

数学试卷

(考试时间: 120 分钟, 试卷满分: 100 分)



班级: _____ 学号: _____ 姓名: _____

一. 选择题 (每题 2 分, 共 16 分)

1. 下列“数字图形”中, 不是中心对称图形的是 ()

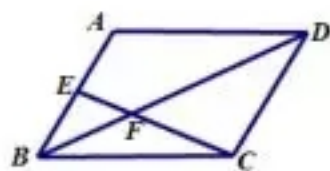


2. 如果两个相似三角形面积的比是 $1:4$, 那么它们周长的比是 ()

A. $1:16$ B. $1:2$ C. $1:4$ D. $1:6$

3. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 是 AB 的中点, EC 交 BD 于点 F , 那么 EF 与 CF 的比是 ()

A. $1:2$ B. $1:3$ C. $2:1$ D. $3:1$

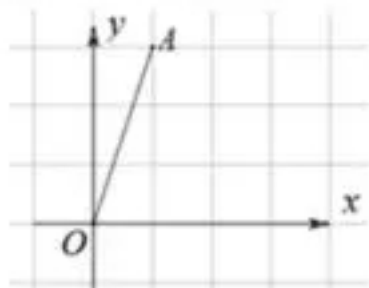


4. 抛物线 $y=3x^2$, $y=-2x^2+1$ 在同一直角坐标系内, 则它们 ()

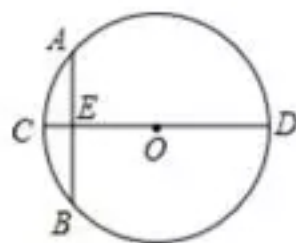
A. 都关于 y 轴对称 B. 开口方向相同
C. 都经过原点 D. 互相可以通过平移得到

5. 如图, 点 A 的坐标为 $(1, 3)$, O 为坐标原点, 将 OA 绕点 A 按逆时针方向旋转 90° 得到 AO' , 则点 O' 的坐标是 ()

A. $(4, -1)$ B. $(-1, 4)$ C. $(4, 2)$ D. $(2, -4)$



第 5 题图



第 6 题图

6. 如图, “圆材埋壁”是我国古代著名数学著作《九章算术》中的问题:

“今有圆材, 埋在壁中, 不知大小, 以锯锯之, 深一寸, 锯道长一尺, 问径几何。”用几何语言可表述为: CD 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $AB \perp CD$ 于 E , $CE=1$ 寸, $AB=10$ 寸, 则直径 CD 的长为 ()

A. 12.5 寸 B. 26 寸 C. 25 寸 D. 13 寸



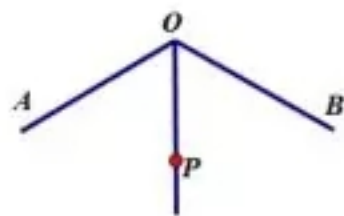
7. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表:

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	3	0	-1	m	3	...

- ① 抛物线开口向下; ② 抛物线的对称轴为直线 $x=-1$; ③ m 的值是 0;
④ 图象不经过第三象限. 上述结论中正确的是 ()

A. ①④ B. ②④ C. ③④ D. ②③

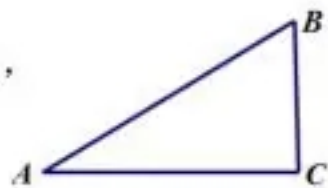
8. 如图, $\angle AOB=120^\circ$, OP 平分 $\angle AOB$, 且 $OP=2$. 若点 M, N 分别在射线 OA, OB 上, 且 $\triangle PMN$ 为等边三角形, 则满足上述条件的 $\triangle PMN$ 有 ()



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 3 个以上

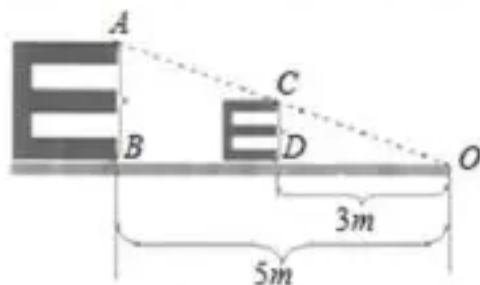
二. 填空题 (每题 2 分, 共 16 分)

9. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 若 $BC=4$, $\tan A = \frac{2}{3}$, 则 AC 的长为_____.

