

2022 北京北师大实验中学初二（上）期中

数 学



班级_____ 姓名_____ 学号_____ 成绩_____

考生须知：

1. 本试卷共 8 页，共四道大题，28 道小题；答题纸共 3 页。满分 120 分。考试时间 100 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名、学号。
3. 试卷答案一律填写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题须用 2B 铅笔将选中项涂黑涂满，其他试题用黑色字迹签字笔作答。

命题人：陈平 张蓓 杨洁 审题人：陈平

一、选择题（本大题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 在以下绿色食品、回收、节能、节水四个标志中，是轴对称图形的是（ ）



2. 下列计算正确的是（ ）

A. $(a^2)^3 = a^6$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(2a)^3 = 2a^3$ D. $a^{10} \div a^2 = a^5$

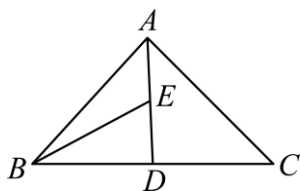
3. 若 $x^2 - 4x + a$ 是一个完全平方式，则 a 可为（ ）

A. 2 B. -2 C. 4 D. -4

4. 五边形的外角和等于（ ）

A. 180° B. 360° C. 540° D. 720°

5. 如图， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是 BC 、 AD 的中点，若 $\triangle ABC$ 的面积是 24，则 $\triangle ABE$ 的面积是（ ）

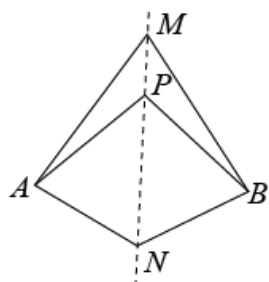


A. 4 B. 6 C. 8 D. 12

6. 若 $2x + m$ 与 $x + 2$ 的乘积中不含的 x 的一次项，则 m 的值为（ ）

A. -4 B. 4 C. -2 D. 2

7. 如图，直线 MN 是四边形 $AMBN$ 的对称轴，点 P 是直线 MN 上的点，下列判断错误的是（ ）



- A. $AM=BM$ B. $AP=BN$ C. $\angle MAP=\angle MBP$ D. $\angle ANM=\angle BNM$

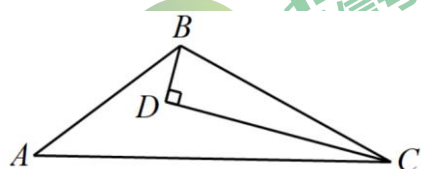
8. 已知 A 、 B 两点的坐标分别是 $(-1,3)$ 和 $(1,3)$ ，则下面四个结论：

- ① A 、 B 关于 x 轴对称； ② A 、 B 关于 y 轴对称；
③ A 、 B 之间的距离为 2； ④ A 、 B 之间的距离为 6.

其中正确的是 ()

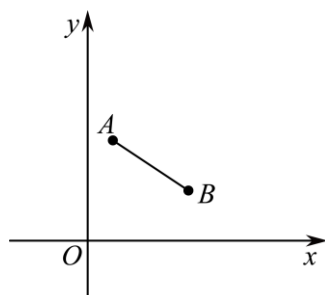
- A. ①④ B. ①③ C. ②④ D. ②③

9. 如图， D 为 $\triangle ABC$ 内一点， CD 平分 $\angle ACB$ ， $BD \perp CD$ ， $\angle A = \angle ABD$ ，若 $\angle DBC = 76^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数为 ()



- A. 36° B. 38° C. 40° D. 45°

10. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(1,4)$ ，点 $B(4,2)$ ，在坐标轴上求作一点 M ，使得 $\triangle MAB$ 为等腰三角形，则满足条件的点 M 有 ()



- A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个

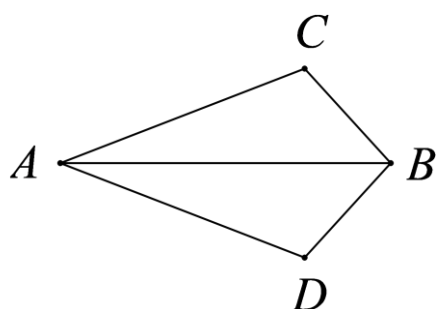
二、填空题（本大题共 8 道小题，11~17 题每小题 3 分，18 题 2 分，共 23 分）

11. 计算： $(\pi-3)^0 =$ _____.

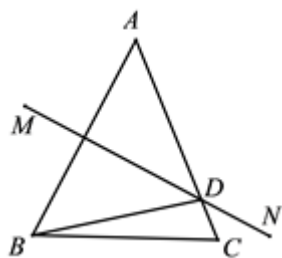
12. 若等腰三角形有一个内角为 40° ，则它 顶角度数为_____.

13. 学了全等三角形的判定后，小明编了这样一个题目：“已知：如图， $AD=AC$ ， $BC=BD$ ，

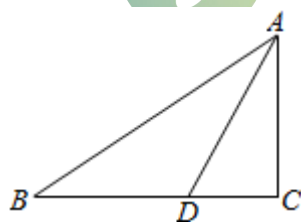
$\angle CAB = \angle DAB$ ，求证： $\triangle ABD \cong \triangle ABC$ ”，老师说他的已知条件给多了，那么可以去掉的一个已知条件是：_____.



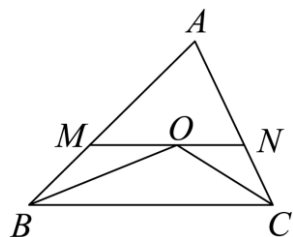
14. 如图, $\triangle ABC$ 中, AB 的垂直平分线 MN 交 AC 于点 D , 若 $\triangle BCD$ 的周长为 23, $AC=12$, 则 $BC=$ _____.



15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$. 若 $BC=10$, $BD=7$, 则点 D 到 AB 的距离为 _____.



16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $AC=10$, BO 、 CO 分别是 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线, MN 经过点 O , 且 $MN \parallel BC$, MN 分别交 AB 、 AC 于点 M 、 N , 则 $\triangle AMN$ 的周长是 _____.



