，n 的大小.

四、解答题（共 3 小题，第 1、2 题每题 6 分，第 3 题 8 分，共 20 分）

25．1883 年，德国数学家格奥尔格•康托尔引入位于一条线段上的一些点的集合，他的做法如下：

取一条长度为 1 的线段，将它三等分，去掉中间一段，余下两条线段，达到第 1 阶段；将剩下的两条线段再分别三等分，各去掉中间一段，余下四条线段，达到第 2 阶段；再将剩四条线段，分别三等分，分别去掉中间一段，余下八条线段，达到第 3 阶段；…；这样的操作一直继续下去，在不断分割舍弃过程中，所形成

的线段数目越来越多，把这种分形，称做康托尔点集．下图是康托尔点集的最初几个阶段，当达到第 5 个阶段时，余下的线段的长度之和为____；当达到第 n 个阶段时（n 为正整数），余下的线段的长度之和为____．

26．对于正整数 a，我们规定：若 a 为奇数，则 f（a）=3a+1；若 a 为偶数，则 f（a）$=\frac{a}{2}$．例如 f（15）=3×15+1=46，f（10）$=\frac{10}{2}$=5．若 $a_1=8$，$a_2=f(a_1)$，$a_3=f(a_2)$，$a_4=f(a_3)$，…，依此规律进行下去，得到一列数 a_1，a_2，a_3，a_4，…，a_n，…（n 为正整数），则 $a_3=$____，$a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{2016}=$____．

27．阅读材料，大数学家高斯在上学读书时曾经研究过这样一个问题，1+2+3+…10=？

经过研究，这个问题的一般结论是 $1+2+3+\ldots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$，其中 n 是正整数，现在我们来研究一个类似的问题：1×2+2×3+…+n（n+1）=？

观察下面三个特殊的等式：

$1\times2=\frac{1}{3}(1\times2\times3-0\times1\times2)$

$2\times3=\frac{1}{3}(2\times3\times4-1\times2\times3)$

$3\times4=\frac{1}{3}(3\times4\times5-2\times3\times4)$

将这三个等式的两边相加，可以得到 $1\times2+2\times3+3\times4=\frac{1}{3}\times3\times4\times5=20$

读完这段材料，请你计算：

（1）1×2+2×3+…+100×101

（2）1×2+2×3+…+n（n+1）

（3）1×2×3+2×3×4+…+n（n+1）（n+2）

2016-2017 学年北京 161 中七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1．﹣2016 的绝对值是（　　）

A．2016　B．﹣2016　C．$\frac{1}{2016}$　D．﹣$\frac{1}{2016}$

【考点】绝对值．

【分析】根据正数的绝对值是本身，0 的绝对值为 0，负数的绝对值是其相反数．

【解答】解：∵﹣2016 的绝对值等于其相反数，

∴﹣2016 的绝对值是 2016．

故选 A．

2．近年来，中国高铁发展迅速，高铁技术不断走出国门，成为展示我国实力的新名片．预计到 2015 年底，中国高速铁路营运里程将达到 18000 公里．将 18000 用科学记数法表示应为（　　）

A．18×10^3 B．1.8×10^3 C．1.8×10^4 D．1.8×10^5

【考点】科学记数法—表示较大的数．

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leq|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数．

【解答】解：将 18000 用科学记数法表示为：1.8×10^4，

故选 C．

3．下列式子中，正确的是（　　）

A．$-0.4<-\frac{1}{2}$ B．$-\frac{4}{5}<-\frac{6}{7}$ C．$-\frac{9}{8}>-\frac{8}{9}$ D．$(-4)^2>(-3)^2$

【考点】有理数大小比较．

【分析】根据负数的绝对值越大，这个数反而越小分别对 A、B、C 进行判断；计算 - 4 和 - 3 的平方，可对 D 进行判断.

【解答】解：A、由于$|-0.4|=0.4$，$|-\frac{1}{2}|=0.5$，则$-0.4>-\frac{1}{2}$，所以 A 选项错误；

B、由于$|-\frac{4}{5}|=\frac{4}{5}=\frac{28}{35}$，$|-\frac{6}{7}|=\frac{6}{7}=\frac{30}{35}$，则$-\frac{4}{5}>-\frac{6}{7}$，所以 B 选项错误；

C、由于$|-\frac{9}{8}|=\frac{9}{8}$，$|-\frac{8}{9}|=\frac{8}{9}$，则$-\frac{9}{8}<-\frac{8}{9}$，所以 C 选项错误；

D、由于$(-4)^2=14$，$(-3)^2=9$，所以 D 选项正确.

