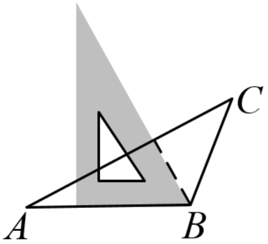
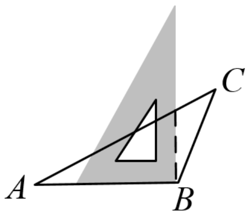
2022 北京铁二中初二（上）期中

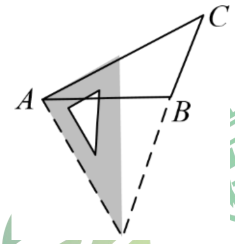
数　学

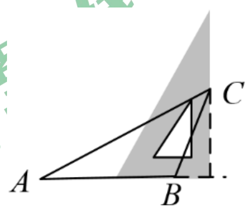
一、选择题（共 8 道小题，每题 2 分，共 16 分）

1. 利用直角三角板，作 $\triangle ABC$ 的高，下列作法正确的是（　　）

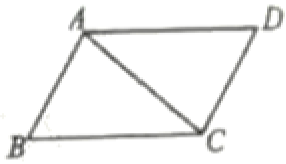
A. 

B. 

C. 

D. 

2. 如图，$\triangle ABC \cong \triangle CDA, AC=7\text{cm}, AB=5\text{cm}, BC=8\text{cm}$，则 AD 的长是（　　）



A. $5cm$　　B. $6cm$　　C. $7cm$　　D. $8cm$

3. 计算 $x^5 \div x^2$ 的结果是（　　）

A. x^{10}　　B. x^7　　C. x^3　　D. x^2

4. 下列运算正确的是（　　）

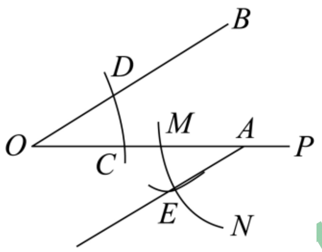
A. $\left(-a^3\right)^3=-a^6$　　B. $3a^2 \cdot 2a^3=6a^5$

C. $-a\left(-a+1\right)=-a^2+a$　　D. $a^2+a^3=a^5$

5. 若正多边形的一个外角是 36°，则该正多边形的内角和为（　　）

A. 360°　　B. 720°　　C. 1440°　　D. 1800°

6. 如图，已知 $\angle BOP$ 与 OP 上的点 C，点 A，小临同学现进行如下操作：



①以点 O 为圆心，OC 长为半径画弧，交 OB 于点 D，连接 CD；

②以点 A 为圆心，OC 长为半径画弧，交 OA 于点 M；

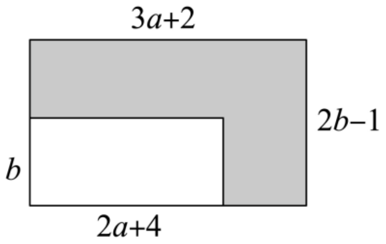
③以点 M 为圆心，CD 长为半径画弧，交第 2 步中所画的弧于点 E，连接 ME．

下列结论**不能**由上述操作结果得出的是（　　）

A. $\angle ODC=\angle AEM$　　B. $OB \parallel AE$

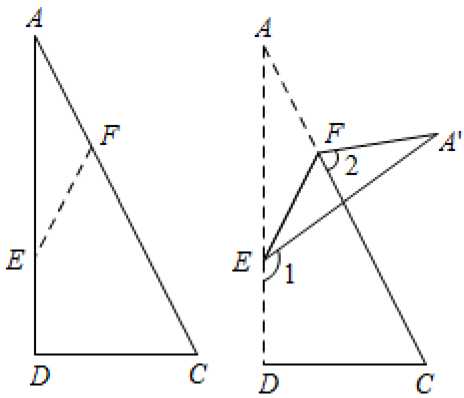
C　$\angle AME=2\angle AOD$　　D. $CD \parallel ME$

7. 如图，在长为$3a+2$，宽为$2b-1$的长方形铁片上，挖去长为$2a+4$，宽为b的小长方形铁片，则剩余部分面积是（　　）



A. $6ab-3a+4b$　　　　B. $4ab-3a-2$　　　　C. $6ab-3a+8b-2$　　　　D. $4ab-3a+8b-2$

8. 如图 1，$\triangle ADC$ 中，点 E 和点 F 分别为 AD，AC 上的动点，把$\triangle ADC$ 纸片沿 EF 折叠，使得点 A 落在$\triangle ADC$ 的外部 A' 处，如图 2 所示．设$\angle 1-\angle 2=\alpha$，则下列等式成立的是（　　）



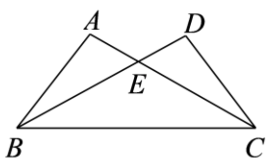
A. $\angle A=\alpha$　　　　B. $\angle A=2\alpha$　　　　C. $2\angle A=\alpha$　　　　D. $3\angle A=2\alpha$

二、填空题（共 8 道小题，每题 2 分，共 16 分）

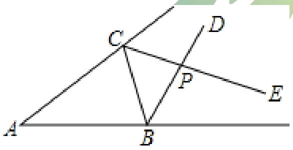
9. 计算$-(-2a^2b)^4=$_______.

10. 在$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle A-\angle B=30°$，则$\angle A=$____________.

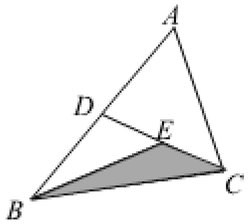
11. 如图，已知 AC 与 BD 交于点 E，且 AB=CD，请你再添加一个边或角的条件使△ABC≌△DCB，添加的条件是：________．（添加一个即可）



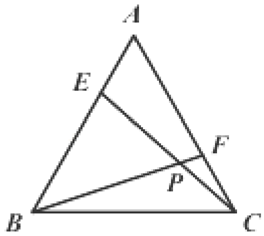
12. 如图，$\triangle ABC$ 的外角的平分线 BD 与 CE 相交于点 P，若点 P 到 AC 的距离为 5，则点 P 到 AB 的距离为________.