17. 已知 $x+y=-7$, $xy=6$, 则 $x^2+y^2=$ _____.

18. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(0,3)$, $B(a,0)$, $C(m,n)(n<0)$. 若 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 且 $AB=BC$, 当 $0<a<1$ 时, 点 C 的横坐标 m 的取值范围是 _____.

三、解答题 (本大题共 7 道题, 19 题 14 分, 20~23 题每题 5 分, 24 题 6 分, 25 题 7 分, 共 47 分)

19. 计算:

(1) $4y \cdot (-2xy^3 + 1)$



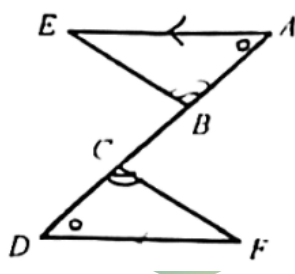
(2) $(x+2y)(3x-y)$

(3) $2x^3y^2 \cdot (-xy)^3 \div x^4y^2$

(4) $(12x^3 - 6x^2 + 3x) \div 3x$

20. 已知 $x^2 - 2x - 1 = 0$ ，求代数式 $(x-1)^2 + (x-3)(x+3) - 2(x-5)$ 的值.

21. 如图， A, B, C, D 是同一条直线上的点， $AC = BD$ ， $AE \parallel DF$ ， $\angle ABE = \angle DCF$ 。求证： $AE = DF$ 。

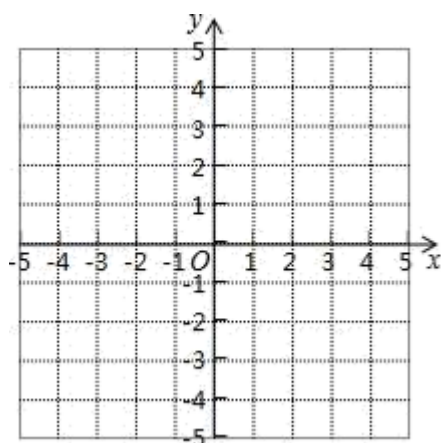


22. 如图所示的坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标依次为 $A(-1, 2)$ ， $B(-4, 1)$ ， $C(-2, -2)$ 。

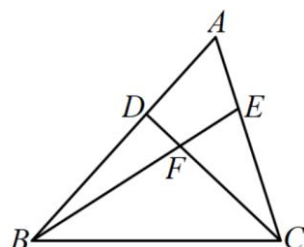
(1) 请在这个坐标系中作出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ 。

(2) 分别写出点 A_1 、 B_1 、 C_1 的坐标。

(3) 求 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积。



23. 如图， D 是 AB 上一点， E 是 AC 上一点， BE, CD 相交于点 F ， $\angle A = 61^\circ$ ， $\angle ACD = 34^\circ$ ， $\angle ABE = 20^\circ$ ，求 $\angle BDC$ 和 $\angle BFD$ 的度数。



24. 已知：如图 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$.

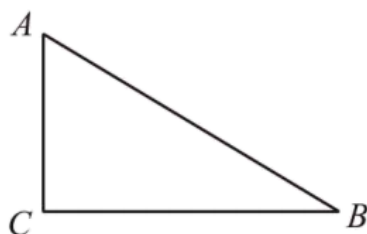
求作：点 P ，使得点 P 在 AC 上，且点 P 到 AB 的距离等于 PC .

作法：

①以点 B 为圆心，以任意长为半径作弧，分别交射线 BA, BC 于点 D, E ；

②分别以点 D, E 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle ABC$ 内部交于点 F ；

③作射线 BF 交 AC 于点 P . 则点 P 即为所求.



(1) 使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面证明.

证明：连接 DF, FE .

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle BEF$ 中

$$\begin{cases} DB = EB, \\ DF = EF, \\ BF = BF. \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle BEF$.

$\therefore \angle ABF = \angle CBF$ () (填推理的依据).

$\because \angle ACB = 90^\circ$ ，点 P 在 AC 上，

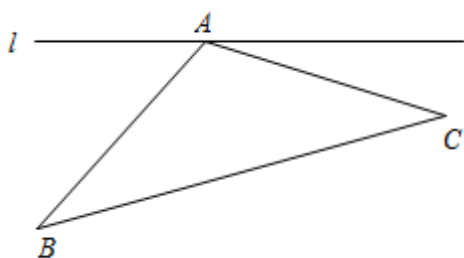
$\therefore PC \perp BC$.

作 $PQ \perp AB$ 于点 Q ，

$\because$ 点 P 在 BF 上，

$\therefore PC =$ () (填推理的依据).

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，过点 A 在 $\triangle ABC$ 的外部作直线 l ，作点 C 关于直线 l 的对称点 M ，连接 AM 、 BM ，线段 BM 交直线 l 于点 N .



- (1) 依题意补全图形；
- (2) 连接 CN ，求证： $\angle ACN = \angle ABM$ ；
- (3) 过点 A 作 $AH \perp BM$ 于点 H ，用等式表示线段 BN 、 $2NH$ 、 MN 之间的数量关系，并证明。

附加题

四、解答题（26 题 7 分，27 题 6 分，28 题 7 分，共 20 分。）

26. 我们知道用几何图形的面积可以解释多项式乘法的运算：

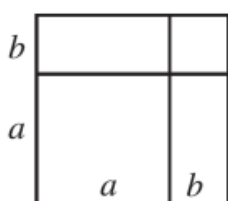


图1

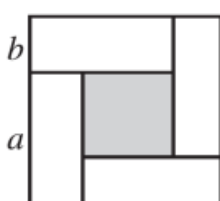


图2



- (1) 如图 1，可知： $(a+b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 如图 2，可知： $(a+b)^2 = (a-b)^2 + \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (3) 计算： $(2a+b)(a+2b) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (4) 在右面虚线框内画图说明 (3) 中的等式。