故选 D.

4．下列运算正确的是（　　）

A．$2m^2+3m^3=5m^5$　　B．$5xy-4xy=xy$

C．$5c^2+5d^2=5c^2d^2$　　D．$2x^2-x^2=2$

【考点】合并同类项.

【分析】根据同类项的概念和合并同类项的方法判断，合并即可.

【解答】解：A.$2m^2$与$3m^3$，$2m^2$不是同类项，本选项错误，

B.$5xy-4xy=xy$，本选项正确，

C.$5c^2+5d^2=5c^2d^2$不是同类型，本选项错误，

D.$2x^2-x^2=x^2$，本选项错误，

故选 B.

5．有理数 a，b 在数轴上的位置如图所示，则下列各式成立的是（　　）

A．$b-a>0$ B．$-b>0$　C．$a>-b$　D．$-ab<0$

【考点】数轴.

【分析】根据数轴上的点表示的数：原点左边的数小于零，原点右边的数大于零，可得 a、b 的大小，根据有理数的运算，可得答案.

【解答】解：A、由大数减小数得正，得$b-a>0$，故 A 正确；

B、$b>0$，$-b<0$，故 B 错误；

C、由$|b|<|a|$，得$a<-b$，故C错误；

D、由ab异号得，$ab<0$，$-ab>0$，故D错误；

故选：A.

6．下列说法中正确的是（　　）

A．$|a|$一定是正数　B．$-a$一定是负数

C．$-(-a)$一定是正数　D．如果$\frac{|a|}{a}=-1$，那么$a<0$

【考点】绝对值；相反数.

【分析】利用绝对值的性质、相反数的意义进行判断即可.

【解答】解：A、当$a=0$时，$|a|=0$，故A错误；

B、当a为负数时，$-a$为正数，故B错误；

C、$-(-a)=a$，当a为负数或零时，不成立，故C错误；

D、$a<0$时，$|a|=-a$，故$\frac{|a|}{a}=-1$，故D正确.

故选：D.

7．若$x=2$是关于x的方程$ax+6=2ax$的解，则a的值为（　　）

A．3　B．2　C．1　D．$\frac{1}{2}$

【考点】一元一次方程的解.

【分析】把$x=2$代入方程，即可得出一个关于a的一元一次方程，求出方程的解即可.

【解答】解：把$x=2$代入方程$ax+6=2ax$得：$2a+6=4a$，

解得：$a=3$，

故选A.

8．已知$a^2-2b=1$，则代数式$2a^2-4b-3$的值是（　　）

A．1　B．-1 C．5　D．-5

【考点】代数式求值.

【分析】依据等式的性质求得$2a^2-4b$的值，然后再代入计算即可.

