北京市西城区九年级模拟测试

数学试卷答案及评分参考

2021.5

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	D	A	B	A	A	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．$x\geqslant -3$．

10．$x(x-5)^2$．

11．$\frac{1}{25}$．

12．$(-2,0)$．

13．答案不唯一，如：$CE=CF$．

14．144．

15．答案不唯一，如：4312．

16．$(\frac{1}{2},\frac{3}{4})$，$(1-\frac{1}{2^n},1-\frac{1}{2^{n+1}})$．

三、解答题（本题共 68 分，第 17-19 题，每小题 5 分，第 20 题 6 分，第 21-23 题，每小题 5 分，第 24-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

17．（本小题满分 5 分）

解：原式 $=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{2}+1+(\sqrt{2}-1)$ ·· 4 分

$=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1$

$=\sqrt{2}$． ·· 5 分

18．（本小题满分 5 分）

$\frac{x+1}{2}\leqslant\frac{x-1}{3}+x$．

解：去分母，得 $3(x+1)\leqslant 2(x-1)+6x$． ·· 1 分

去括号，得 $3x+3\leqslant 2x-2+6x$． ·· 2 分

移项，得 $3x-2x-6x\leqslant -2-3$． ·· 3 分

合并，得 $-5x\leqslant -5$． ·· 4 分

系数化为 1，得 $x\geqslant 1$．

∴ 原不等式的解集为 $x\geqslant 1$． ·· 5 分

19．（本小题满分 5 分）

解：$(a-\frac{4}{a})\div\frac{a-2}{a^2}$

$=\frac{a^2-4}{a}\times\frac{a^2}{a-2}$

$=\frac{(a+2)(a-2)}{a}\times\frac{a^2}{a-2}$

$=a(a+2)$

$=a^2+2a$. ………………………………………………………………………… 3 分

$\because$ $a^2+2a-1=0$,

$\therefore$ $a^2+2a=1$.

$\therefore$ 原式$=a^2+2a=1$. ……………………………………………………………5 分

20．（本小题满分 6 分）

解：（1）$\because$ 关于 x 的方程 $(k-1)x^2-2x+1=0$ 有两个实数根，

$\therefore$ $k-1\neq0$ 且 $\Delta\geqslant0$.

$\Delta=(-2)^2-4\times(k-1)\times1=4-4(k-1)=8-4k$.

$\therefore$ $k\neq1$ 且 $8-4k\geqslant0$.

$\therefore$ $k\leqslant2$ 且 $k\neq1$. ……………………………………………………………3 分

（2）当 k 取最大整数时，$k=2$.

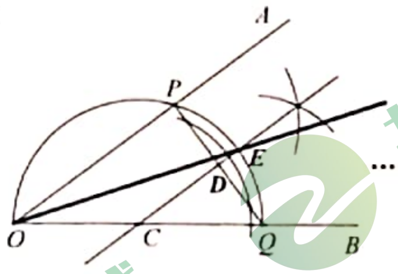
此时，方程为 $x^2-2x+1=0$.

解得 $x_1=x_2=1$.

$\therefore$ 当 $k=2$ 时，方程的根为 $x_1=x_2=1$. ……………………………………6 分

21．（本小题满分 5 分）

解：补全的图形如图 1 所示.