27. 规定两数 a ， b 之间的一种运算，记作 (a, b) ：如果 $a^c = b$ ，那么 $(a, b) = c$ 。

例如：因为 $2^3 = 8$ ，所以 $(2, 8) = 3$ 。

(1) 根据上述规定，填空：

$$(3, 9) = \underline{\hspace{2cm}}, \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{16}\right) = \underline{\hspace{2cm}}, (-2, -32) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2) 令 $(2, 6) = x$ ， $(2, 7) = y$ ， $(2, 42) = z$ ，试说明下列等式成立的理由： $(2, 6) + (2, 7) = (2, 42)$ 。

28. 若 $EC = ED$ ，且点 D 与点 C 不重合，则称点 D 为点 C 关于点 E 的关联点。借助网格解决下列问题。
在平面直角坐标系 xOy 中，

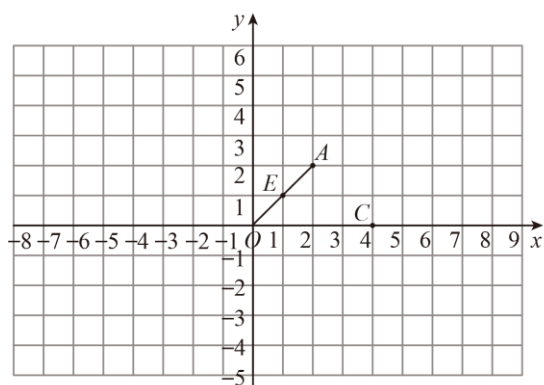


图1

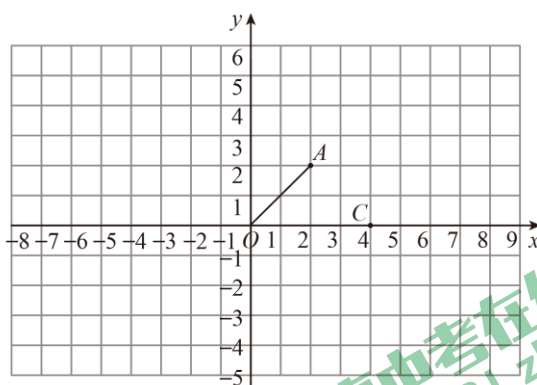
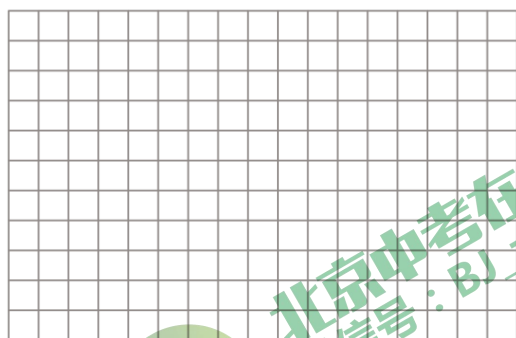


图2



备用图

(1) 已知，点 A 的坐标为 $(2, 2)$ ，点 C 的坐标为 $(4, 0)$ ，点 E 在直线 AO 上，点 D 在直线 OC 上.

①如图 1，若 E 为线段 AO 的中点，在图中作出点 C 关于点 E 的关联点 D ，并直接写出点 D 的坐标：

_____.

②在图 2 中，若 $AE = 2AO$ ，求点 C 关于点 E 的关联点 D 的坐标；

(2) 若点 A ， B ， C 的坐标依次为 $(n+1, 1)$ ， $(n, 0)$ ， $(n+2, 0)$ ，点 E 在直线 AB 上，点 D 在直线 BC 上，且 $AB \leq AE < 3AB$. 请直接写出点 C 关于点 E 的关联点 D 的横坐标 t 的取值范围：_____ (用含 n 的代数式表示).



参考答案

一、选择题（本大题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

1.

【答案】A

【解析】

【分析】根据轴对称图形的概念求解．如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴．

【详解】A．是轴对称图形，故 A 符合题意；

B．不是轴对称图形，故 B 不符合题意；

C．不是轴对称图形，故 C 不符合题意；

D．是轴对称图形，故 D 不符合题意．

故选：A．

【点睛】本题主要考查轴对称图形的知识点．确定轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合．

2.

【答案】A

【解析】

【分析】根据同底数幂的乘法、同底数幂的除法、幂的乘方以及积的乘方解决此题．

【详解】解：A、根据幂的乘方，得 $(a^2)^3=a^6$ ，故 A 符合题意；

B、根据同底数幂的乘法，得 $a^2 \cdot a^3=a^5$ ，故 B 不符合题意；

C、根据积的乘方，得 $(2a)^3=8a^3$ ，故 C 不符合题意；

D、根据同底数幂的除法，得 $a^{10} \div a^2=a^8$ ，故 D 不符合题意．

故选：A．

【点睛】本题主要考查同底数幂的乘法、同底数幂的除法、幂的乘方以及积的乘方，熟练掌握同底数幂的乘法、同底数幂的除法、幂的乘方以及积的乘方是解决本题的关键．

3.

【答案】C

【解析】

【分析】根据完全平方公式即可解答．

【详解】解： $\because x^2 - 4x + a$ 是一个完全平方式， $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$ ，

$\therefore a = 4$ ，

故选：C．

【点睛】本题考查了完全平方式，熟练掌握完全平方式 结构特点是解决本题的关键．

4.

【答案】B



【解析】

【分析】根据多边形的外角和等于 360° 解答.

【详解】解：五边形的外角和是 360° .

故选 B.

【点睛】本题考查了多边形的外角和定理，多边形的外角和与边数无关，任意多边形的外角和都是 360° .

5.

【答案】B

【解析】

【分析】根据三角形的中线把三角形分成两个面积相等的三角形解答即可.

【详解】解： $\because$ 点 D 是 BC 的中点，

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 24 = 12,$$

$\because$ 点 E 是 AD 的中点，

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

故选：B.

【点睛】本题考查了三角形中线的性质：三角形的中线将三角形分为面积相等的两部分，知道中线将三角形面积分为相等的两部分是解题的关键.

6.

【答案】A

【解析】

【分析】先将 $(2x + m)(x + 2)$ 根据多项式乘多项式展开，找出所有含 x 的一次项，合并系数，使含 x 的一次项的系数为 0，即可求出 m 的值.