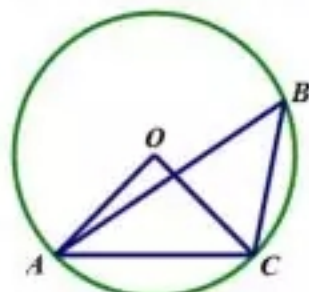


10. 如果 $4x=3y$, 那么 $\frac{x}{y} =$ _____.

11. 如图, 现有测试距离为 5m 的一张视力表, 表上一个 E 的高 AB 为 2cm, 要制作测试距离为 3m 的视力表, 其对应位置的 E 的高 CD 为_____cm.



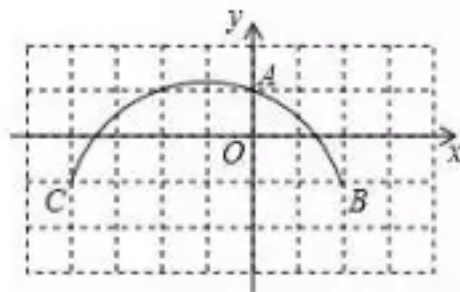
第 11 题图



第 12 题图

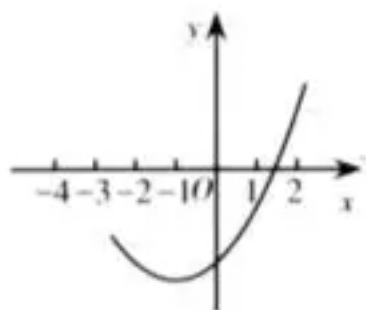
12. 如图, 在 $\odot O$ 中, 弦 $AC=2\sqrt{2}$, 点 B 是圆上一点, 且 $\angle ABC=45^\circ$, 则 $\odot O$ 的半径 $R =$ _____.

13. 如图, 方格纸上每个小正方形的边长均为 1 个单位长度, 点 O, A, B, C 在格点 (两条网格线的交点叫格点) 上, 以点 O 为原点建立直角坐标系, 则过 A, B, C 三点的圆的圆心坐标为_____.

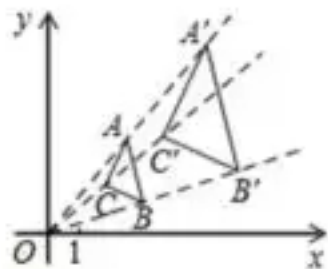




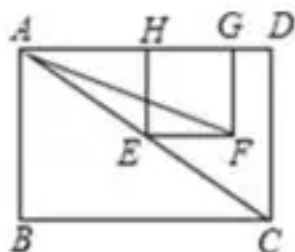
14. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点坐标为 $(-1, -3.2)$, 部分图象如图所示, 由图象可知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根分别是 $x_1 = 1.3$ 和 $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$.



15. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 是以坐标原点 O 为位似中心的位似图形, 且 $OB = BB'$, 如果点 $A(2, 3)$, 那么点 A' 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



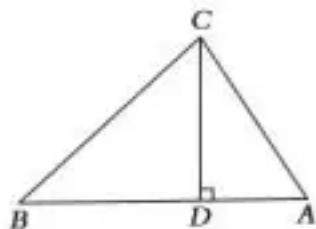
16. 如图, 已知点 E 是矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 上的一动点, 正方形 $EFGH$ 的顶点 G, H 都在边 AD 上, 若 $AB = 3$, $BC = 4$, 则 $\tan \angle AFE = \underline{\hspace{2cm}}$.



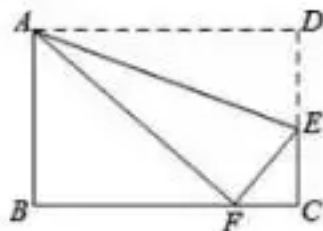
三. 解答题: (本题共 68 分, 第 17—22 题, 每小题 5 分, 第 23—26 题, 每小题 6 分, 第 27, 28 题, 每小题 7 分)

17. 计算: $6 \tan^2 30^\circ - \sqrt{3} \sin 60^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ$.

18. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CD \perp AB$, 垂足为 D , 若 $\angle A = 60^\circ$, $BC = 2\sqrt{7}$, $AD = 2$. 求 AB 的长.

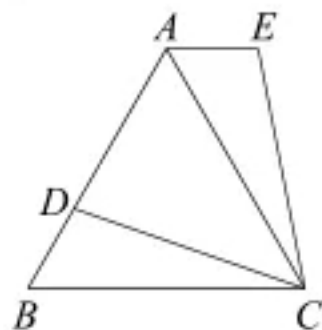


19. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $AD = 5$, 点 E 在 DC 上, 将矩形 $ABCD$ 沿 AE 折叠, 点 D 恰好落在 BC 边上的点 F 处, 求 $\cos \angle EFC$ 的值.



20. 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 AB 边上一点, 连接 CD , 将线段 CD 绕点 C 按顺时针方向旋转 60° 后得到 CE , 连接 AE .

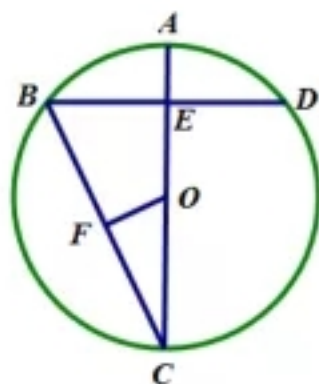
求证: $AE \parallel BC$.



21. 如图, AC 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $BD \perp AO$ 于 E , 连接 BC , 过点 O 作 $OF \perp BC$ 于 F , 若 $BD=8$, $AE=2$.

(1) 求 $\odot O$ 的半径;

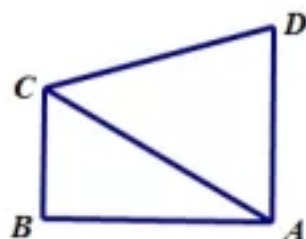
(2) 求 OF 的长.



22. 体育场主席台侧面如图, 若顶棚顶端 D 与看台底端 A 连线和地面垂直, 测得看台 AC 的长为14米, $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle ACD = 45^\circ$.

(1) 求看台高 BC 的长;

(2) 求顶棚顶端 D 到地面的距离 AD 的长. (取 $\sqrt{3} = 1.7$)





23. 运动员将小球沿与地面成一定角度的方向击出,

在不考虑空气阻力的条件下, 小球的飞行高度



h (m) 与它的飞行时间 t (s) 满足二次函数关系,

t 与 h 的几组对应值如下表所示:

t (s)	0	0.5	1	1.5	2	...
h (m)	0	8.75	15	18.75	20	...

(1) 求 h 与 t 之间的函数关系式

(不要求写 t 的取值范围);

(2) 求小球飞行 3 s 时的高度;

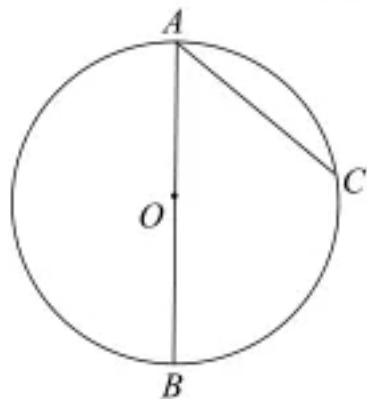
(3) 问: 小球的飞行高度能否达到 22 m? 请说明理由.

24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, 连接 AC . 过点 B 作 AB 的垂线, 交 AC 的延长线于点 D , 在 AD 上取一点 E , 使 $AE = AB$, 连接 BE , 交 $\odot O$ 于点 F .

请补全图形并解决下面的问题:

(1) 求证: $\angle BAE = 2\angle EBD$;

(2) 如果 $AB = 5$, $\sin \angle EBD = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 求 BD 的长.





25. 小明利用函数与不等式的关系, 对形如 $(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n) > 0$ (n 为正整数) 的不等式的解法进行了探究.