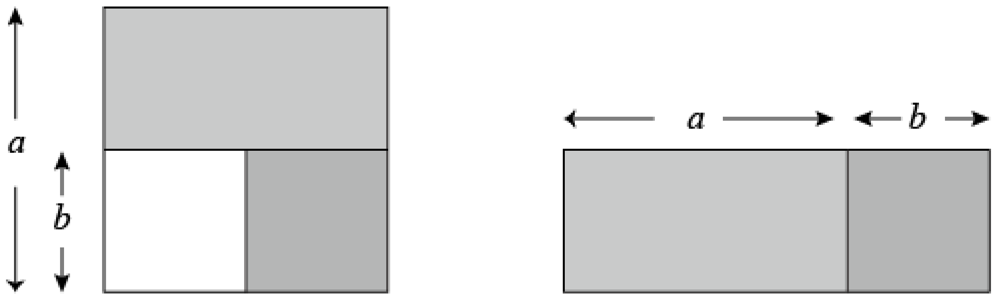
13. 如图，CD 是$\triangle ABC$ 的中线，EB 是$\triangle BCD$ 的中线，如果$\triangle ABC$ 的面积是 $8cm^2$，则阴影部分面积是________cm^2.



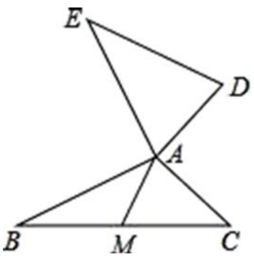
14. 如图，△ABC 为等边三角形，点 E 在 AB 上，点 F 在 AC 上，$AE=CF$，CE 与 BF 相交于点 P，则 $\angle EPB=$___.



15. 如图，从边长为 a 大正方形中去掉一个边长为 b 的小正方形，然后将剩余部分剪后拼成一个长方形，这个操作过程能验证的等式是______.



16. 如图，$AB=AE$，$AB\perp AE$，$AD=AC$，$AD\perp AC$，点 M 为 BC 的中点，$AM=3$，$DE=$______.



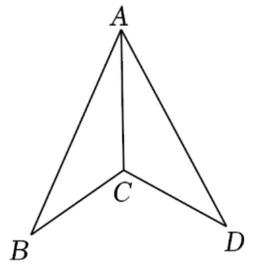
三、解答题（共 8 道小题，第 17，22，23 题，每题 10 分；第 18，19 题，每题 6 分；第 20 题 8 分；第 21，24 题，每题 9 分）

17. （1）计算：$59\frac{4}{5}\times 60\frac{1}{5}$.

（2）计算：$\left[7m\cdot m^4-\left(-3m^2\right)^2\right]\div 2m^2$.

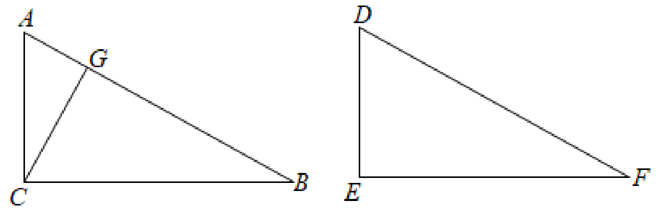
18. 已知 $4a^2+2b^2-1=0$，求代数式（$2a+b$）^2-b（$4a-b$）$+2$ 的值.

19. 如图，已知 AC 平分∠BAD，$AB=AD$. 求证：∠$B=$∠D.



20. 证明命题“有一条直角边及斜边上的高分别对应相等的两个直角三角形全等”．要根据题意，画出图形，并用符号表示已知和求证，写出证明过程．下面是根据题意画出的部分图形，并写出了不完整的已知和求证．

已知：如图，Rt△ABC 和 Rt△DEF 中，$\angle C=\angle E=90°$，$AC=DE$，$CG\perp AB$ 于 G，_____．求证：Rt△$ABC\cong$ Rt△DFE．请补全图形和补全已知，并写出证明过程．



21. 已知：如图 $AB\,/\!/\,CD$，请用尺规作图法在射线 CD 上找一点 P，使射线 AP 平分 $\angle BAC$． 小明的作图方法如下：

①以点 A 为圆心，适当长为半径画弧，交 AB 于点 M，交 AC 于点 N．

②分别以点 M，N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 长为半径画弧，在 $\angle CAB$ 的内部相交于点 E．

③画射线 AE，交射线 CD 于点 P，点 P 即所求．

小刚说：“我有不同的作法，如图②所示，只需要以点 C 为圆心，CA 为半径画弧，交射线 CD 于点 P，画射线 AP，也能够得到 AP 平分 $\angle BAC$．” 请回答：

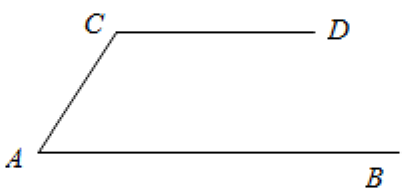


图1

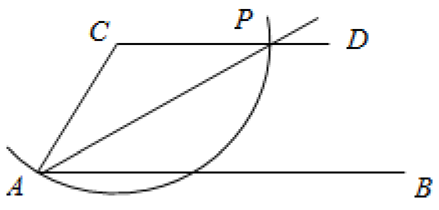


图2

（1）请在图 1 中补全小明的作图过程（要求尺柜作图，保留作图痕迹）．小明在作图的过程中，构造出一组全等三角形，它们是__________≌__________，全等的依据是_______．