……………………………… 2 分

图 1

① 90；………………………………………………………………………………3 分

② 直径所对的圆周角是直角；…………………………………………………………4 分

③ $\overset{\frown}{EQ}$. ……………………………………………………………………………5 分

22．（本小题满分 5 分）

（1）证明：如图 2．

∵ $AE \parallel DC$，$AE=DC$，

∴ 四边形 $ADCE$ 为平行四边形．………………………………………… 1 分

∵ 在$\triangle ABC$中，$AC=BC$，CD 为$\triangle ABC$的角平分线，

∴ $CD \perp AB$．

∴ $\angle ADC=90^\circ$．…………………………… 2 分

∴ 四边形 $ADCE$ 为矩形．………………………… 3 分

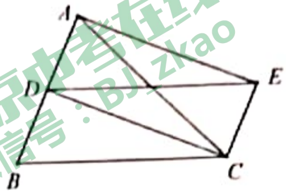


图 2

（2）解：∵ $AC=BC$，CD 为$\triangle ABC$的角平分线，$AB=10$，

∴ $AD=\frac{1}{2}AB=5$．

在 Rt$\triangle ACD$ 中，$\angle ADC=90^\circ$，$AD=5$，$CD=12$，

∴ $AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$．

∵ 四边形 $ADCE$ 为矩形，

∴ $DE=AC=13$．…………………………………… 5 分

23．（本小题满分 5 分）

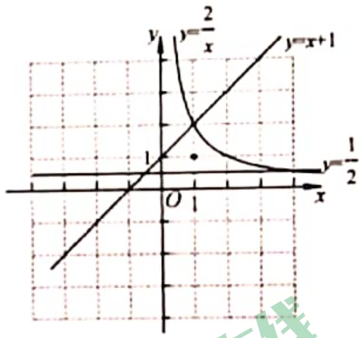


图 3

解：（1）∵ $A(2,1)$ 在函数 $y=\frac{2k}{x}$（$x>0$）的图象 F 上，

∴ $2k=1\times 2$．

解得 $k=1$．………………………………………… 1 分

∴ 直线 l 对应的函数解析式为 $y=x+1$，

……………………………………………………… 2 分

（2）①$(1,1)$（如图 3）．………………………………… 3 分

②$\frac{1}{4}\leqslant k<\frac{1}{3}$ 或 $\frac{3}{2}<k\leqslant 2$（如图 4、图 5）．…………………………………… 5 分

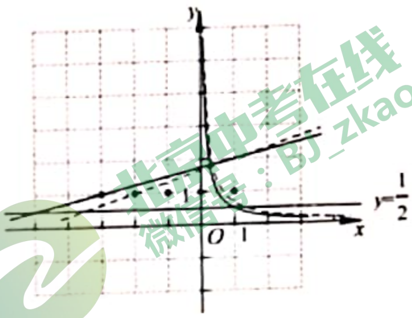


图 4

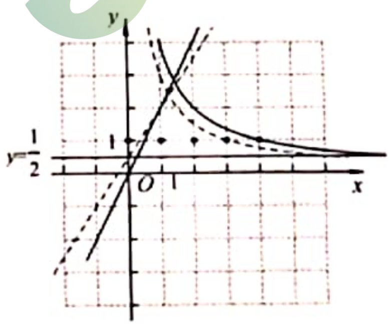


图 5

24.（本小题满分 6 分）

解：（1）34%，19；……………………………………………………………………… 2 分

（2）60，72；………………………………………………………………………… 4 分

（3）估计该校使用手机阅读的学生中，平均每天阅读时长少于半小时的人数为

$9\,000\times\dfrac{6}{150}=360$．…………………………………………………………6 分

25.（本小题满分 6 分）

（1）证明：如图 6.

∵ $\angle E=\dfrac{1}{2}\angle BOC$，$\angle E=\dfrac{1}{2}\angle DOF$，

∴ $\angle BOC=\angle DOF$．

在 Rt△OBC 中，$\angle C=90°$，

∴ $\angle OBC+\angle BOC=90°$．

∵ $\angle OBC=\angle A$，

∴ $\angle A+\angle DOF=90°$．

∴ $\angle ODA=90°$．

∴ $OD\perp AB$．

∴ AB 为⊙O 的切线．………………………………………………………… 3 分

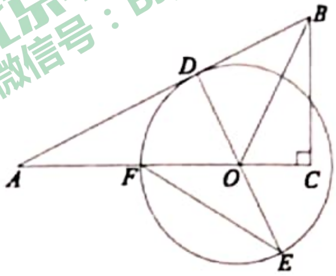


图 6

（2）解：∵ $\angle OBC=\angle A$，$\tan\angle OBC=\dfrac{1}{2}$，

∴ $\tan A=\dfrac{1}{2}$．

在 Rt△AOD 中，$\angle ODA=90°$，$OD=3$，$\tan A=\dfrac{1}{2}$，

∴ $AD=2OD=6$，$OA=\sqrt{OD^2+AD^2}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$．