【详解】解： $(2x + m)(x + 2) = 2x^2 + 4x + mx + 2m = 2x^2 + (4 + m)x + 2m$,

$\because$ 乘积中不含 x 的一次项，

$$\therefore 4 + m = 0,$$

$$\therefore m = -4.$$

故答案选：A.

【点睛】本题考查多项式乘多项式的运算，属于基础题. 理解不含某一项就是指含有这项的系数为 0，注意合并同类项求解.

7.

【答案】B

【解析】

【分析】根据直线 MN 是四边形 $AMBN$ 的对称轴，得到点 A 与点 B 对应，根据轴对称的性质即可得到结论.

【详解】解： $\because$ 直线 MN 是四边形 $AMBN$ 的对称轴，



∴点 A 与点 B 对应,

∴ $AM=BM$, $AN=BN$, $\angle ANM=\angle BNM$,

∵点 P 是直线 MN 上的点,

∴ $\angle MAP=\angle MBP$,

∴ A , C , D 正确, 而 B 错误,

故选: B .

【点睛】本题考查了轴对称的性质, 熟练掌握轴对称的性质是解题的关键.

8.

【答案】 D

【解析】

【分析】根据 A 、 B 两点的坐标及两点间的距离公式, 即可一一判定.

【详解】解: ∵ A 、 B 两点的坐标分别是 $(-1, 3)$ 和 $(1, 3)$,

∴ A 、 B 关于 y 轴对称,

A 、 B 之间的距离为: $1 - (-1) = 2$,

故正确的有②③,

故选: D .

【点睛】本题考查的是关于 x , y 轴对称的点的坐标, 两点间的距离公式, 掌握利用点的坐标判断两点关于 x 轴, y 轴是否对称是解题关键.

9.

【答案】 B

【解析】

【分析】利用三角形的内角和定理在 $\triangle BCD$ 中先求出 $\angle BCD$, 利用角平分线的性质再求出 $\angle ACB$, 最后在 $\triangle ABC$ 中利用三角形的内角和定理求出 $\angle A$.

【详解】解: ∵ $BD \perp CD$,

∴ $\angle D = 90^\circ$,

∵ $\angle DBC = 76^\circ$,

∴ $\angle DCB = 90^\circ - 76^\circ = 14^\circ$,

∵ CD 平分 $\angle ACB$,

∴ $\angle ACB = 28^\circ$,

∵ $\angle A = \angle ABD$, $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$,

∴ $\angle A + \angle A + 76^\circ + 28^\circ = 180^\circ$,

∴ $\angle A = 38^\circ$.

故选: B .

【点睛】本题考查了三角形的内角和定理, 求出 $\angle DCB$ 利用三角形的内角和定理得到关于 $\angle A$ 的方程是解决本题的关键.



10.

【答案】B

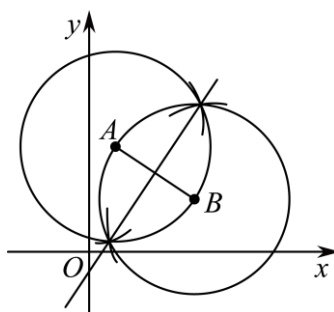
【解析】

【分析】首先作线段 AB 垂直平分线，即可得垂直平分线与坐标轴的交点个数，再分别以点 A 、 B 为圆心， AB 长为半径画圆，即可得与坐标轴的交点个数，据此即可判定.

【详解】解：如图：作线段 AB 垂直平分线，分别以点 A 、 B 为圆心， AB 长为半径画圆，

$$\because \text{点 } A(1,4), \text{ 点 } B(4,2), AB = \sqrt{(4-1)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{13}, \sqrt{13} < 4,$$

$\therefore \odot A$ 与 x 轴没有交点， $\odot B$ 与 y 轴没有交点，



由图可知：满足条件的点 M 共有 6 个，

故选：B.

【点睛】本题考查了基本作图—线段的垂直平分线与圆，理解题意，画出图形是解决本题的关键.

二、填空题（本大题共 8 道小题，11~17 题每小题 3 分，18 题 2 分，共 23 分）

11.

【答案】1

【解析】

【分析】根据 0 指数幂的意义解答即可.

【详解】解： $(\pi - 3)^0 = 1$.

故答案为：1.

【点睛】本题考查的是 0 指数幂的意义，属于应知应会题型，掌握基本知识是关键.

12.

【答案】 100° 或 40°

【解析】

【分析】根据题意可分当顶角为 40° 时和底角为 40° 时进行分类求解即可.

【详解】解：①当顶角为 40° 时，则底角的度数为： $\frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$ ；

②当底角的度数为 40° 时，顶角的度数为 $180^\circ - 40^\circ \times 2 = 100^\circ$ ；

综上所述：它的顶角的度数为 40° 或 100° ；

故答案为： 40° 或 100° .

【点睛】本题主要考查等腰三角形的性质，解题的关键是熟练掌握等腰三角形的性质.



13.

【答案】 $BC = BD$ 或 $\angle CAB = \angle DAB$ ## $\angle CAB = \angle DAB$ 或 $BC = BD$

【解析】

【分析】根据三角形全等的判定定理， AB 为公共边， $\angle CAB = \angle DAB$ ，根据 ASA 即可证明 $\triangle ABD \cong \triangle ABC$ ，或者根据 SSS 证明 $\triangle ABD \cong \triangle ABC$ 即可求得答案

【详解】根据题意，若 $AD = AC$ ， $BC = BD$ ，

又 $AB = AB$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ABC$ (SAS)

或者 $AD = AC$ ， $\angle CAB = \angle DAB$ ， $AB = AB$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ABC$ (SSS)

故答案为： $BC = BD$ 或 $\angle CAB = \angle DAB$

【点睛】本题考查了三角形全等的判定，掌握三角形全等的判定定理是解题的关键。

14.