因为全等三角形的对应角相等，所以能够得到 $\angle CAB$ 的角平分线 AP；

（2）对于小刚的作图方法证明如下：

∵ $CA=CP$

∴ $\angle CAP=\angle CPA$（等边对等角）

∵ $AB\,/\!/\,CD$

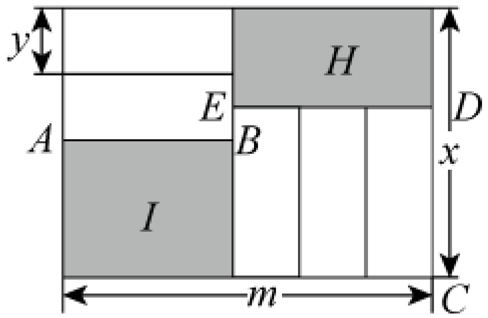
∴$\angle BAP=\angle$___________（______）

∴$\angle CAP=\angle BAP$

∴射线 AP 平分$\angle BAC$

（3）点 P 到直线 AC 和 AB 的距离相等，理由是____________.

22. 如图，长为 m，宽为 $x(m>x)$ 的大长方形被分割成 7 小块，除阴影Ⅰ，Ⅱ外，其余 5 块是形状、大小完全相同的小长方形，小长方形较短一边长记为 y.



（1）阴影Ⅰ的长 AB 为_________；阴影Ⅱ的长 DE 为_________（用含 m，x，y 的代数式表示）；

（2）求阴影Ⅰ和Ⅱ的面积差 S（用含 m，x，y 的代数式表示）；

（3）当 x 取任何实数时，面积差 S 的值都保持不变，问：m 与 y 应满足什么条件？

23. 如图（1），$AB=9\text{cm}$，$AC\perp AB$，$BD\perp AB$ 垂足分别为 A、B，$AC=7\text{cm}$．点 P 在线段 AB 上以 2cm/s 速度由点 A 向点 B 运动，同时点 Q 在射线 BD 上运动．它们运动的时间为 t（s）（当点 P 运动结束时，点 Q 运动随之结束）.

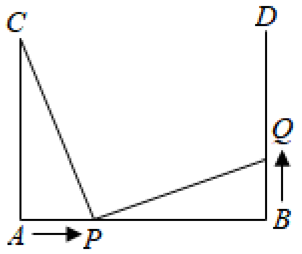


图 (1)

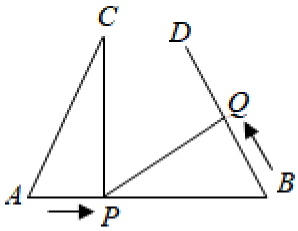


图 (2)

（1）若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度相等，当 $t=1$ 时，$\triangle ACP$ 与$\triangle BPQ$ 是否全等，并判断此时线段 PC 和线段 PQ 的位置关系，请分别说明理由；

（2）如图（2），若“$AC\perp AB$，$BD\perp AB$”改为“$\angle CAB=\angle DBA$”，点 Q 的运动速度为 x cm/s，其它条件不变，当点 P、Q 运动到何处时有$\triangle ACP$ 与$\triangle BPQ$ 全等，求出相应的 x 的值.

24. 阅读材料：把形如 ax^2+bx+c 的二次三项式或（其一部分）配成完全平方式的方法叫做配方法，配方法的基本形式是完全平方公式的逆写，即 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$．配方法在代数式求值，解方程，最值问题等都有着广泛的应用.

例如：①我们可以将代数式 $a^2+6a+10$ 进行变形，其过程如下：

$a^2+6a+10=\left(a^2+6a\right)+10=\left(a^2+6a+9\right)+10-9=\left(a+3\right)^2+1$

$\because \left(a+3\right)^2\ge 0$，

$\therefore \left(a+3\right)^2+1\ge 1$，

因此，该式有最小值 1.

材料二：我们定义：如果两个多项式 A 与 B 的差为常数，且这个常数为正数，则称 A 是 B 的“雅常式”，这个常数称为 A 关于 B 的“雅常值”．如多项式 $A=x^2+2x+1$，$B=\left(x+4\right)\left(x-2\right)$，

$A-B=\left(x^2+2x+1\right)-\left(x+4\right)\left(x-2\right)=\left(x^2+2x+1\right)-\left(x^2+2x-8\right)=9$，

则 A 是 B 的“雅常式”，A 关于 B 的“雅常值”为 9.

（1）已知多项式 $C=x^2+x-1$，$D=\left(x+2\right)\left(x-1\right)$，判断 C 是否为 D 的“雅常式”，若不是，请说明理由，若是，请证明并求出 C 关于 D 的“雅常值”；

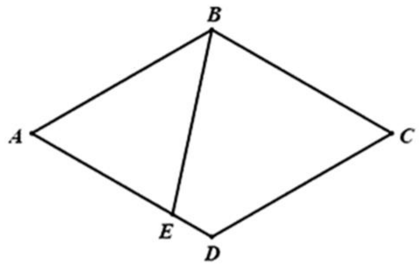
（2）已知多项式 $M=\left(x-a\right)^2$，$N=x^2-2x+b$（a，b 为常数），M 是 N 的“雅常式”，且当 x 为实数时，N 的最小值为 -2，求 M 关于 N 的“雅常值”．

四、附加题

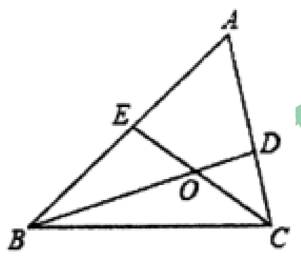
25. 已知 $a=81^7$，$b=27^9$，$c=9^{13}$，则 a，b，c 的大小关系是（　　）

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$　　C. $a<b<c$　　D. $b>c>a$

26. 如图，四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=\angle D=120°$，$AB=BC=CD=DA$，E 是边 AD 上的一点，且 $\angle ABE=48°$，若线段 BE 上存在点 P，使 $\angle CPB=\angle CPD$．则 $\angle ADP$ 的度数为______.