在 Rt△OBC 中，$\angle OCB=90°$，设 $OC=k$，则 $BC=2k$．

在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\tan A=\dfrac{1}{2}$，$BC=2k$，

∴ $AC=2BC=4k$．

∴ $AC=OA+OC=3\sqrt{5}+k=4k$．

解得 $k=\sqrt{5}$．

∴ $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{(4k)^2+(2k)^2}=2\sqrt{5}k=2\sqrt{5}\times\sqrt{5}=10$．

∴ $BD=AB-AD=10-6=4$．………………………………………………… 6 分

26.（本小题满分 6 分）

解：(1) ∵ $x^2+x=0$ 时，$x_1=0$，$x_2=-1$，

∴ 抛物线与 x 轴的交点坐标为 $(0,0)$，$(-1,0)$． ……………………………………2 分

(2) 当 $t=1$ 时，M，N 两点的坐标分别为 $M(a,a^2+a)$，$N(a+1,a^2+3a+2)$．

∵ $\triangle MNQ$ 为等腰直角三角形，$\angle MQN=90^\circ$，

∴ $NQ=MQ$．

∵ $MQ=|(a+1)-a|=1$，$NQ=|(a^2+3a+2)-(a^2+a)|=|2a+2|$．

∴ $|2a+2|=1$．

解得 $a=-\dfrac{3}{2}$ 或 $a=-\dfrac{1}{2}$． ……………………………………4 分

(3) $0<t\leqslant 2$． ……………………………………6 分

27.（本小题满分 7 分）

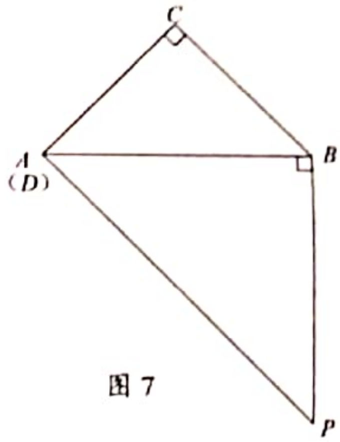


图 7

(1) 解：补全图形如图 7 所示． ………………………… 1 分

$AP=2CD$． ………………………… 2 分

(2) ①$AP=2CD$．

证明：如图 8，作 $BE\perp AP$ 于点 E，作 $CF\perp BE$ 交 EB 的延长线于点 F，则 $\angle F=\angle FED=\angle BEP=90^\circ$．

