

2018 北京海淀区初二（下）期末 数 学



一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

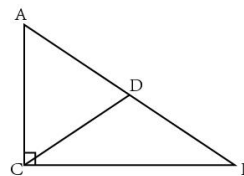
在下列各题的四个备选答案中，只有一个是正确的

1. 下列各点中，在直线 $y = 2x$ 上的点是

- A. (1, 1) B. (2, 1) C. (1, 2) D. (2, 2)

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 为 AB 的中点，若 $AB = 4$ ，则 CD 的长为

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5



3. 以下列长度的三条线段为边，能组成直角三角形的是

- A. 6, 7, 8 B. 2, 3, 4 C. 3, 4, 6 D. 6, 8, 10

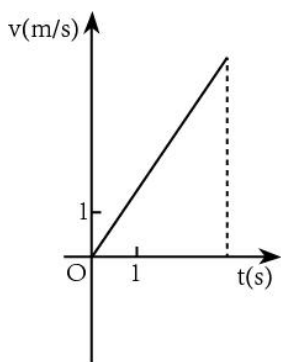
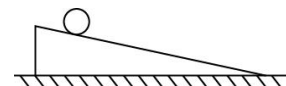
4. 下列各式中，运算正确的是

- A. $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 3$ C. $2 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ D. $\sqrt{(-2)^2} = -2$

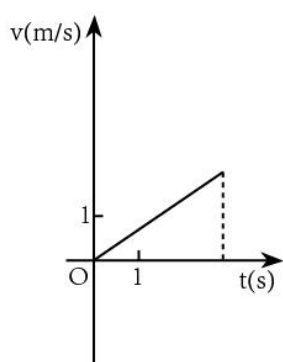
5. 如图，一个小球由静止开始沿一个斜坡向下滚动，其速度

每秒增加 1.5 m/s，则小球速度 v （单位：m/s）关于时间 t （

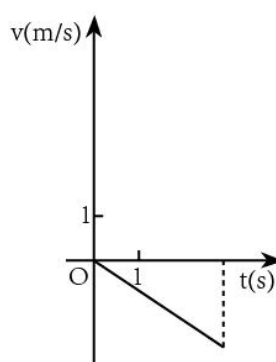
单位：s）的函数图象是



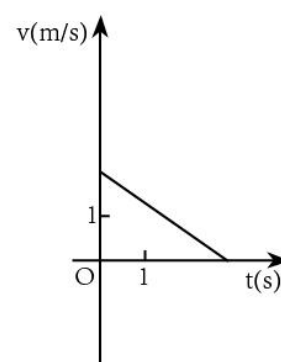
A



B



C

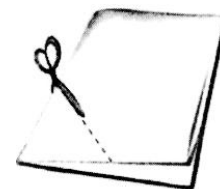


D

6. 如图，把一个长方形的纸片对折两次，然后剪下一个角。要得到

一个正方形，剪口与折痕所成锐角的大小为

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°



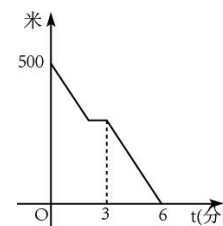
7. 小张骑车从图书馆回家，中途在文具店买笔耽误了 1 分钟，然后

继续骑车回家。若小张骑车的速度始终不变，从出发开始计时，小

张离家的距离 s （单位：米）与时间 t （单位：分钟）的对应关系

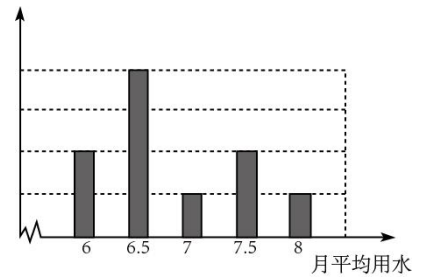
如图所示，则文具店与小张家的距离为

- A. 600 米 B. 800 米
C. 900 米 D. 1000 米



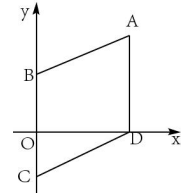
8. 为了了解班级同学的家庭用水情况，小明在全班 50 名同学中，随机调查了 10 名同学家庭中一年的月平均用水量（单位：吨），绘制了条形统计图如图所示。这 10 名同学家庭中一年的月平均用水量的中位数是