27. 已知 ΔABC 中，BD，CE 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$，BD、CE 交于点 O．



（1）直接写出 $\angle BOC$ 与 $\angle A$ 的数量关系；

（2）若 $\angle A=60°$，利用（1）的关系，求出 $\angle BOC$ 的度数；

（3）利用（2）的结果，试判断 BE、CD、BC 的数量关系，并证明.

参考答案

一、选择题（共 8 道小题，每题 2 分，共 16 分）

1. 【答案】D

【解析】

【分析】由题意直接根据高线的定义进行分析判断即可得出结论.

【详解】解：A、B、C 均不　高线.

故选：D.

【点睛】本题考查的是作图-基本作图，熟练掌握三角形高线的定义即过一个顶点作垂直于它对边所在直线的线段，叫三角形的高线是解答此题的关键.

2. 【答案】D

【解析】

【分析】根据全等三角形的性质推出 AD=BC 即可.

详解】解：∵△ABC≌△CDA,

∴AD=BC=8cm.

故选 D.

【点睛】本题考查了全等三角形的性质定理，关键是找出全等时的对应的线段.

3. 【答案】C

【解析】

【分析】根据同底数幂的运算法则即可求解.

【详解】 $x^5 \div x^2 = x^3$

故选 C.

【点睛】此题主要考查幂的运算，解题的关键是熟知同底数幂的除法法则.

4. 【答案】B

【解析】

【分析】分别对各选项计算后利用排除法求解.

【详解】解：A、$\left(-a^3\right)^3 = -a^9 \neq -a^6$，故该选项错误；

B、$3a^2 \bullet 2a^3 = 6a^5$，故该选项正确；

C、$-a\left(-a+1\right) = a^2 - a \neq -a^2 + a$，故该选项错误；

D、$a^2 + a^3 \neq a^5$，故该选项错误.

故选 B.

【点睛】本题考查了同底数幂的乘法，幂的乘方，合并同类项的法则，熟练掌握运算性质是解题的关键.

5. 【答案】C

【解析】

【分析】根据正多边形的外角和为 360° 及一个外角是 36° ，可求得这个正多边形的边数，再根据多边形

的内角和公式即可求得结果.

【详解】正多边形的边数为：360°÷36°=10，所以该正多边形的内角和为：(10-2)×180°=1440°.

故选：C.

【点睛】本题考查了多边形的外角和与内角和，求得正多边形的边数是解决本题的关键.

6. 【答案】C

【解析】

【分析】证明$\Delta OCD \cong \Delta AME$，根据全等三角形的性质以及平行线的判定定理即可得出结论.

【详解】解：在ΔOCD和ΔAME中，

$$\begin{cases} OC = AM \\ OD = AE \\ CD = ME \end{cases},$$

$\therefore \Delta OCD \cong \Delta AME(\text{SSS})$，

$\therefore \angle DCO = \angle EMA, \ \angle O = \angle OAE, \ \angle ODC = \angle AEM$.

$\therefore CD \parallel ME$， $OB \parallel AE$.

故 A、B、D 都可得到.

$\angle AME = 2\angle AOD$不一定得出.

故选：C.

【点睛】本题考查了平行线的判定，尺规作图，根据图形的作法得到相等的线段，证明$\Delta OCD \cong \Delta AME$是关键.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】根据长方形的面积公式分别计算出大长方形、小长方形的面积，再进行相减即可得出答案.

【详解】解：$(3a+2)(2b-1)-b(2a+4)$

$=6ab-3a+4b-2-2ab-4b$

$=4ab-3a-2$，

故剩余部分面积是$4ab-3a-2$，

故选 B.

【点睛】本题考查了多项式乘多项式、整式的混合运算，解题的关键是掌握长方形的面积公式.

8. 【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形外角和折叠的性质可得$\angle 1 = 180° - 2\angle AEF$，$\angle AFE = \angle A + \angle AEF + \angle 2$，进而即可得到$\angle 2 = 180° - 2\angle A - 2\angle AEF$，结合$\angle 1 - \angle 2 = \alpha$即可求解.

【详解】解：根据折叠的性质得$\angle A = \angle A'$， $\angle AEF = \angle A'EF$，$\angle AFE = \angle A'FE$，

$\because \angle 1 = 180° - \angle AEA'$， $\angle A'FE = \angle CFE + \angle 2$， $\angle CFE = \angle A + \angle AEF$，

$\therefore \angle 1 = 180° - 2\angle AEF$， $\angle AFE = \angle A + \angle AEF + \angle 2$，

$\because \angle AFE = 180° - \angle A - \angle AEF$，

$\therefore \angle 2 = 180° - \angle A - \angle AEF - \angle A - \angle AEF$

$= 180° - 2\angle A - 2\angle AEF$，

$\therefore \angle 1 - \angle 2 = 180° - 2\angle AEF - (180° - 2\angle A - 2\angle AEF)$，

$\therefore \angle 1 - \angle 2 = 2\angle A$，

$\because \angle 1 - \angle 2 = \alpha$，

$\therefore 2\angle A = \alpha$，

故选 C.

【点睛】本题考查了折叠的性质、三角形外角的性质和三角形内角和定理，解决本题的关键是掌握折叠的性质.

二、填空题（共 8 道小题，每题 2 分，共 16 分）

9. 【答案】$-16a^8b^4$ ## $-16b^4a^8$

【解析】

【分析】根据积的乘方运算法则和幂的乘方进行计算即可.

【详解】$-(-2a^2b)^4 = -16a^8b^4$

故答案为：$-16a^8b^4$

【点睛】本题考查了积的乘方运算法则和幂的乘方，掌握积的乘方运算法则和幂的乘方是解题的关键.