∵ $CD\perp PA$ 于点 D，

∴ $\angle ADC=\angle CDE=90^\circ$．

∴ 四边形 $CDEF$ 为矩形．

∴ $\angle DCF=90^\circ$．

∴ $\angle 2+\angle 3=90^\circ$．

∵ $\angle ACB=90^\circ$，

∴ $\angle 1+\angle 3=90^\circ$．

∴ $\angle 1=\angle 2$．

∵ $AC=BC$，$\angle ADC=\angle F=90^\circ$，

∴ $\triangle CAD\cong\triangle CBF$．

∴ $CD=CF$，$AD=BF$．

∴ 四边形 $CDEF$ 为正方形．

∴ $DE=EF=CD$．

∵ $\angle APB=45^\circ$，$\angle BEP=90^\circ$，

可得 $\angle PBE=\angle APB=45^\circ$．

∴ $EP=BE$．

∴ $AP=AD+DE+EP=BF+DE+BE=EF+DE=2CD$． ………………5 分

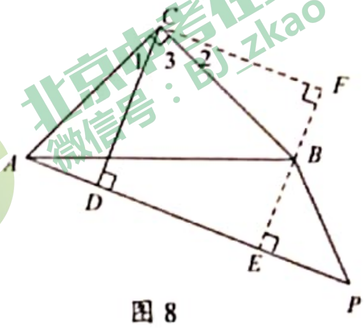


图 8

创建

②画图见图 9. ……………………………………………6 分

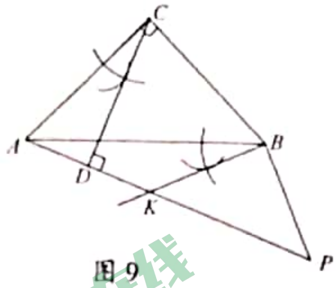


图 9

$\sqrt{2}$. ……………………………………………7 分

28.（本小题满分 7 分）

解：（1）C，D，顺（或 D，C，逆）；……………… 2 分

（2）①如图 10.

∵ 点 P，点 Q 为点 A 的一对关联点，

∴ $\triangle APQ$ 为等边三角形，$AP=AQ=PQ=1$.

∵ 直线 l：$y=\sqrt{3}x+b$，

∴ 直线 l 与 x 轴正方向的夹角为 60°.

∵ 点 P 在半径为 1 的⊙O 上，点 Q 在直线 l 上，

可得 $P_1(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$P_2(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$.

∴ $Q_1(0,0)$，$Q_2(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$Q_3(\frac{3}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$.

当 $Q_1(0,0)$ 时，$b=0$；

当 $Q_2(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$ 时，$\frac{3\sqrt{3}}{2}+b=\frac{\sqrt{3}}{2}$，解得 $b=-\sqrt{3}$；

当 $Q_3(\frac{3}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$ 时，$\frac{3\sqrt{3}}{2}+b=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，解得 $b=-2\sqrt{3}$.

综上所述，$b=0$，$-\sqrt{3}$ 或 $-2\sqrt{3}$. ……………………………………………5 分

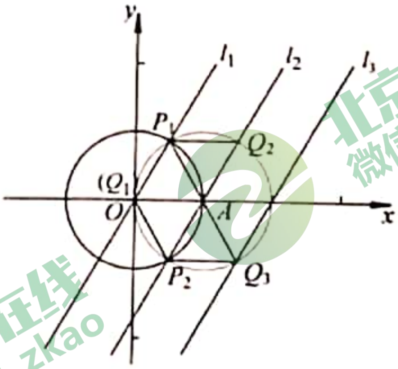


图 10

②如图 11.

由题意，可得$\triangle RTS$为正三角形，$RT=1$，$RT\parallel x$轴，点T和点S在直线l: $y=\sqrt{3}x+b$上.

作$RH\perp ST$于点H，则$RH=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

当b取最大值时，$R_1H_1\perp l_1$，$OH_1=OR_1-R_1H_1=1-\frac{\sqrt{3}}{2}$，

此时$b_1=2OH_1=2-\sqrt{3}$.

当b取最小值时，$R_2H_2\perp l_2$，$OH_2=OR_2+R_2H_2=1+\frac{\sqrt{3}}{2}$，

此时$b_2=-2OH_2=-(2+\sqrt{3})=-2-\sqrt{3}$.

综上所述，b的取值范围为$-2-\sqrt{3}\le b\le 2-\sqrt{3}$. ································ 7分

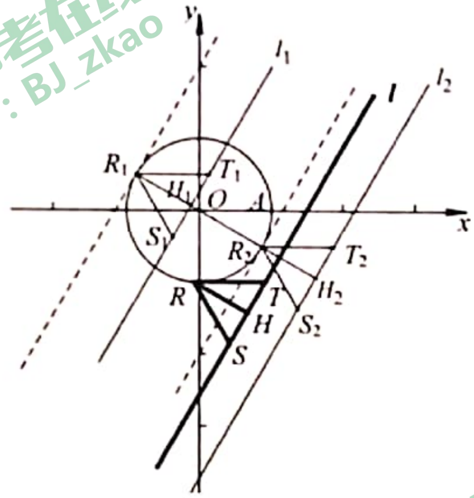


图 11