- A. 6 B. 6.5
C. 7.5 D. 8



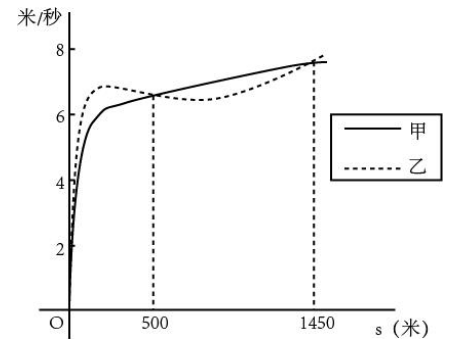
9. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，菱形 $ABCD$ 的顶点 D 在 x 轴上，边 BC 在 y 轴上，若点 A 的坐标为 $(12, 13)$ ，则点 C 的坐标是

- A. $(0, -5)$ B. $(0, -6)$
C. $(0, -7)$ D. $(0, -8)$



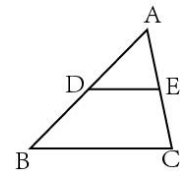
10. 教练记录了甲、乙两名运动员在一次 1500 米长跑比赛中的成绩，他们的速度 v （单位：米/秒）与路程 s （单位：米）的关系如图所示，下列说法**错误**的是

- A. 最后 50 米乙的速度比甲快
B. 前 500 米乙一直跑在甲的前面
C. 第 500 米至第 1450 米阶段甲的用时比乙短
D. 第 500 米至第 1450 米阶段甲一直跑在乙的前面

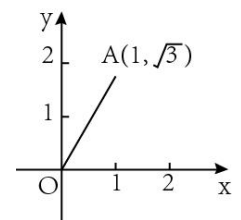


二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D, E 分别为 AB, AC 的中点，若 $BC=10$ ，则 DE 的长为_____。

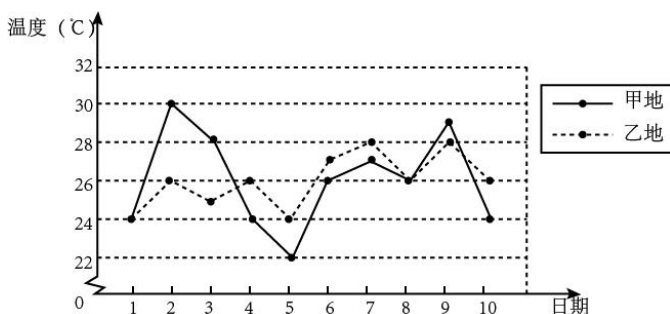


12. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，若 A 点的坐标为 $(1, \sqrt{3})$ ，则 OA 的长为_____。



13. 若 $A(2, y_1), B(3, y_2)$ 是一次函数 $y=-3x+1$ 的图象上的两个点，则 y_1 与 y_2 的大小关系是 y_1 _____ y_2 。（填“>”，“=”或“<”）

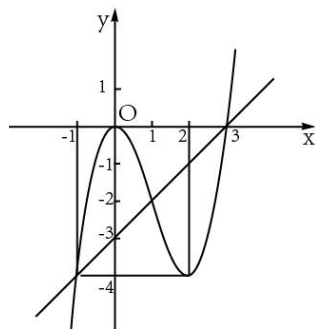
14. 甲、乙两地 6 月上旬的日平均气温如图所示，则这两地中 6 月上旬日平均气温的方差较小的是_____。（填“甲”或“乙”）



15. 《九章算术》卷九“勾股”中记载：今有立木，系索其末，委地三尺．引索却行，去本八尺而索尽，问索长几何？译文：今有一竖立着的木柱，在木柱的上端系有绳索，绳索从木柱上端顺木柱下垂后，堆在地面的部分尚有3尺．牵着绳索（绳索头与地面接触）退行，在距木根部8尺处时绳索用尽．问绳索长是多少？设绳索长为 x 尺，可列方程为_____．

16. 计算机可以帮助我们又快又准地画出函数的图象．用“几何画板”软件画出的函数 $y=x^2(x-3)$ 和 $y=x-3$ 的图象如图所示．根据图象可知方程 $x^2(x-3)=x-3$ 的解的个数为_____；