10. 【答案】60°

【解析】

【分析】根据直角三角形两个锐角互余得出 $\angle A + \angle B = 90°$，解方程组即可.

【详解】解：在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，

$\therefore \angle A + \angle B = 90°$，

解方程组$\begin{cases} \angle A + \angle B = 90° \\ \angle A - \angle B = 30° \end{cases}$得，$\begin{cases} \angle A = 60° \\ \angle B = 30° \end{cases}$

故答案为：60°．

【点睛】本题考查了三角形内角和和解方程组，解题关键是熟练掌握三角形内角和定理，列出方程组.

11. 【答案】AC=DB

【解析】

【分析】本题已知条件是一条公共边 BC=BC 和 AB=CD，所填条件必须和已知条件构成或经推理可以得出 SSS、SAS，所以添加的条件可以是一条边对应相等或一个夹角对应相等.

【详解】添加 AC=DB 或∠ABC=∠DCB 或△AOB≌△DOC 后可分别根据 SAS、SSS、SSS 判定△ABC≌△DCB.

故答案为：AC=DB 或∠ABC=∠DCB 或△AOB≌△DOC.（添加一个即可）

【点睛】本题考查三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL．添加时注意：AAA、SSA 不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有边的参

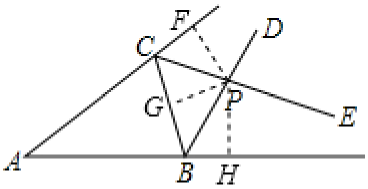
与，若有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角．

12. 【答案】5

【解析】

【分析】过点 P 作 $PF\perp AC$ 于 F，$PG\perp BC$ 于 G，$PH\perp AB$ 于 H，然后根据角平分线上的点到角的两边的距离相等可得 $PF=PG=PH$，从而得解．

【详解】解：如图，过点 P 作 $PF\perp AC$ 于 F，$PG\perp BC$ 于 G，$PH\perp AB$ 于 H，



$\because \angle ABC$ 的外角平分线 BD 与 $\angle ACB$ 的外角平分线 CE 相交于点 P，

$\therefore PF=PG=5$，$PG=PH$，

$\therefore PF=PG=PH=5$．

故答案为：5．

【点睛】本题考查了角平分线的性质，掌握角平分线上的点到角的两边的距离相等的性质是解题的关键．

13. 【答案】2

【解析】

【分析】根据三角形的一边上的中线将三角形面积平分解答即可．

【详解】解：$\because CD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线，$\triangle ABC$ 的面积是 $8cm^2$，

$\therefore S_{\triangle BCD}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle ABC}=4\ cm^2$，

$\because EB$ 是 $\triangle BCD$ 的中线，

$\therefore S_{\triangle BCE}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle BCD}=2\ cm^2$，

故答案为：2．

【点睛】本题考查三角形的中线性质，熟知三角形的一边上的中线将三角形面积平分是解答的关键．

14. 【答案】$60°$

【解析】

【分析】由等边三角形的性质得出 $AC=BC$，$\angle A=\angle ACB=60°$，证得 $\triangle ACE\cong\triangle CBF$，得出 $\angle CBF=\angle ACE$，由外角和定理求得 $\angle EPB=\angle CBF+\angle BCE=\angle ACE+\angle BCE$ 即可得出答案．

【详解】解：$\because \triangle ABC$ 为等边三角形，

$\therefore AC=BC$，$\angle A=\angle ACB=60°$，

又 $\because AE=CF$，

$\therefore \triangle ACE\cong\triangle CBF$（$SAS$），

$\therefore \angle CBF=\angle ACE$，

$\because \angle EPB=\angle CBF+\angle BCE$，

$\therefore \angle EPB=\angle CBF+\angle BCE=\angle ACE+\angle BCE=\angle ACB=60°$，

故答案为：60°.

【点睛】本题考查了等边三角形 性质和全等三角形的性质和判定，判定全等三角形的方法有“*ASA*”、“*SAS*”、“*AAS*”、“*SSS*”、“*HL*”.

15. 【答案】$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

【解析】

【分析】首先分别求出甲乙两图阴影部分的面积，然后根据面积相等可直接求得等式.

【详解】解：$\because S_{甲}=(a^2-b^2)$，$S_{乙}=(a+b)(a-b)$

又$\because S_{甲}=S_{乙}$

$\therefore a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

故答案为：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

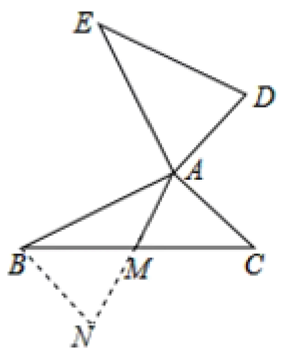
【点睛】本题考查了平方差公式与图形面积，根据题意表示出阴影部分面积是解题的关键.

16. 【答案】6

【解析】

【分析】延长 AM 至 N，使 $MN=AM$，连接 BN，证明 $\triangle AMC\cong\triangle NMB(\mathrm{SAS})$，推出 $AC=BN$，$\angle C=\angle NBM$，求出 $\angle EAD=\angle ABN$，再证明 $\triangle EAD\cong\triangle ABN$ 即可.