【解答】解：∵$a^2-2b=1$，

∴$2a^2-4b=2$．

∴原式=2﹣3=﹣1．

故选：B．

9．下列式子的变形中，正确的是（　　）

A．由 6+x=10 得 x=10+6 B．由 3x+5=4x 得 3x﹣4x=﹣5

C．由 8x=4﹣3x 得 8x﹣3x=4 D．由 2（x﹣1）=3 得 2x﹣1=3

【考点】等式的性质．

【分析】根据等式的基本性质：①等式的两边同时加上或减去同一个数或字母，等式仍成立；

②等式的两边同时乘以或除以同一个不为 0 的数或字母，等式仍成立．即可解决．

【解答】解：A、由 6+x=10 利用等式的性质 1，可以得到 x=10﹣6，故选项错误；

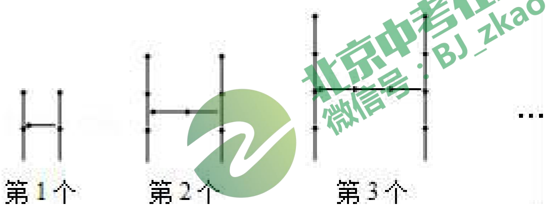
B、依据等式性质 1，即可得到，故选项正确；

C、由 8x=4﹣3x 等式的性质 1，可以得到 8x+3x=4，故选项错误；

D、由 2（x﹣1）=3 得 2x﹣2=3，故选项错误．

故选 B．

10．用火柴棍按如图所示的方式摆大小不同的“H”，依此规律，摆出第 n 个“H”需要火柴棍的根数是（　　）



A．2n+3　　B．3n+2　　C．3n+5　　D．4n+1

【考点】规律型：图形的变化类．

【分析】通过观察图形易得每个“H”需要火柴棍的根数都比前面的“H”需要火柴棍的根数多 3 根，从而得到一个等差数列，利用图形序号 n 来表示出规律即可．

【解答】解：由图可知

第 1 个图中：需要火柴棍的根数是 5=2+3×1；

第 2 个图中：需要火柴棍的根数是 5+3=2+3+3=2+3×2；

第 3 个图中：需要火柴棍的根数是 5+3+3=2+3+3+3=2+3×3；

…

第 n 个图中：需要火柴棍的根数是 2+3n．

故选 B．

二、填空题（本大题共 8 小题，11-14 题每题 2 分，15-18 题每题 3 分，共 20 分）

11．用四舍五入法将 5.876 精确到 0.01，所得到的近似数为 5.88 ．

【考点】近似数和有效数字．

【分析】根据近似数的精确度求解．

【解答】解：5.876≈5.88（精确到 0.01）．

故答案为 5.88．

12. 请写出一个只含有 x，y 两个字母，次数为 5，系数是负数的单项式 $-x^2y^3$ ．

【考点】单项式．

【分析】根据单项式系数及次数的定义进行解答即可．

【解答】解：符合条件的单项式为： $-x^2y^3$．

故答案为： $-x^2y^3$（答案不唯一）．

13. 一家商店把一种旅游鞋按成本价 a 元提高 50%标价，然后再以 8 折优惠卖出，则这种旅游鞋每双的售价是 1.2a 元．（用含 a 的式子表示）

【考点】列代数式．

【分析】根据每件成本价 a 元，提高 50%得出标价的价格，再根据按标价的 8 折出售，即可列出代数式．

【解答】解：根据题意可得：a（1+50%）×0.8=1.2a．

故答案为：1.2a

14. 数轴上点 A 表示的数为﹣4，点 B 与点 A 的距离为 5，则点 B 表示的数为 ﹣9 或 1 ．

【考点】数轴．

【分析】分为两种情况：B 点在 A 点的左边和 B 点在 A 点的右边，求出即可．

【解答】解：当 B 点在 A 点的左边时，点 B 表示的数为 $-4-5=-9$，

当 B 点在 A 点的右边时，点 B 表示的数为 $-4+5=1$，

故答案为：-9 或 1．

15．若 $|x+7|+(y-6)^2=0$，则 $(x+y)^{2016}$ 的值为__1__．

【考点】非负数的性质：偶次方；非负数的性质：绝对值．

【分析】根据非负数的性质列方程求出 x、y 的值，然后代入代数式进行计算即可得解．

【解答】解：由题意得，$x+7=0$，$y-6=0$，

解得 $x=-7$，$y=6$，

所以，$(x+y)^{2016}=(-7+6)^{2016}=1$．

故答案为：1．

16．若 $5x^6y^{2m}$ 与 $-3x^{n+9}y^6$ 是同类项，那么 n^m 的值为__-27__．

【考点】同类项．

【分析】根据同类项的定义，所含字母相同且相同字母的指数也相同的项是同类项，可得答案．

【解答】解：由题意，得

$n+9=6$，$2m=6$．

解得 $m=3$，$n=-3$．

$n^m=-27$，

故答案为：-27．

17．在如图所示的 3×3 方阵图中，处于同一横行、同一竖列、同一斜对角线上的 3 个数之和都相等．现在方阵图

中已填写了一些数和代数式（其中每个代数式都表示一个数），则 x 的值为__-1__，空白处应填写的 3 个数的和为__-4__．

﹣2	﹣4	3x+6
4	x	
﹣x﹣6		

【考点】一元一次方程的应用.

【分析】根据处于同一横行、同一竖列、同一斜对角线上的 3 个数之和都相等列出方程，解方程即可.

【解答】解：由题意得，﹣2+4+（﹣x﹣6）=﹣2﹣4+（3x+6），

解得，x=﹣1，

则﹣2+4+（﹣x﹣6）=﹣3，

﹣3﹣（﹣4）﹣（﹣1）=2，﹣3﹣4﹣（﹣1）=﹣6，﹣3﹣（﹣5）﹣2=0，

2﹣6+0=﹣4，

故答案为：﹣1；﹣4.