若 m, n 分别为方程 $x^2(x-3)=1$ 和 $x-3=1$ 的解，则 m, n 的大小关系是_____．

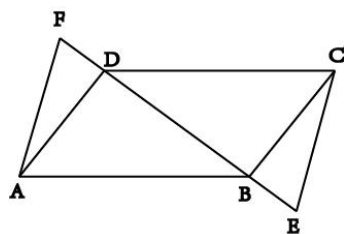


三、解答题（本题共 22 分，第 17-19 题每小题 4 分，第 20-21 题每小题 5 分）

17. 计算： $(\sqrt{8}-\sqrt{2}) \times \sqrt{\frac{1}{2}}$.

18. 如图，四边形 ABCD 为平行四边形，E, F 是直线 BD 上两点，且 BE= DF，连接 AF, CE

求证：AF= CE.

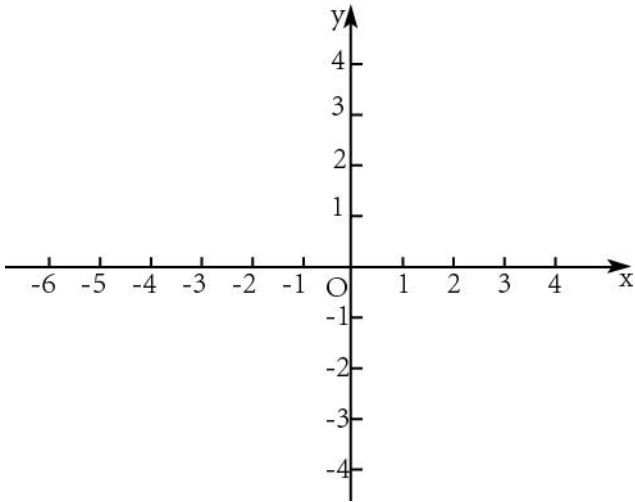


19. 已知 $x = 2 - \sqrt{3}, y = 2 + \sqrt{3}$ ，求代数式 $x^2 + xy + y^2$ 的值

20. 直线 l_1 ，过点 A (-6, 0)，且与直线 $l_2: y=2x$ 相交于点 B(m, 4)

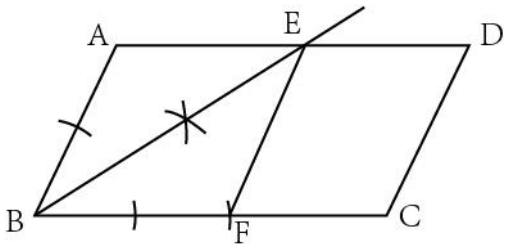
(1) 求直线 l_1 的解析式；

(2) 过动点 P(n, 0) 且垂直于 x 轴的直线与 l_1, l_2 的交点分别为 C, D，当点 C 位于点 D 上方时，直接写出 n 的取值范围.



21. 如图， $\square ABCD$ 中，以 B 为圆心， BA 的长为半径画弧，交 BC 于点 F ，作 $\angle ABC$ 的角平分线，交 AD 于点 E ，连接 EF 。

- (1) 求证：四边形 $ABFE$ 是菱形；
- (2) 若 $AB=4$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，求四边形 $ABFE$ 的面积



四、解答题（本题共 14 分，第 22 题 8 分，第 23 题 6 分）

22. 近年来，越来越多的人加入到全民健身的热潮中来。“健步走”作为一项行走速度和运动量介于散步和竞走之间的步行运动，因其不易发生运动伤害，不受年龄、时间和场地限制的优点而受到人们的喜爱。随着信息技术的发展，很多手机App可以记录人们每天健步走的步数，为大家的健身做好记录。