【答案】11

【解析】

【分析】根据线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等的性质可得 $AD = BD$ ，然后求出 $\triangle DBC$ 的周长 $= AC + BC$ ，再代入数据进行计算即可得解。

【详解】解： $\because MN$ 是 AB 的垂直平分线，

$\therefore AD = BD$ ，

$\therefore \triangle DBC$ 的周长 $= BD + CD + BC = AD + CD + BC = AC + BC$ 。

$\because AC = 12$ ， $\triangle DBC$ 的周长是 23，

$\therefore BC = 23 - 12 = 11$ 。

故答案为：11。

【点睛】本题考查了线段垂直平分线的性质的应用，注意：线段垂直平分线上的点到线段两个端点的距离相等。

15.

【答案】3

【解析】

【分析】根据角平分线性质“角的平分线上的点到角的两边的距离相等”，可得点 D 到 AB 的距离 = 点 D 到 AC 的距离 $= CD = 3$ 。

【详解】解： $\because BC = 10$ ， $BD = 7$ ，

$\therefore CD = 3$ 。

$\because \angle C = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle BAC$ 。

由角平分线的性质，得点 D 到 AB 的距离等于 $CD = 3$ 。

故答案为：3。



【点睛】本题主要考查平分线的性质，由已知能够注意到 D 到 AB 的距离即为 CD 长是解决的关键。
16.

【答案】16

【解析】

【分析】根据 BO 、 CO 分别是 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线，且 $MN \parallel BC$ ，可得出 $MO = MB$ ， $NO = NC$ ，可得 $\triangle AMN$ 的周长为 $AB + AC$ ，据此即可求得。

【详解】解：∵ BO 、 CO 分别是 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线，

$$\therefore \angle MBO = \angle OBC, \quad \angle OCN = \angle OCB,$$

$$\because MN \parallel BC,$$

$$\therefore \angle MOB = \angle OBC, \quad \angle NOC = \angle OCB,$$

$$\therefore \angle MBO = \angle MOB, \quad \angle NOC = \angle NCO,$$

$$\therefore MO = MB, \quad NO = NC,$$

$$\because AB = 6, \quad AC = 10,$$

∴ $\triangle AMN$ 的周长为：

$$AM + MN + AN$$

$$= AM + MO + AN + NO$$

$$= AM + MB + AN + NC$$

$$= AB + AC$$

$$= 6 + 10$$

$$= 16$$

故答案为：16.

【点睛】本题考查了角平分线的定义，平行线的性质，等腰三角形的判定与性质，利用等腰三角形的判定与性质是解题关键。

17.

【答案】37

【解析】

【分析】原式利用完全平方公式变形，将已知等式代入计算即可求出值。

【详解】解：∵ $x + y = -7$ ， $xy = 6$ ，

$$\therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 49 - 12 = 37.$$

故答案为：37.

【点睛】本题考查了完全平方公式，能够把已知式子变成完全平方的形式，求得 $x^2 + y^2$ 的值。

18.

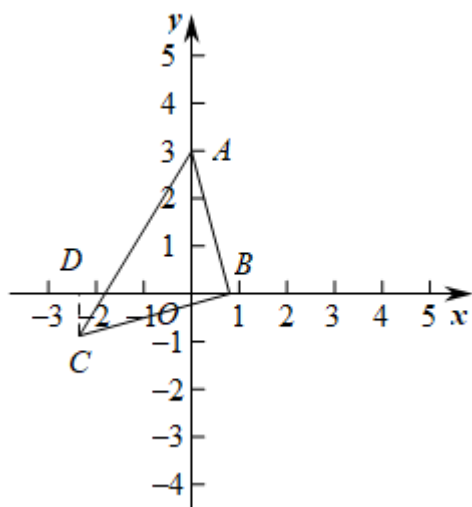
【答案】 $-3 < m < -2$

【解析】



【分析】过点 C 作 $CD \perp x$ 轴于 D ，由“ AAS ”可证 $\triangle AOB \cong \triangle BDC$ ，可得 $AO = BD = 3$ ，据此即可求解。

【详解】解：如图，过点 C 作 $CD \perp x$ 轴于 D ，



$\because$ 点 $A(0, 3)$,

$\therefore AO = 3$,

$\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形，且 $AB = BC$ ，

$\therefore \angle ABC = 90^\circ = \angle AOB = \angle BDC$ ，

$\therefore \angle ABO + \angle CBD = 90^\circ$ ， $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAO = \angle CBD$ ，

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle BDC$ 中，

$$\begin{cases} \angle AOB = \angle BDC \\ \angle BAO = \angle CBD \\ AB = BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle BDC (AAS)$ ，

$\therefore AO = BD = 3$ ，

$\because 0 < a < 1$ ，

$\therefore -3 < a - 3 < -2$ ，

$\therefore OD = BD - OB = 3 - a$ ，

$\therefore$ 点 C 的横坐标为： $m = -(3 - a) = a - 3$ ，

$\therefore -3 < m < -2$ ，

故答案为： $-3 < m < -2$ 。

【点睛】本题考查了坐标与图形，全等三角形的判定和性质，不等式的性质，等腰直角三角形的性质，添加恰当辅助线构造全等三角形是解决本题的关键。

三、解答题（本大题共 7 道题，19 题 14 分，20~23 题每题 5 分，24 题 6 分，25 题 7 分，共



47 分)

19.

【答案】(1) $-8xy^4 + 4y$;

(2) $3x^2 + 5xy - 2y^2$;

(3) $-2x^2y^3$;

(4) $4x^2 - 2x + 1$

【解析】

【分析】(1) 利用单项式乘以多项式进行计算即可;

(2) 利用多项式乘多项式法则进行计算即可;

(3) 利用积的乘方法则、单项式与单项式的乘除法进行计算即可;

(4) 利用多项式除以单项式进行计算即可.