18．a 是不为 1 的有理数，我们把$\frac{1}{1-a}$称为 a 的差倒数．如：2 的差倒数是$\frac{1}{1-2}$=﹣1，﹣1 的差倒数是$\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$．已知 a_1=﹣5，a_2是 a_1的差倒数，a_3是 a_2的差倒数，a_4是 a_3的差的倒数，…，依此类推，a_{2015}的差倒数 a_{2016}=__$\frac{6}{5}$__.

【考点】规律型：数字的变化类；倒数.

【分析】根据差倒数的定义分别求出前几个数便不难发现，每 3 个数为一个循环组依次循环，用 2016 除以 3，根据余数的情况确定出与 a_{2016}相同的数即可得解.

【解答】解：∵a_1=﹣5，

$a_2=\frac{1}{1-a_1}=\frac{1}{1-(-5)}=\frac{1}{6}$，

$a_3=\frac{1}{1-a_2}=\frac{1}{1-\frac{1}{6}}=\frac{6}{5}$，

$a_4=\frac{1}{1-a_3}=\frac{1}{1-\frac{6}{5}}$=﹣5，

…

∴数列以﹣5，$\frac{1}{6}$，$\frac{6}{5}$三个数依次不断循环

∵2016÷3=672，

$\therefore a_{2016}=a_3=\frac{6}{5}$,

故答案为：$\frac{6}{5}$.

三、计算（本大题共 1 小题，每题 4 分，共 16 分）

19.（1）$(-12.7)-(-5\frac{2}{5})-87.3+3\frac{3}{5}$

（2）$-2.5\div\frac{5}{16}\times(-\frac{1}{8})\div(-4)$

（3）$(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}+\frac{5}{12})\times(-36)$

（4）$-1^4\times|1-\frac{7}{6}|+\frac{3}{4}\times[(-\frac{2}{3})^2-2]$.

【考点】有理数的混合运算．

【分析】（1）应用加法交换律和加法结合律，求出算式的值是多少即可．

（2）（4）根据有理数的混合运算的运算方法，求出每个算式的值各是多少即可．

（3）应用乘法分配律，求出算式的值是多少即可．

【解答】解：（1）$(-12.7)-(-5\frac{2}{5})-87.3+3\frac{3}{5}$

$=(-12.7-87.3)+(5\frac{2}{5}+3\frac{3}{5})$

$=-100+9$

$=-91$

（2）$-2.5\div\frac{5}{16}\times(-\frac{1}{8})\div(-4)$

$=-8\times(-\frac{1}{8})\div(-4)$

$=1\div(-4)$

$=-\frac{1}{4}$

（3）$(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}+\frac{5}{12})\times(-36)$

$=\frac{1}{6}\times(-36)-\frac{2}{3}\times(-36)+\frac{5}{12}\times(-36)$

$=-6+24-15$

=3

（4）$-1^4\times|1-\frac{7}{6}|+\frac{3}{4}\times[(-\frac{2}{3})^2-2]$

$=-1\times\frac{1}{6}+\frac{3}{4}\times[\frac{4}{9}-2]$

$=-\frac{1}{6}+\frac{3}{4}\times[-\frac{14}{9}]$

$=-\frac{1}{6}-\frac{7}{6}$

$=-\frac{4}{3}$

四、解下列方程（本大题共 1 小题，每题 5 分，共 10 分）

20.（1）$3(x-2)=x-(2x-1)$

（2）$1-\frac{x-1}{4}=\frac{2x+1}{6}$.

【考点】解一元一次方程.

【分析】（1）方程去括号，移项合并，把 x 系数化为 1，即可求出解；

（2）方程去分母，去括号，移项合并，把 x 系数化为 1，即可求出解.

【解答】解：（1）去括号得：$3x-6=x-2x+1$，

移项合并得：$4x=7$，

解得：$x=\frac{7}{4}$；

（2）去分母得：$12-3x+3=4x+2$，

移项合并得：$-7x=-13$，

解得：$x=\frac{13}{7}$.

五、解答题（本大题共 4 小题，每题 6 分，共 24 分）

21．先化简，再求值 $3(4a^2-2ab^3)-4(5a^2-3ab^3)$，其中 $a=\frac{1}{2}$，$b=-1$.

【考点】整式的加减—化简求值.

【分析】原式去括号合并后，将 a 与 b 的值代入计算即可求出值.