(1) 下面是小明的探究过程, 请补充完整:

①对于不等式 $x-2 > 0$, 观察函数 $y=x-2$ 的图象可以得到如下表格:

x 的范围	$x > 2$	$x < 2$
y 的符号	+	-

由表格可知不等式 $x-2 > 0$ 的解集为 $x > 2$.

②对于不等式 $(x-2)(x-1) > 0$, 观察函数 $y=(x-2)(x-1)$ 的图象可得到如下表格:

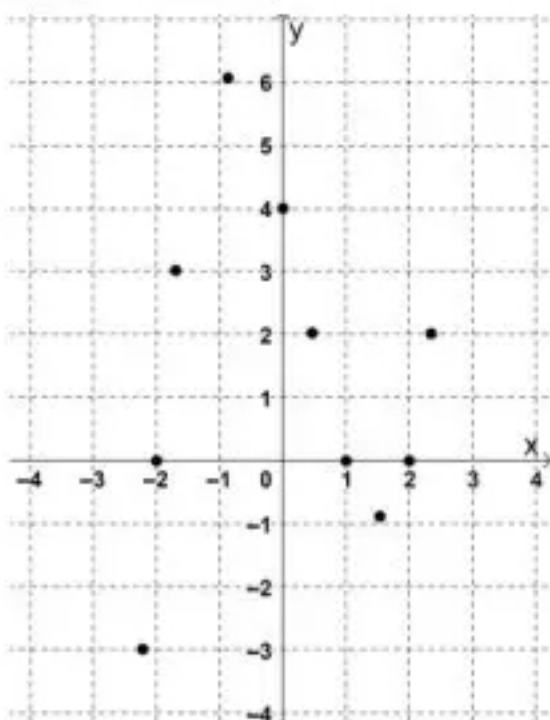
x 的范围	$x > 2$	$1 < x < 2$	$x < 1$
y 的符号	+	-	+

由表格可知不等式 $(x-2)(x-1) > 0$ 的解集为_____.

③对于不等式 $(x-2)(x-1)(x+2) > 0$,

请根据已描出的点画出函数

$y=(x-2)(x-1)(x+2)$ 的图象;



观察函数 $y=(x-2)(x-1)(x+2)$ 的图象,

补全下面的表格:

x 的范围	$x > 2$	$1 < x < 2$	$-2 < x < 1$	$x < -2$
y 的符号	+	-		

由表格可知不等式 $(x-2)(x-1)(x+2) > 0$ 的解集为_____.

小明将上述探究过程总结如下: 对于解形如 $(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n) > 0$ (n 为正整数) 的不等式, 先将 x_1, x_2, \dots, x_n 按从大到小的顺序排列, 再划分 x 的范围, 然后通过列表格的办法, 可以发现表格中 y 的符号呈现一定的规律, 利用这个规律可以求这样的不等式的解集.

(2) 请你参考小明的方法, 解决下列问题:

①不等式 $(x-6)(x-4)(x-2)(x+2) > 0$ 的解集为_____;

②不等式 $(x-5)(x-3)(x+4)^2 > 0$ 的解集为_____.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $M: y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过 $A(-1, 0)$, 且顶点坐标为 $B(0, 1)$.

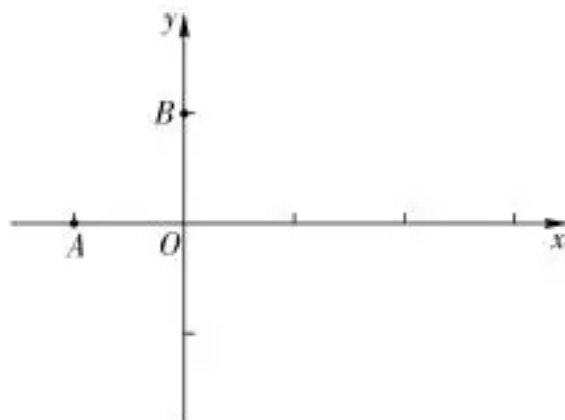
(1) 求抛物线 M 的函数表达式;

(2) 设 $F(t, 0)$ 为 x 轴正半轴上一点, 将抛物线 M 绕点 F 旋转 180° 得到抛物线 M_1 .