【小问 1 详解】

解: 原式 $= -8xy^4 + 4y$;

【小问 2 详解】

解: 原式 $= 3x^2 - xy + 6xy - 2y^2$

$= 3x^2 + 5xy - 2y^2$;

【小问 3 详解】

解: 原式 $= 2x^3y^2 \cdot (-x^3y^3) \div x^4y^2$

$= -2x^6y^5 \div x^4y^2$

$= -2x^2y^3$;

【小问 4 详解】

解: 原式 $= 4x^2 - 2x + 1$

【点睛】本题考查了整式的混合运算, 熟练掌握积的乘方、单项式的乘除法法则、多项式与多项式相乘及多项式除以单项式法则是解决问题的关键.

20.

【答案】4

【解析】

【分析】首先根据 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 可得 $x^2 - 2x = 1$, 再进行整式的混合运算, 最后把 $x^2 - 2x = 1$ 代入化简后的式子, 即可求得结果.

【详解】解: $\because x^2 - 2x - 1 = 0$,

$\therefore x^2 - 2x = 1$,

$\therefore (x-1)^2 + (x-3)(x+3) - 2(x-5)$

$= x^2 - 2x + 1 + x^2 - 9 - 2x + 10$



$$\begin{aligned}
 &= 2x^2 - 4x + 2 \\
 &= 2(x^2 - 2x) + 2 \\
 &= 2 \times 1 + 2 \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

【点睛】本题考查了整式的混合运算，代数式求值问题，熟练掌握和运用各运算法则是解决本题的关键.

21.

【答案】证明见解析

【解析】

【分析】首先利用平行线的性质得出 $\angle A = \angle D$ ，再由 $AC = BD$ 得出 $AB = CD$ ，进而利用全等三角形的判定定理 ASA 即可证明 $\triangle ABE \cong \triangle DCF$ ，据此即可证得.

【详解】证明： $\because AE \parallel DF$ ，

$$\therefore \angle A = \angle D,$$

$$\because AC = BD,$$

$$\therefore AC - BC = BD - CB, \text{ 即 } AB = DC,$$

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle DCF$ 中，

$$\begin{cases} \angle ABE = \angle DCF \\ AB = DC \\ \angle A = \angle D \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF,$$

$$\therefore AE = DF.$$

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质，熟练掌握和运用全等三角形的判定与性质是解决本题的关键.

22.

【答案】(1) 如图所示， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；(2) A_1 的坐标为 (1, 2)、 B_1 的坐标 (4, 1)、 C_1 的坐标为 (2, -2)；(3) $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积为 $\frac{11}{2}$.

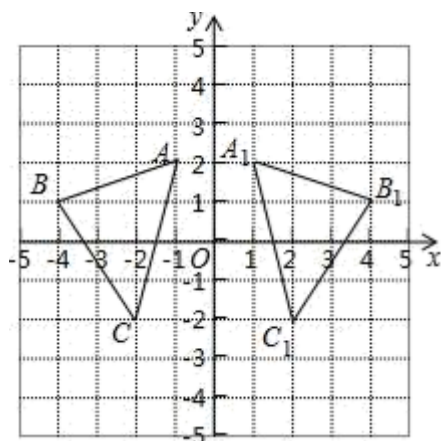
【解析】

【分析】(1) 分别作出点 A, B, C 关于 y 轴的对称点，再首尾顺次连接即可得；

(2) 由 (1) 中所作图形可得答案；

(3) 利用割补法求解可得.

【详解】(1) 如图所示， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.



(2) 由图知， A_1 的坐标为 $(1, 2)$ 、 B_1 的坐标为 $(4, 1)$ 、 C_1 的坐标为 $(2, -2)$ ；

(3) $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积为 $3 \times 4 - \frac{1}{2} \times 1 \times 4 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = \frac{11}{2}$ 。

【点睛】本题考查了利用轴对称变换作图，熟练掌握网格结构，准确找出对应点的位置是解题的关键。

23.

【答案】 $\angle BDC = 95^\circ$ ， $\angle BFD = 65^\circ$

【解析】

【分析】在 $\triangle ACD$ 中，利用三角形的外角性质，三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和计算即可；在 $\triangle BFD$ 中，利用三角形的内角和定理计算即可。

【详解】解： $\because \angle BDC = \angle A + \angle ACD$ ，

$$\therefore \angle BDC = 61^\circ + 34^\circ = 95^\circ；$$

$$\because \angle BFD + \angle BDC + \angle ABE = 180^\circ，$$

$$\therefore \angle BFD = 180^\circ - \angle BDC - \angle ABE，$$

$$= 180^\circ - 95^\circ - 20^\circ$$

$$= 65^\circ。$$

【点睛】本题主要考查了三角形外角的性质与三角形内角和定理，熟记性质与定理是解题的关键。

24.

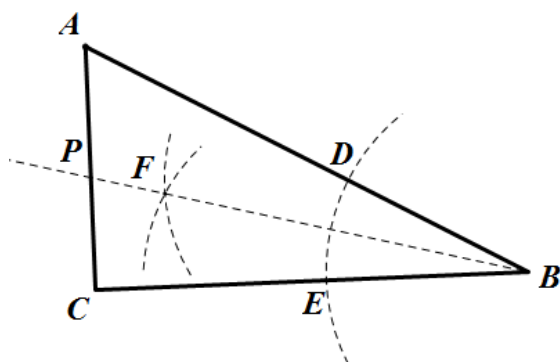
【答案】(1) 图见解析；(2) 全等三角形的对应角相等， PQ ，角平分线上的点到角两边的距离相等

【解析】

【分析】(1) 按照题目中的已知作法作图即可

(2) 先根据 SSS 得出 $\triangle BDF \cong \triangle BEF$ ，根据全等三角形的对应边相等得出 $\angle ABF = \angle CBF$ ，再根据角平分线的性质即可得出答案

【详解】(1) 如图所示：



(2) 证明：连接 DF, FE .

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle BEF$ 中

$$\begin{cases} DB = EB \\ DF = EF \\ BF = BF \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle BEF$.

$\therefore \angle ABF = \angle CBF$ (全等三角形的对应角相等) (填推理的依据).