小明的爸爸妈妈都是健步走爱好者，一般情况下，他们每天都会坚持健步走。小明为了给爸爸妈妈颁发4月份“运动达人”奖章，进行了抽样调查，过程如下，请补充完整。

爸爸 12 10 11 15 14 13 14 11 14 12

妈妈 11 14 15 2 11 11 14 15 14 14

	平均数	中位数	众数
爸爸	12.6	12.5	b
妈妈	a	14	14

- (1) 写出表格中a, b的值；
- (2) 你认为小明会把4月份的“运动达人”奖章颁发给谁，并说明理由。

23. 描点画图是探究未知函数图象变化规律的一个重要方法，下面是通过描点画图感知函数 $y = \sqrt{x+1}$

图象的变化规律的过程：

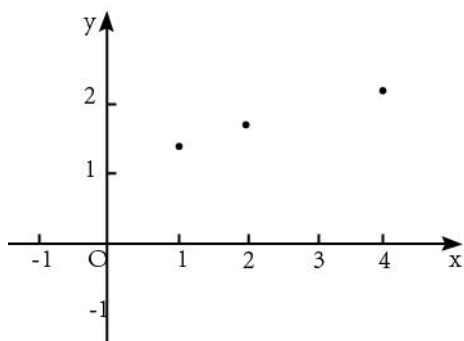
(1) 下表是 y 与 x 的几组对应值.

x	-1	$-\frac{3}{4}$	0	1	2	3	4	...
y	0	m	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{5}$...

其中, m 的值为_____.

(2) 根据上表中的数据, 在平面直角坐标系 xOy 中描出还

未描出的点, 并画出该函数的图象:



(3) 已知 A, B 是函数 $y = \sqrt{x+1}$ 图象上的任意两点 (A 在 B 的左侧), 将 A, B 同时向右平移 1 个单位得到点 A_1, B_1 , 再将 A_1, B_1 同时向上平移 h ($h > 0$) 个单位后得到 A_2, B_2 , 若 A_2 刚好落在函数 $y = \sqrt{x+1}$ 的图像上, 则 B_2 与函数 $y = \sqrt{x+1}$ 图像的位置关系是 ()

- A. B_2 是图像上的点
- B. B_2 在图像的上方
- C. B_2 在图像的下方

五、解答题 (本题共 16 分, 第 24 题 8 分, 第 25 题 8 分)

24. 在正方形 $ABCD$ 中, 连接 BD , P 为射线 CB 上的一个动点 (与点 C 不重合), 连接 AP , AP 的垂直平分线交线段 BD 于点 E , 连接 AE, PE .

提出问题: 当点 P 运动时, $\angle APE$ 的度数, DE 与 CP 的数量关系是否发生改变?

探究问题:

(1) 首先考察点 P 的两个特殊位置:

① 当点 P 与点 B 重合时, 如图 1-1 所示, $\angle APE = \underline{\quad}^\circ$, 用等式表示线段 DE

与 CP 之间的数量关系: _____,

② 当 $BP = BC$ 时, 如图 1-2 所示, ① 中的结论是否发生变化? 直接写出你的结

论: _____; (填“变化”或“不变化”)

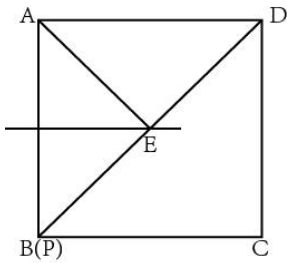


图1-1

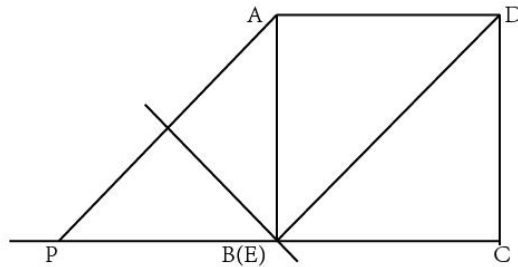


图1-2

(2) 然后考察点P的一般位置: 依题意补全图2-1, 2-2, 通过观察、测量, 发现: (1)中①的结论在一般情况下____ (填“成立”或“不成立”)