【详解】证明：延长 AM 至 N，使 $MN=AM$，连接 BN，



$\because$点 M 为 BC 的中点，

$\therefore CM=BM$，

在$\triangle AMC$ 和$\triangle NMB$ 中，$\begin{cases}AM=NM\\ \angle AMC=\angle NMB\\ CM=BM\end{cases}$，

$\therefore \triangle AMC\cong\triangle NMB(\mathrm{SAS})$，

$\therefore AC=BN$，$\angle C=\angle NBM$，

$\therefore AD=BN$，

$\because AB\perp AE$，$AD\perp AC$，

$\therefore \angle EAB=\angle DAC=90°$，

$\therefore \angle EAD+\angle BAC=180^\circ$，

$\therefore \angle ABN=\angle ABC+\angle NBM=\angle ABC+\angle C=180^\circ-\angle BAC=\angle EAD$，

在$\triangle EAD$和$\triangle ABN$中，$\begin{cases} AE=AB \\ \angle EAD=\angle ABN \\ AD=BN \end{cases}$，

$\therefore \triangle ABN\cong\triangle EAD(\text{SAS})$，

$\therefore DE=AN=2AM=6$．

故答案为：6．

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质，主要考查学生的推理能力，延长AM至N，使$MN=AM$，再证$AN=DE$即可，这就是"倍长中线"，实质是"补短法"．

三、解答题（共8道小题，第17，22，23题，每题10分；第18，19题，每题6分；第20题8分；第21，24题，每题9分）

17．【答案】（1）$3599\frac{24}{25}$；（2）$\frac{7}{2}m^3-\frac{9}{2}m^2$

【解析】

【分析】（1）根据有理数的乘法求解即可；

（2）根据整式的混合运算求解即可．

【详解】解：（1）$59\frac{4}{5}\times 60\frac{1}{5}$

$=\left(60-\frac{1}{5}\right)\times\left(60+\frac{1}{5}\right)$

$=60^2-\left(\frac{1}{5}\right)^2$

$=3600-\frac{1}{25}$

$=3599+\frac{24}{25}$

$=3599\frac{24}{25}$；

（2）$\left[7m\cdot m^4-\left(-3m^2\right)^2\right]\div 2m^2$

$=\left(7m^5-9m^4\right)\div 2m^2$

$=7m^5\div 2m^2-9m^4\div 2m^2$

$=\frac{7}{2}m^3-\frac{9}{2}m^2$．

【点睛】本题考查了有理数的乘法运算和整式的混合运算，准确的计算是解决本题的关键．

18. 【答案】3

【解析】

【分析】先化简代数式，再根据化简结果整体代入可得答案.

【详解】解：原式$=4a^2+4ab+b^2-4ab+b^2+2=4a^2+2b^2+2$.

由$4a^2+2b^2-1=0$可得$4a^2+2b^2=1$，

$\therefore 4a^2+2b^2+2=1+2=3$.

【点睛】本题考查整式的混合运算，应用整体代入是解题关键.

19. 【答案】见解析

【解析】

【分析】首先根据角平分线的定义，可证得$\angle BAC=\angle DAC$，再根据 SAS 即可证得$\triangle ABC\cong\triangle ADC$，据此即可证得结论

【详解】首先根据角平分线的定义得到$\angle BAC=\angle DAC$，再利用 SAS 定理便可证明其全等，进而可得结论.

证明：$\because AC$ 平分$\angle BAD$，

$\therefore\angle BAC=\angle DAC$，

在$\triangle ABC$和$\triangle ADC$中，

$$\begin{cases} AB=AD \\ \angle BAC=\angle DAC \\ AC=AC \end{cases},$$

$\therefore\triangle ABC\cong\triangle ADC$（$SAS$），

$\therefore\angle B=\angle D$.

【点睛】本题考查了角平分线的定义及全等三角形的判定和性质，熟练掌握和运用全等三角形的判定方法是解决本题的关键.

20. 【答案】补全图形见解析，补充条件为：$EH\perp DF$ 于 H，$CG=EH$，证明见解析.

【解析】

【分析】根据全等三角形的判定和性质定理即可得到结论.

【详解】补全条件为：$EH\perp DF$ 于 H，$CG=EH$，

证明：$\because CG\perp AB$ 于 G，$EH\perp DF$ 于 H，

$\therefore\angle AGC=\angle DHE=90^\circ$，

在 Rt$\triangle ACG$ 与 Rt$\triangle DEH$ 中，

$$\begin{cases} AC=DE \\ CG=EH \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ACG\cong\text{Rt}\triangle DEH\,(\text{HL})$，

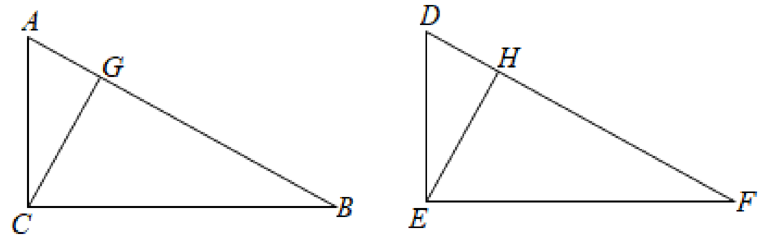
$\therefore\angle A=\angle D$，

在$\triangle ABC$与$\triangle DFE$中，

$$\begin{cases}\angle A=\angle D\\ AC=DE\\ \angle ACB=\angle DEF\end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DFE(\text{ASA})$，

故答案为：$EH \perp DF$ 于 H，$CG = EH$．



【点睛】本题主要考查全等三角形的判定与性质，利用 HL 证明 $\text{Rt}\triangle ACG \cong \text{Rt}\triangle DEH(\text{HL})$ 是解题的关键．