【解答】解：原式$=12a^2-6ab^3-20a^2+12ab^3=-8a^2+6ab^3$，

当 $a=\frac{1}{2}$，b=－1 时，原式=－2－3=－5.

22．已知：设 $A=3a^2+5ab+3$，$B=a^2-ab$，求当 a、b 互为倒数时，A－3B 的值.

【考点】整式的加减—化简求值.

【分析】把 A 与 B 代入 A－3B 中，去括号合并得到最简结果，由 a，b 互为倒数得到 ab=1，代入计算即可求出值.

【解答】解：∵$A=3a^2+5ab+3$，$B=a^2-ab$，

∴$A-3B=(3a^2+5ab+3)-3(a^2-ab)=3a^2+5ab+3-3a^2+3ab=8ab+3$，

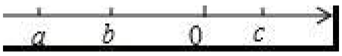
由 a、b 互为倒数，得到 ab=1，

则原式=8×1+3=11.

23．有理数 a，b，c 在数轴上的位置如图所示.

（1）用"<"连接：0，a，b，c；

（2）化简代数式：$3|c-a|+2|b-c|-3|a+b|$.



【考点】整式的加减；数轴；绝对值.

【分析】（1）根据数轴即可判断 0，a，b，c 之间的大小关系；

（2）根据数轴判断 c－a、b－c、a+b 与 0 的大小关系；

【解答】解：（1）$a<b<0<c$，

（2）由数轴可知：$c-a>0$，$b-c<0$，$a+b<0$，

∴原式=3（c－a）+2（c－b）+3（a+b）

=3c－3a+2c－2b+3a+3b

=5c+b

24．用"☆"定义一种新运算：对于任意有理数 a 和 b，规定 $a☆b=ab^2+2ab+a$.

如：$1☆2=1\times2^2+2\times1\times2+1=9$.

（1）求（－2）☆3 的值；

（2）若 $(\frac{a+1}{2}☆3)☆(-\frac{1}{2})=8$，求 a 的值；

（3）若 $2☆x=m$，（$\frac{1}{4}x$）$☆3=n$（其中 x 为有理数），试比较 m，n 的大小.

【考点】有理数的混合运算；有理数大小比较.

【分析】（1）根据题目中的定义可以解答本题；

（2）根据题意可以将题目中的式子转化为关于 a 的方程，从而可以求得 a 的值；

（3）根据题意可以化简 m、n，然后 m 与 n 作差即可解答本题.

【解答】解：（1）∵$a☆b=ab^2+2ab+a$，

∴（－2）☆3

$=(-2)\times3^2+2\times(-2)\times3+(-2)$

$=(-2)\times9+(-12)+(-2)$

$=(-18)+(-12)+(-2)$

$=-32$；

（2）∵$a☆b=ab^2+2ab+a$，

∴（$\frac{a+1}{2}☆3$）☆（$-\frac{1}{2}$）$=8$

∴（$\frac{a+1}{2}\times3^2+2\times\frac{a+1}{2}\times3+\frac{a+1}{2}$）☆（$-\frac{1}{2}$）$=8$

∴（$8a+8$）☆（$-\frac{1}{2}$）$=8$

∴ $(8a+8)\times(-\frac{1}{2})^2+2\times(8a+8)\times(-\frac{1}{2})+(8a+8)=8$，

∴$2a+2=8$，

解得，$a=3$；

（3）∵$2☆x=m$，（$\frac{1}{4}x$）$☆3=n$，

∴$m=2\times x^2+2\times2\times x+2=2x^2+4x+2$，

$n=\frac{1}{4}x\times3^2+2\times\frac{1}{4}x\times3+\frac{1}{4}x=4x$，

∴$m-n=(2x^2+4x+2)-4x=2x^2+2\geqslant2>0$，

∴$m>n$.