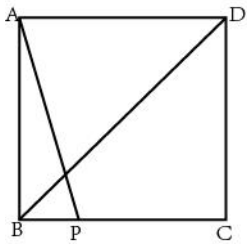


图2-1

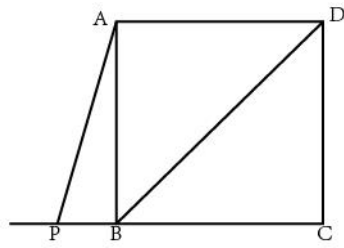
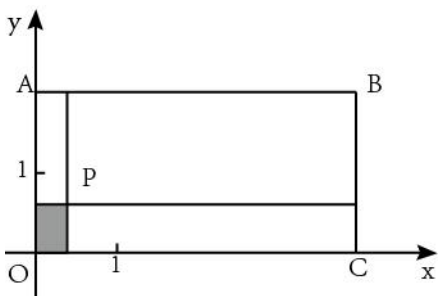


图2-2

(3) 证明猜想: 若(1)中①的结论在一般情况下成立, 请从图2-1和图2-2中任选一个进行证明; 若不成立, 请说明理由.

25. 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(0, 2)$, $B(4, 2)$, $C(4, 0)$. P 为矩形 $ABCO$ 内 (不包括边界) 一点, 过点 P 分别作 x 轴和 y 轴的平行线, 这两条平行线分矩形 $ABCO$ 为四个小矩形, 若这四个小矩形中有一个矩形的周长等于 OA , 则称 P 为矩形 $ABCO$ 的矩宽点.

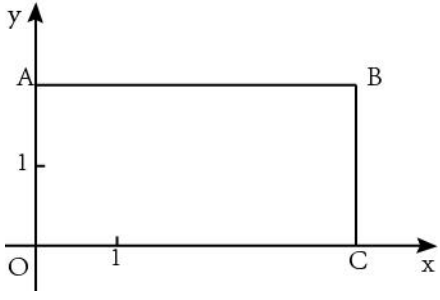
例如: 下图中的 $P(\frac{2}{5}, \frac{3}{5})$ 为矩形 $ABCO$ 的一个矩宽点.



(1) 在点 $D(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, $E(2, 1)$, $F(\frac{13}{4}, \frac{7}{4})$ 中, 矩形 $ABCO$ 的矩宽点是_____;

(2) 若 $G(m, \frac{2}{3})$ 为矩形 $ABCO$ 的矩宽点, 求 m 的值;

(3) 若一次函数 $y = k(x-2) - 1 (k \neq 0)$ 的图象上存在矩形 $ABCO$ 的矩宽点, 则 k 的取值范围是_____.



备用图



数学试题答案



一、选择题 (本题共 30 分, 每小题 3 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	D	A	A	B	C	B	A	D

二、填空题 (本题共 18 分, 每小题 3 分)

11. 5

12. 2

13. >

14. 乙

15. $(x-3)^2 + 64 = x^2$

16. 3; $m < n$. (前空 2 分后空 1 分)

三、解答题 (本题共 22 分, 第 17—19 题每小题 4 分, 第 20—21 题每小题 5 分)

17. 解: 原式 = $(2\sqrt{2} - \sqrt{2}) \times \sqrt{\frac{1}{2}}$ 2 分

= $\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}}$ 3 分

= 1 4 分

另解: 原式 = $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}}$ 1 分

= $2 - 1 = 1$ 3 分

..... 4 分

18. 证法一: \because 四边形 $ABCD$,

$\therefore AD \parallel BC, AD = BC$, 1 分

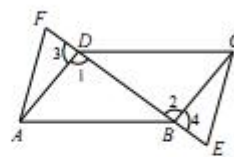
$\therefore \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle 3 = \angle 4$, 2 分

$\therefore BE = DF$,

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE$, 3 分

$\therefore AF = CE$ 4 分



说明: 由证 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$ 获得结论, 对应上述证法相应步骤给分.

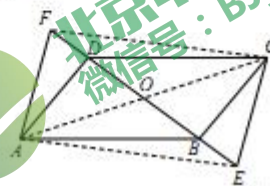
证法二: 连接 AC 交 BD 于点 O , 连接 AE, CF .