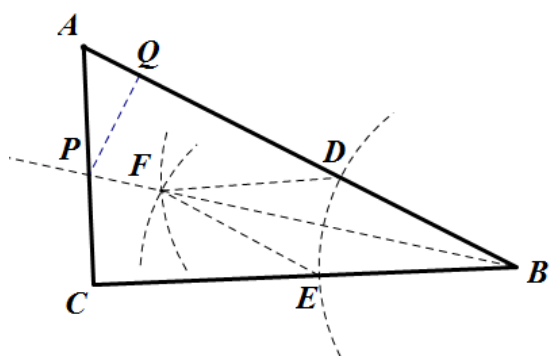
$\because \angle ACB = 90^\circ$, 点 P 在 AC 上,

$\therefore PC \perp BC$.

作 $PQ \perp AB$ 于点 Q ,

$\because$ 点 P 在 BF 上,

$\therefore PC = PQ$ (角平分线上的点到角两边的距离相等) (填推理的依据).



【点睛】本题考查作图-复杂作图、角平分线的性质定理、全等三角形的判定与性质等知识，解题的关键是熟练掌握基本作图，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

25.

【答案】(1) 补全图形见解析;

(2) 证明见解析; (3) $BN = 2NH + MN$, 证明见解析.

【解析】

【分析】(1) 根据题意补全图形即可;

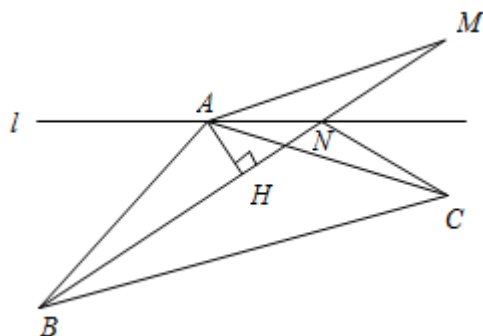
(2) 先由 SSS 证 $\triangle AMN \cong \triangle ACN$, 从而 $\angle AMN = \angle ACN$, 由 $AB = AC$, 得到 $AB = AM$, 由等边对等角得到 $\angle ABM = \angle ACN$, 等量代换可证 $\angle ABM = \angle ACN$;



(3) 由等腰三角形三线合一可得 $BH = MH$ ，即可得证.

【小问 1 详解】

解：补全图形如图所示：



【小问 2 详解】

解：∵ 点 C、点 M 关于直线 l 对称，

∴ $AM = AC$ ， $NM = NC$ ，

在 $\triangle AMN$ 和 $\triangle ACN$ 中， $\begin{cases} AM = AC \\ AN = AN \\ NM = NC \end{cases}$ ，

∴ $\triangle AMN \cong \triangle ACN$ ，

∴ $\angle AMN = \angle ACN$ ，

∵ $AB = AC$ ，

∴ $AB = AM$ ，

∴ $\angle ABM = \angle ACN$ ，

∴ $\angle ABM = \angle ACN$ ；

【小问 3 详解】

解： $BN = 2NH + MN$ ，证明如下：

∵ $AB = AM$ ， $AH \perp BM$ ，

∴ $BH = MH$ ，

∴ $2NH + MN = HN + NM + HN = HM + HN = BH + HN = BN$ ，

∴ $BN = 2NH + MN$ 。

【点睛】此题考查了全等三角形的判定和性质、轴对称的性质及等腰三角形的性质.掌握相应的判定和性质是解答此题的关键.

附加题

四、解答题（26 题 7 分，27 题 6 分，28 题 7 分，共 20 分.）

26.

【答案】(1) $a^2 + 2ab + b^2$



(2) $4ab$

(3) $2a^2 + 5ab + 2b^2$

(4) 见解析

【解析】

【分析】(1)根据图形即可解答；

(2)根据图形即可解答；

(3)根据多项式乘以多项式的法则计算即可求解；

(4)画一个长为 $(2a+b)$ ，宽为 $(a+2b)$ 的矩形即可．

【小问 1 详解】

解：由图形可得： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，

故答案为： $a^2 + 2ab + b^2$ ；

【小问 2 详解】

解：由图形可得： $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$ ，

故答案为： $4ab$ ；

【小问 3 详解】

解： $(2a+b)(a+2b)$

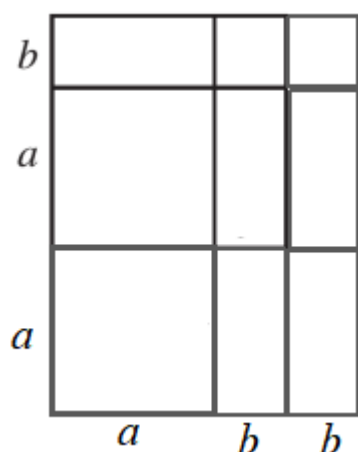
$= 2a^2 + 4ab + ab + 2b^2$

$= 2a^2 + 5ab + 2b^2$

故答案为： $2a^2 + 5ab + 2b^2$ ；

【小问 4 详解】

解：画图如下：



【点睛】本题考查了多项式乘以多项式的计算方法，理解用几何图形的面积表示代数恒等式是解决问题的关键．

27.

【答案】(1) 2, 4, 5



(2) 证明见解析

【解析】

【分析】(1) 根据有理数的乘方和负整数指数幂及新定义计算；

(2) 根据题意得： $2^x = 6$ ， $2^y = 7$ ， $2^z = 8$ ，根据 $6 \times 7 = 42$ 列出等式即可得出答案.

【小问 1 详解】

$$\text{解：} \because 3^2 = 9, \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}, (-2)^5 = -32,$$

$$\therefore (3, 9) = 2, \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{16}\right) = 4, (-2, -32) = 5,$$

故答案为 2, 4, 5.

【小问 2 详解】

$$\text{证明：} \because (2, 6) = x, (2, 7) = y, (2, 42) = z,$$

$$\therefore 2^x = 6, 2^y = 7, 2^z = 42,$$

$$\therefore 6 \times 7 = 42,$$

$$\therefore 2^x \cdot 2^y = 2^z,$$

$$\text{即 } 2^{x+y} = 2^z,$$

$$\therefore x + y = z,$$

$$\therefore (2, 6) + (2, 7) = (2, 42).$$

【点睛】本题考查了新定义，有理数的乘法，负整数指数幂，能够正确运算新定义是解题的关键.