21. 【答案】（1）$\triangle AME$，$\triangle ANE$，SSS；

（2）CPA，两直线平行，内错角相等；

（3）角平分线上的点到角的两边的距离相等

【解析】

【分析】（1）根据角平分线的尺规作图方法作出对应的角平分线，根据作图过程和全等三角形的判定即可解答；

（2）根据等腰三角形的等边对等角性质和平行线的性质证得$\angle CAP=\angle BAP$即可；

（3）根据角平分线的性质定理解答即可．

【小问 1 详解】

解：如图 1，AP 为所作：

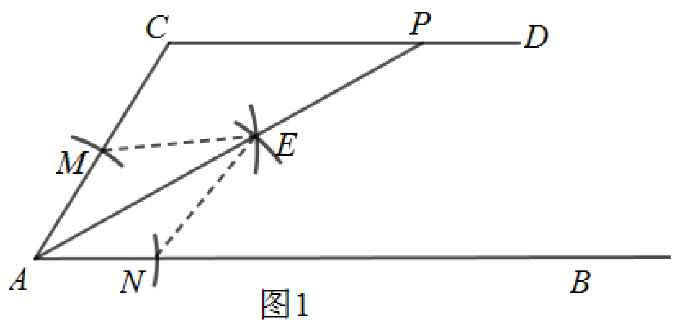


图1

根据作图的过程，得 $AM=AN$，$EM=EN$，又 $AE=AE$，故可构造出一组全等三角形，它们是$\triangle AME\cong\triangle ANE$，全等的依据是 SSS．因为全等三角形的对应角相等，所以能够得到$\angle CAB$ 的角平分线 AP，

故答案为：$\triangle AME$，$\triangle ANE$，SSS；

【小问 2 详解】

解：对于小刚的作图方法证明如下：

∵$CA=CP$，

∴$\angle CAP=\angle CPA$（等边对等角），

∵$AB\parallel CD$，

∴$\angle BAP=\angle CPA$（两直线平行，内错角相等），

∴$\angle CAP=\angle BAP$，

∴射线 AP 平分$\angle BAC$.

故答案为：CPA，两直线平行，内错角相等；

【小问 3 详解】

解：点 P 到直线 AC 和 AB 的距离相等，理由是角平分线上的点到这个角的两边的距离相等，

故答案为：角平分线上的点到这个角的两边的距离相等.

【点睛】本题考查尺规作图-作角平分线、全等三角形的判定与性质、等腰三角形的性质、平行线的性质、角平分线的定义和性质定理；熟练掌握相关知识的联系与运用是解答的关键.

22. 【答案】（1）$m-3y$，$3y$；（2）$S=-3y^2+my+mx-6xy$；（3）$m=6y$

【解析】

【分析】（1）观察图形，用 m，x，y 表示即可；

（2）分别表示出阴影的面积，作差即可；

（3）根据 S 的值与 x 无关确定 m 与 y 的关系式即可.

【详解】解：（1）观察图形得：$AB=m-3y$，$DE=3y$，

故答案为：$m-3y$，$3y$.

（2）$S=(m-3y)(x-2y)-3y[x-(m-3y)]$

$=mx-2my-3xy+6y^2-3xy+3my-9y^2$

$=-3y^2+my+mx-6xy$；

（3）$S=-3y^2+my+mx-6xy$

$=-3y^2+my+(m-6y)x$，

∵S 的值与 x 无关，

∴$m-6y=0$，

∴$m=6y$.

【点睛】本题考查了整式的混合运算，考核学生的应用意识和计算能力，熟练掌握运算法则是解题的关键.

23. 【答案】（1）$PC\perp PQ$，理由见解析；（2）2 或 $\dfrac{28}{9}$

【解析】

【分析】（1）根据 SAS 证明$\triangle ACP$ 和$\triangle BPQ$ 全等，进而解答即可；

（2）根据全等三角形的性质得出方程解答即可.

【详解】解：（1）$\triangle ACP\cong\triangle BPQ$，$PC\perp PQ$.

理由：∵$AC\perp AB$，$BD\perp AB$，

∴$\angle A=\angle B=90°$，

∵$AP=BQ=2$，

∴$BP=7$，

∴$BP=AC$，

在△ACP 和△BPQ 中，

$$\begin{cases} AP=BQ \\ \angle A=\angle B, \\ AC=BP \end{cases}$$

∴△ACP≌△BPQ（SAS），

∴$\angle C=\angle BPQ$，

∵$\angle C+\angle APC=90°$，

∴$\angle APC+\angle BPQ=90°$，

∴$\angle CPQ=90°$，

∴$PC\perp PQ$；

（2）①若△ACP≌△BPQ，

则 $AC=BP$，$AP=BQ$，

可得：$7=9-2t$，$2t=xt$，

解得：$x=2$，$t=1$；

②若△ACP≌△BQP，

则 $AC=BQ$，$AP=BP$，可得：$7=xt$，$2t=9-2t$

解得：$x=\dfrac{28}{9}$，$t=\dfrac{9}{4}$，

综上所述，当△ACP 与△BPQ 全等时 x 的值为 2 或 $\dfrac{28}{9}$.

【点睛】此题考查全等三角形的判定和性质，关键是根据 SAS 证明△ACP 和△BPQ 全等解答，解决此题的是注意分类讨论.

24. 【答案】（1）是，证明见解析

（2）M 关于 N 的“雅常值”为 2

【解析】

【分析】（1）先计算 $C-D=1$，再根据“雅常式”的定义即可判断 C 是 D 的“雅常式”，并求出 C 关于 D 的“雅常值”；

（2）先求出 $M-N=\left(-2a+2\right)x+a^2-b$，由 M 是 N 的“雅常式”，得出 $-2a+2=0$，得出 $a=1$，由 x 为实数时，N 的最小值为 -2，得出 $-1+b=-2$，求出 $b=-1$，进而求出 $M-N=2$.