\because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore OA = OC, OB = OD$ 1 分

$\because BE = DF$,

$\therefore OD + DF = OB + BE$, 即 $OF = OE$ 2 分



∴ 四边形 $AECF$ 是平行四边形. -----3分

∴ $AF=CE$. -----4分

19. 解法一: $x^2+xy+y^2=(x+y)^2-xy$. -----1分

$$\because x=2-\sqrt{3}, y=2+\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{原式}=(2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3})^2-(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})$$

$$=16-1 \text{ -----3分}$$

$$=15. \text{ -----4分}$$

解法二: $\because x=2-\sqrt{3}, y=2+\sqrt{3},$

$$\therefore \text{原式}=(2-\sqrt{3})^2+(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})^2$$

$$=7-4\sqrt{3}+4-3+7+4\sqrt{3} \text{ -----3分}$$

$$=15. \text{ -----4分}$$

20. 解: (1) \because 点 $B(m, 4)$ 在直线 $l_1: y=2x$ 上,

$$\therefore m=2. \text{ -----1分}$$

设直线 l_1 的解析式为 $y=kx+b$.

\because 直线 l_1 过点 $A(-6, 0), B(2, 4),$

$$\therefore \begin{cases} 0=-6k+b, \\ 4=2k+b, \end{cases} \text{ -----2分}$$

$$\therefore \begin{cases} k=\frac{1}{2}, \\ b=3, \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } l_1 \text{ 的解析式为 } y=\frac{1}{2}x+3. \text{ -----3分}$$

(2) $n < 2$. -----3分

21. (1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC. \text{ -----1分}$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$\because BE$ 平分 $\angle ABC,$

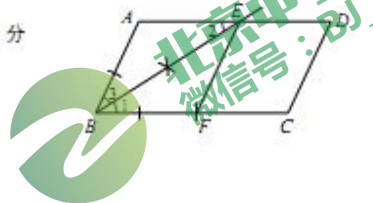
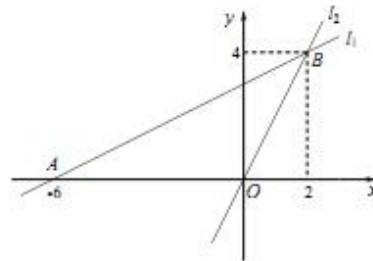
$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore AB = AE. \text{ -----2分}$$

$$\because AB = BF,$$

$$\therefore AE = BF$$



∴ 四边形 $ABFE$ 是平行四边形.

∴ 四边形 $ABFE$ 是菱形. -----3分

(2) 过点 A 作 $AG \perp BC$ 于点 G .

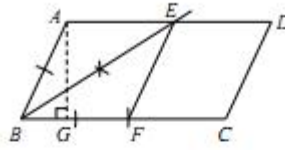
∴ $\angle ABG = 90^\circ$.

∵ $AB = 4$, $\angle ABC = 60^\circ$,

∴ $BG = 2$, $AG = 2\sqrt{3}$. -----4分

∵ $BF = AB = 4$,

∴ $S_{\text{菱形}ABFE} = BF \cdot AG = 8\sqrt{3}$. -----3分



四、解答题 (本题共 14 分, 第 22 题 8 分, 第 23 题 6 分)

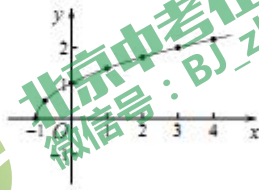
22. (1) $a = 12.1$, -----2分

$b = 14$; -----4分

(2) 答案不唯一, 理由须支撑推断结论. -----8分

23. (1) $\frac{1}{2}$; -----1分

(2)



-----4分

说明: 描点 1 分, 连线 2 分 (如果有缺陷, 例如不出头, 不是光滑曲线给 1 分)

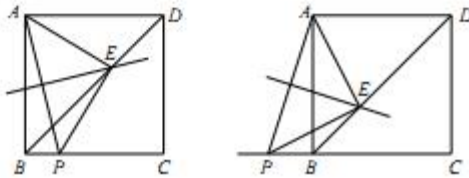
(3) B -----6分

五、解答题 (本题共 16 分, 第 24 题 8 分, 第 25 题 8 分)

24. (1) ① 45° , $CP = \sqrt{2}DE$; -----1分

② 不变化; -----2分

(2) 成立; -----3分



-----4分

(3) 证明: 如图 2-1 或 2-2,

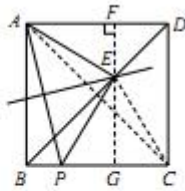


图 2-1

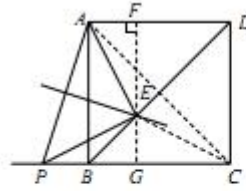


图 2-2

过点 E 作 $EF \perp AD$ 于点 F ，延长 FE 交 BC 于点 G ，连接 AC ， CE 。

\because 点 E 在 AP 的垂直平分线上，

$\therefore EA = EP$ 。

\because 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore BD$ 是 AC 的垂直平分线。