28.

【答案】(1) ① $(-2, 0)$ ；② 点 D 的坐标 $(-8, 0)$ 或 $(8, 0)$ ；

(2) $n - 6 < t \leq n - 2$ 或 $n + 2 < t < n + 6$

【解析】

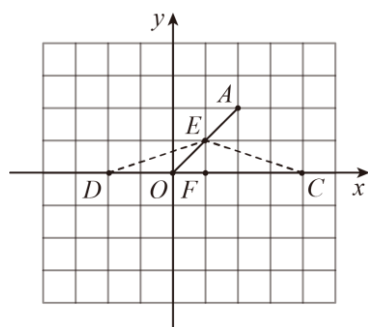
【分析】(1) ① 过点 E 作 $EF \perp OC$ ，垂足为 F ，根据等腰三角形的性质可得 $DF = FC = 3$ ， $OF = 1$ ，即可求 $OD = 2$ ，即可求点 D 坐标；

② 分点 E 在 AO 的延长线上与点 E 在边 OA 的延长线上两种情况讨论，根据关联点的定义可求点 D 的坐标；

(2) 分点 E 在 AB 的延长线上或在 BA 的延长线上，根据平行线分线段成比例的性质，同 (1) ② 的方法，即可求点 D 的横坐标 t 的取值范围.

【小问 1 详解】

解：① 如图，过点 E 作 $EF \perp OC$ ，垂足为 F ，



$\because EC = ED, EF \perp OC,$

$\therefore DF = FC,$

$\because$ 点 C 的坐标为 $(4,0)$, 点 A 的坐标为 $(2,2)$, 点 E 是 AO 的中点,

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(1,1)$,

$\therefore OF = EF = 1, DF = FC = 3,$

$\therefore DO = DF - OF = 2,$

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(-2,0)$,

故答案为: $(-2,0)$;

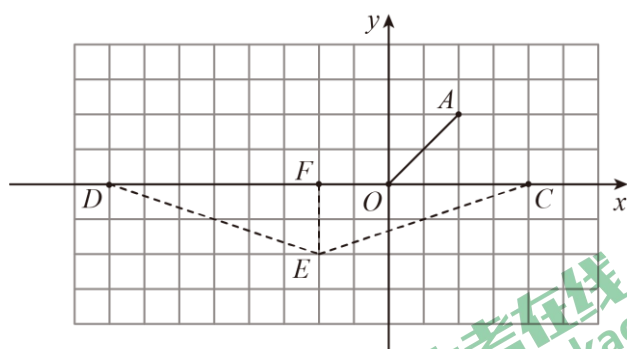
②当点 E 在 AO 的延长线上时,

$\because AE = 2AO,$

$\therefore AO = OE.$

$\therefore$ 点 E 的坐标 $(-2,2)$,

过点 E 作 $EF \perp OC$, 垂足为 F ,



$\therefore OF = EF = 2,$

$\because EC = ED, EF \perp OC,$

$\therefore DF = FC,$

$\because$ 点 C 的坐标为 $(4,0)$,

$\therefore DF = FC = OC + OF = 6,$

$\therefore DO = DF + OF = 8,$

$\therefore$ 点 D 的坐标 $(-8,0)$;

当点 E 在 OA 的延长线上时,

$$\therefore AO = OE .$$

过点 E 作 $EG \perp OC$ ，垂足为 G ，



北京中考在线
微信号：BJ_zkao

综上所述：点 D 的坐标 $(-8,0)$ 或 $(8,0)$ ；

$$\therefore \sqrt{2} \leq AE < 3\sqrt{2},$$


北京中考在线
微信号: BJ_zkao





若 $AE = \sqrt{2}$ ，则 E 、 B 重合，

$\therefore$ 点 D 的横坐标为： $n-2$ ；

若 $AE = 3\sqrt{2}$ ，

$\because AH \perp BC, EF \perp BD$ ，

$\therefore AH \parallel EF$ ，

$\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{BH}{BF}$ ，即 $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{BF}$ ，

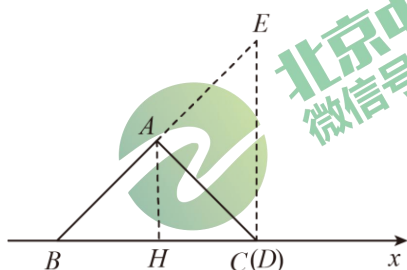
$\therefore BF=2$ ，

同 (1) ②，点 D 的横坐标为： $n-2-4=n-6$ ；

$\therefore$ 点 D 的横坐标 t 的取值范围： $n-6 < t \leq n-2$ ；

如图点 E 在 BA 的延长线上，

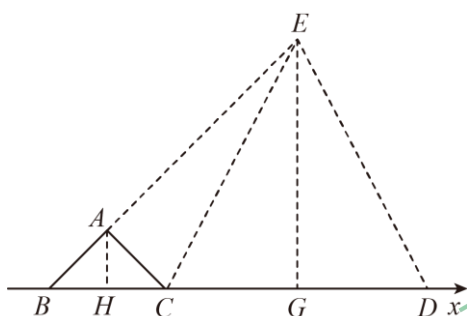
若 $AE = \sqrt{2}$ ，则 $AB=AE$ ，



$\therefore$ 点 C 与点 D 重合，

$\therefore$ 点 D 的横坐标为： $n+2$ ；

若 $AE = 3\sqrt{2}$ ，过点 E 作 $EG \perp BD$ ，



同理可求：点 D 的横坐标 t 的取值范围： $n+2 < t < n+6$ ，

综上所述：点 D 的横坐标 t 的取值范围： $n-6 < t \leq n-2$ 或 $n+2 < t < n+6$ 。

故答案为： $n-6 < t \leq n-2$ 或 $n+2 < t < n+6$ 。

【点睛】本题是三角形综合题，考查了等腰直角三角形的性质，平行线分线段成比例，阅读理解题意是本题的关键，是中考压轴题