四、解答题（共 3 小题，第 1、2 题每题 6 分，第 3 题 8 分，共 20 分）

25．1883 年，德国数学家格奥尔格•康托尔引入位于一条线段上的一些点的集合，他的做法如下：

取一条长度为 1 的线段，将它三等分，去掉中间一段，余下两条线段，达到第 1 阶段；将剩下的两条线段再分别三等分，各去掉中间一段，余下四条线段，达到第 2 阶段；再将剩四条线段，分别三等分，分别去掉中间一段，余下八条线段，达到第 3 阶段；…；这样的操作一直继续下去，在不断分割舍弃过程中，所形成的线段数目越来越多，把这种分形，称做康托尔点集．下图是康托尔点集的最初几个阶段，当达到第 5 个阶段时，余下的线段的长度之和为__$\left(\frac{2}{3}\right)^5$__；当达到第 n 个阶段时（n 为正整数），余下的线段的长度之和为__$\left(\frac{2}{3}\right)^n$__．

【考点】规律型：图形的变化类．

【分析】根据题意可知：当第一阶段时，余下线段之和为$\frac{2}{3}$，当第二阶段时，余下线段之和为：$\frac{4}{9}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$，当第三阶段时，余下线段之和为：$\frac{8}{27}=\left(\frac{2}{3}\right)^3$，

【解答】解：根据分析可知：当达到第 5 阶段时，余下的线段之和为$\left(\frac{2}{3}\right)^5$，

当达到 n 的阶段时，余下线段之和为$\left(\frac{2}{3}\right)^n$，

故答案为：$\left(\frac{2}{3}\right)^5$；$\left(\frac{2}{3}\right)^n$

26．对于正整数 a，我们规定：若 a 为奇数，则 f（a）=3a+1；若 a 为偶数，则 f（a）=$\frac{a}{2}$．例如 f（15）=3×15+1=46，f（10）=$\frac{10}{2}$=5．若 $a_1=8$，$a_2=f(a_1)$，$a_3=f(a_2)$，$a_4=f(a_3)$，…，依此规律进行下去，得到一列数 a_1，a_2，a_3，a_4，…，a_n，…（n 为正整数），则 a_3=__2__，$a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{2016}$=__4711__．

【考点】规律型：数字的变化类．

【分析】根据“若 a 为奇数，则 f（a）=3a+1；若 a 为偶数，则 f（a）=$\frac{a}{2}$．”即可得出 a_2、a_3、a_4、a_5 的值，进而可得出数列 a_n 从第二项开始以 4、2、1 为周期循环，再根据 2016﹣1=2015=671×3+2，即可求出前 2016 项的和．

【解答】解：∵$a_1=8$，$a_2=f(a_1)=\frac{8}{2}=4$，$a_3=f(a_2)=\frac{4}{2}=2$，$a_4=f(a_3)=\frac{2}{2}=1$，a_5=f

（a_4）=3×1+1=4，…，

∴数列 a_n 从第二项开始以 4、2、1 为周期循环，

又∵2016－1=2015=671×3+2，

∴$a_1+a_2+a_3+…+a_{2016}$=8+4+2+1+4+…+2=8+（4+2+1）×671+4+2=4711．

故答案为：2；4711．

27．阅读材料，大数学家高斯在上学读书时曾经研究过这样一个问题，1+2+3+…10=?

经过研究，这个问题的一般结论是 1+2+3+…+n=$\frac{1}{2}$n（n+1），其中 n 是正整数，现在我们来研究一个类似的问题：1×2+2×3+…+n（n+1）=?

观察下面三个特殊的等式：

1×2=$\frac{1}{3}$（1×2×3－0×1×2）

2×3=$\frac{1}{3}$（2×3×4－1×2×3）

3×4=$\frac{1}{3}$（3×4×5－2×3×4）

将这三个等式的两边相加，可以得到 1×2+2×3+3×4=$\frac{1}{3}$×3×4×5=20

读完这段材料，请你计算：

（1）1×2+2×3+…+100×101

（2）1×2+2×3+…+n（n+1）

（3）1×2×3+2×3×4+…+n（n+1）（n+2）

【考点】规律型：数字的变化类；有理数的混合运算．

【分析】（1）根据题目中的信息可以解答本题；

（2）根据题目中的信息可以解答本题；

（3）根据题目中的信息，运用类比的数学思想可以解答本题．

【解答】解：（1）1×2+2×3+…+100×101

$=\frac{1}{3}\times100\times101\times102$

=343400；

（2）1×2+2×3+…+n（n+1）$=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$；

（3）$1\times2\times3+2\times3\times4+\ldots+n(n+1)(n+2)$

$=\frac{1}{4}(1\times2\times3\times4-0\times1\times2\times3)+\frac{1}{4}(2\times3\times4\times5-1\times2\times3\times4)+\ldots+\frac{1}{4}[n(n+1)$

$(n+2)(n+3)-(n-1)n(n+$

$=\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$.