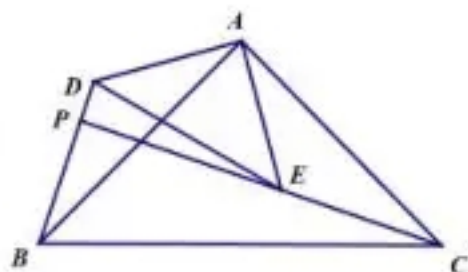
① 抛物线 M_1 的顶点 B_1 的坐标为_____;

② 当抛物线 M_1 与线段 AB 有公共点时,

结合函数的图象, 求 t 的取值范围.



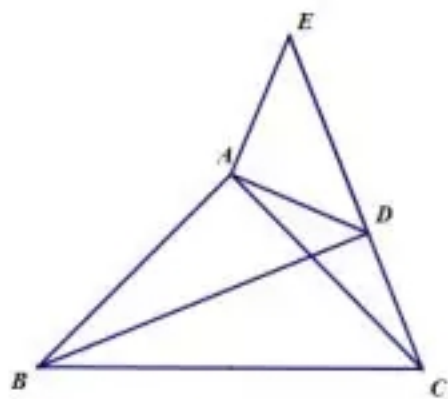
27. 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是有公共顶点的等腰直角三角形, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, 点 P 为直线 BD, CE 的交点.



(1) 如图, 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转, 当 D 在线段 CE 上时, 连接 BE , 下列给出两个结论:

① $BD = CD + \sqrt{2}AD$ ② $BE^2 = 2(AD^2 + AB^2)$.

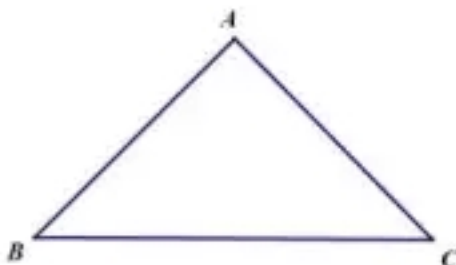
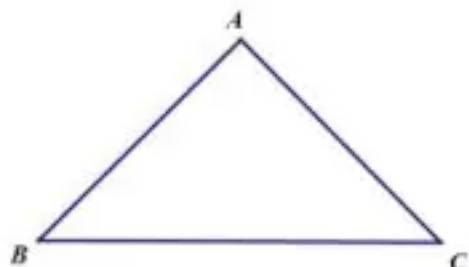
其中正确的是_____, 并给出证明.



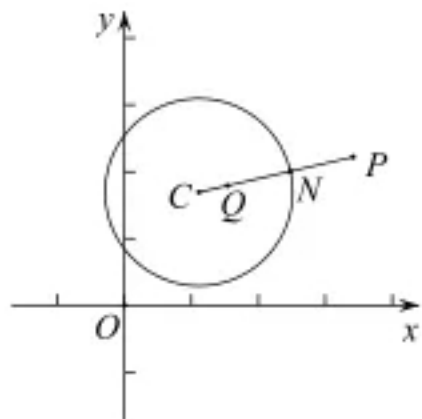
(2) 若 $AB = 4, AD = 2$, 把 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转,

① 当 $\angle EAC = 90^\circ$ 时, 求 PB 的长;

② 旋转过程中线段 PB 长的最大值是_____.



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和 $\odot C$, 给出如下定义: 连接 PC 交 $\odot C$ 于点 N , 若点 P 关于点 N 的对称点 Q 在 $\odot C$ 的内部, 则称点 P 是 $\odot C$ 的外称点.



(1) 当 $\odot O$ 的半径为 1 时,

① 在点 $D(-1,-1)$, $E(2,0)$, $F(0,4)$ 中, $\odot O$ 的外称点是 _____;

② 若点 $M(m,n)$ 为 $\odot O$ 的外称点, 且线段 MO 交 $\odot O$ 于点 $G(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$,

求 m 的取值范围;

(2) 直线 $y=-x+b$ 过点 $A(1,1)$, 与 x 轴交于点 B . $\odot T$ 的圆心为 $T(t,0)$, 半径为 1. 若线段 AB 上的所有点都是 $\odot T$ 的外称点, 请直接写出 t 的取值范围.