$\therefore EA = EC$ 。

$\therefore \angle EAC = \angle ECA$ 。

$\because BA = BC$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle BCA$ 。

$\therefore \angle EAB = \angle ECB$ 。

$\because EA = EP$ ， $EA = EC$ ，

$\therefore EP = EC$ 。

$\therefore \angle EPC = \angle ECB$ 。

$\therefore \angle EAB = \angle EPC$ 。

$\because \angle BPE + \angle EPC = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle BPE + \angle EAB = 180^\circ$ 。

$\because \angle EAB + \angle ABP + \angle BPE + \angle AEP = 360^\circ$ ， $\angle ABP = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AEP = 90^\circ$ 。

$\therefore \angle EAP = \angle EPA = 45^\circ$ 。-----6 分

$\because EF \perp AD$ ，

$\therefore \angle DFG = 90^\circ$ 。

$\because \angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$ ，

\therefore 四边形 $FGCD$ 为矩形。

$\therefore CG = FD$ ， $\angle FGC = 90^\circ$ 。

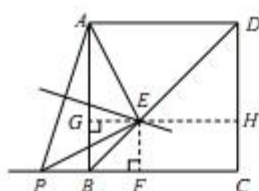
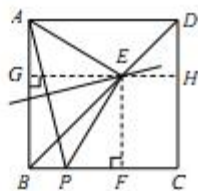
$\because \angle BDA = 45^\circ$ ，

$\therefore FD = \frac{\sqrt{2}}{2} DE$ 。-----7 分

$\because EP = EC$ ，

$\therefore CP = 2CG = 2DF = \sqrt{2}DE$ 。-----8 分

证法二：如图 2-1 或 2-2，



过点 E 作 $EF \perp BC$ 于点 F , $EG \perp AB$ 于点 G , 延长 GE 交 CD 于点 H .

\because 点 E 在 AP 的垂直平分线上,

$\therefore EA = EP$.

\because 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$.

$\therefore EG = EF$.

$\therefore \triangle EAG \cong \triangle EPF$.

$\therefore \angle AEG = \angle PEF, AG = PF$.

$\because \angle ABC = \angle EFB = \angle EGB = 90^\circ$,

$\therefore \angle GEF = \angle GEP + \angle PEF = 90^\circ$.

$\therefore \angle AEP = \angle GEP + \angle AEG = 90^\circ$.

$\therefore \angle EAP = \angle EPA = 45^\circ$.

$\because \angle BAD = \angle ADC = \angle AGH = 90^\circ, \angle C = \angle EFC = \angle FEH = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $AGHD, EHC F$ 是矩形.

$\therefore AG = DH, EH = CF$.

$\therefore \angle BDC = 45^\circ$.

$\therefore DE = \sqrt{2}DH = \sqrt{2}EH$.

$\therefore AG = DH = EH = CF = PF$.

$\therefore CP = 2DH = \sqrt{2}DE$.

25. (1) D, F ; _____ 2分

(2) $\because A(0, 2)$,

$\therefore OA = 2$.

$\because G(m, \frac{2}{3})$ 为矩形 $ABCO$ 的矩宽点,

\therefore 当 $m + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}OA$ 时, $m = \frac{1}{3}$; _____ 3分

当 $(4-m) + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}OA$ 时, $m = \frac{11}{3}$. _____ 4分

(3) $-3 < k \leq -1$ 或 $1 \leq k < 3$. _____ 8分

说明: 给分点有三个: (1) 在找边界值时对称性的考虑占 2 分, 若仅考虑到一条对称轴, 这样会得到两个边界值, 给 1 分; 若考虑了两个对称轴, 会找到四个边界值, 给 2 分; (2) k 的变化范围与直线位置变化的对应关系理解占 1 分, 若范围是在两个同号的边界值之间给 1 分; (3) 边界值的取舍问题占 1