【小问 1 详解】

$\because C-D=x^2+x-1-(x+2)(x-1)$

$=(x^2+x-1)-(x^2+x-2)$

$=1$，

∴C是D的“雅常式”，“雅常值”为1；

【小问2详解】

∵M是N的“雅常式”，

$\therefore M-N=(x-a)^2-x^2-2x+b$

$=(x^2-2ax+a^2)-(x^2+2x-b)$

$=(-2a+2)x+a^2-b$，

$\therefore -2a+2=0$，

$\therefore a=1$，

$\because N=x^2-2x+b=(x-1)^2-1+b$，且$x$为实数时，$N$的最小值为$-2$，

$\therefore -1+b=-2$，

$\therefore b=-1$，

$\therefore M-N=a^2-b=1-(-1)=2$，

∴M关于N的“雅常值”为2．

【点睛】本题考查了配方法的应用、整式的加减运算、新定义和因式分解，理解A是B的“雅常式”的定义是解决本题的关键．

四、附加题

25. 【答案】A

【解析】

【分析】根据幂的乘方的逆运算可直接进行排除选项．

【详解】解：$\because a=81^7$，$b=27^9$，$c=9^{13}$，

$\therefore a=(3^4)^7=3^{28}$，$b=(3^3)^9=3^{27}$，$c=(3^2)^{13}=3^{26}$，

$\therefore a>b>c$；

故选A．

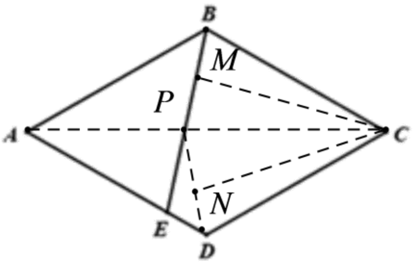
【点睛】本题主要考查幂的乘方的逆用，熟练掌握幂的乘方的逆用是解题的关键．

26. 【答案】48°##48度

【解析】

【分析】如图，连接CP,PD,PA，过点C作$CM\perp PB,CN\perp PD$，证明$\triangle PMC≌\triangle PNC$得到$PM=PN$，$MC=NC$，证明$\text{Rt}\triangle BMC≌\text{Rt}\triangle DNC$得出$BM=DN$，则$BP=DP$，证明$\triangle ABP≌\triangle ADP$，得出$\angle ADP=\angle ABP$，即可求解．

【详解】解：如图，连接CP,PD,PA，过点C作$CM\perp PB,CN\perp PD$，



∵线段 BE 上存在点 P，使$\angle CPB=\angle CPD$，

在$\triangle PMC$与$\triangle PNC$中，

$$\begin{cases}\angle CMP=\angle CNP=90^\circ\\ \angle CPB=\angle CPD\\ PC=PC\end{cases}$$

∴$\triangle PMC\cong\triangle PNC$，

∴$PM=PN$，$MC=NC$，

在$\mathrm{Rt}\triangle BMC$与$\mathrm{Rt}\triangle DNC$中，

$$\begin{cases}MC=NC\\ CB=CD\end{cases},$$

∴$\mathrm{Rt}\triangle BMC\cong\mathrm{Rt}\triangle DNC$，

∴$BM=DN$，

∴$BP=DP$，

在$\triangle ABP$与$\triangle ADP$中

$$\begin{cases}AB=AD\\ AP=AP\\ BP=DP\end{cases}$$

∴$\triangle ABP\cong\triangle ADP$，

∴$\angle ADP=\angle ABP$，

∵$\angle ABE=48^\circ$，

∴$\angle ADP=48^\circ$，

故答案为：48°．

【点睛】本题考查了全等三角形的性质与判定，掌握全等三角形的性质是解题的关键．

27．【答案】（1）$\angle BOC=90^\circ+\dfrac{1}{2}\angle A$；（2）$120^\circ$；（3）$BE+CD=BC$，见解析．

【解析】

【分析】（1）利用角平分线的定义、三角形的内角和定理即可求出．

（2）直接代入即可求解；

（3）在 CB 上取点 G 使得 CG=CD，可证△BOE≌△BOG，得 BE=BG，可证△CDO≌△CGO，得 CD=CG，可以求得 BE+CD=BC．

【详解】（1）关系是：$\angle BOC=90°+\frac{1}{2}\angle A$

理由如下：

∵∠ABC、∠ACB　平分线相交于点 O，

∴$\angle OBC=\frac{1}{2}\angle ABC$、$\angle OCB=\frac{1}{2}\angle ACB$，

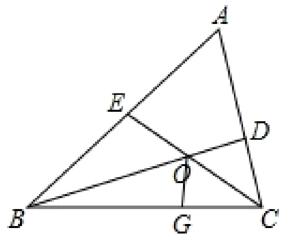
∴$\angle OBC+\angle OCB=\frac{1}{2}\angle ABC+\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}(180°-\angle A)=90°-\frac{1}{2}\angle A$，

∴$\angle BOC=180°-(\angle OBC+\angle OCB)=180°-(90°-\frac{1}{2}\angle A)=90°+\frac{1}{2}\angle A$．

即 $\angle BOC=90°+\frac{1}{2}\angle A$

（2）$\angle BOC=90°+\frac{1}{2}\times 60°=120°$

（3）答：数量关系是：$BE+CD=BC$



证明：在 BC 上取点 G，使得 $CG=CD$，

由（2）知：$\angle BOC=120°$，

∴ $\angle BOE=\angle COD=60°$，

∵ CE 平分 $\angle ACB$，

∴ $\angle DCO=\angle GCO$

在 ΔCOD 和 ΔCOG 中，

$$\begin{cases} CD=CG \\ \angle DCO=\angle GCO \\ CO=CO \end{cases}$$

∴ $\Delta COD\cong\Delta COG(SAS)$，

∴ $\angle COG=\angle COD=60°$，

∴ $\angle BOG=120°-60°=60°=\angle BOE$

又 BD 平分 $\angle ABC$

∴ $\angle EBO=\angle GBO$

∴在 ΔBOE 和 ΔBOG 中，

$$\begin{cases} \angle EBO = \angle GBO \\ BO = BO \\ \angle BOE = \angle BOG \end{cases}$$

$\therefore \Delta BOE \cong \Delta BOG(ASA)$,

$\therefore BE = BG$

$\because BG + GC = BC$

$\therefore BE + CD = BC$.

【点睛】此题主要考查全等三角形的判定与性质、角平分线的性质，解题的关键是熟知全等三角形的判定与性质，三角形内角和的性质.