延庆区 2019-2020 学年第二学期练习卷

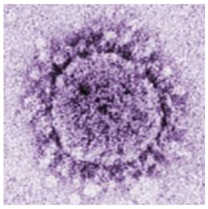
初 三 数 学

考生须知	1.本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟.
	2.在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和学号.
	3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效.
	4.在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色签字笔作答.

一、选择题：（共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

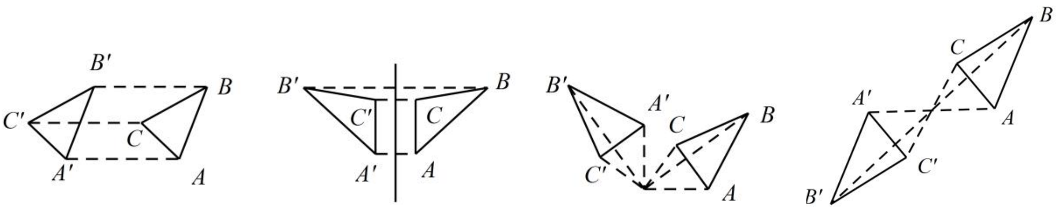
下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1. 最近，科学家发现了一种新型病毒，其最大直径约为 0.00012mm，将 0.00012 用科学记数法表示为



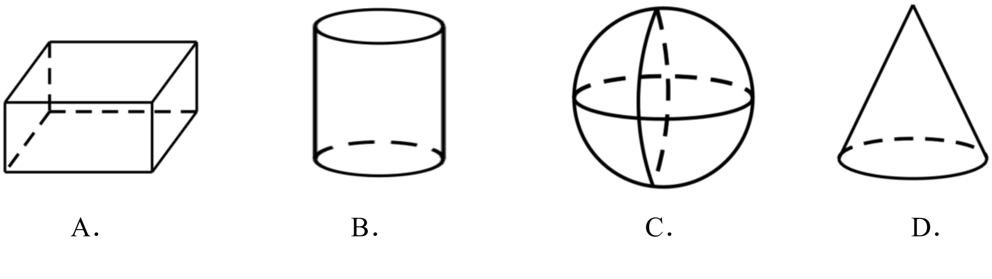
A．1.2×10^{-3}　　B．1.2×10^{-4}　　C．1.2×10^{4}　　D．12×10^{3}

2. 下列各组图形中，$\triangle A'B'C'$与 $\triangle ABC$ 成中心对称的是



A.　　B.　　C.　　D.

3. 下列立体图形的主视图、左视图、俯视图都一样的是



A.　　B.　　C.　　D.

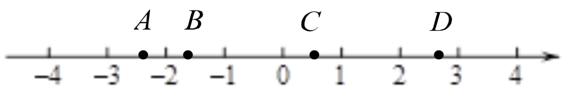
4. 若分式 $\dfrac{1}{x+2}$ 有意义，则 x 的取值范围是

A．$x>-2$　　B．$x<-2$　　C．$x=-2$　　D．$x\neq-2$

5. 数轴上 A，B，C，D 四点中，有可能在以原点为圆心，以 $\sqrt{6}$ 为半径的圆上的点是

A．点 A　　　　B．点 B

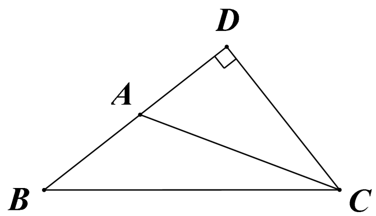
C．点 C　　　　D．点 D



6. 如图所示，△ABC 中 AB 边上的高线是

A．线段 DA　　　　B．线段 CA

C．线段 CD　　　　D．线段 BD



7. 下列实数中，无理数的个数是

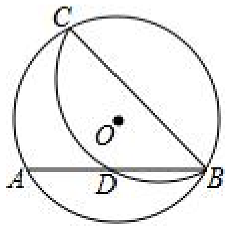
① 0.333　　② $\frac{1}{7}$　　③ $\sqrt{5}$　　④ π　　⑤6.18118111811118……

A． 1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

8. 如图，在⊙O 中，点 C 在优弧 AB 上，将弧 BC 沿直线 BC 折叠后刚好经过弦 AB 的中点 D．若⊙O 的半径为 $\sqrt{5}$，AB＝4，则 BC 的长是

A． $2\sqrt{3}$　　　　B． $3\sqrt{2}$

C． $\frac{5\sqrt{3}}{2}$　　　　D． $\frac{\sqrt{65}}{2}$

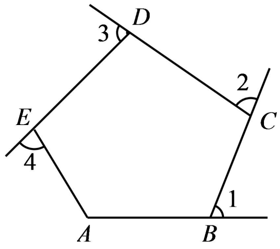


二、填空题 （共 8 个小题，每题 2 分，共 16 分）

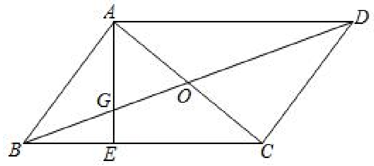
9.因式分解：a^3-9a=_______.

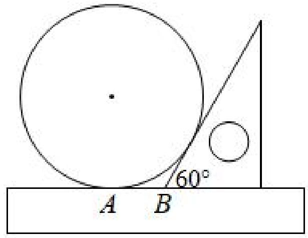
10.如果 $a+b$=2，那么代数式 $\left(1+\frac{2b}{a-b}\right)\cdot\frac{a-b}{a^2+2ab+b^2}$ 的值是_______.

11.如图，∠1，∠2，∠3，∠4 是五边形 $ABCDE$ 的 4 个外角，若∠A=100°，则∠1+∠2+∠3+∠4 =_______.



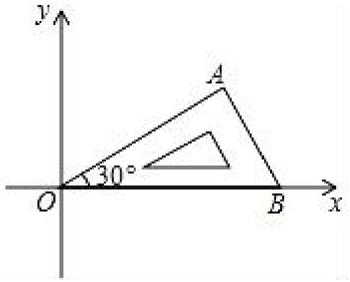
12. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O ，点 E 在边 BC 上，AE 与 BD 相交于点 G ，若 $AG:GE=3:1$，则 $EC:BC=$_______.

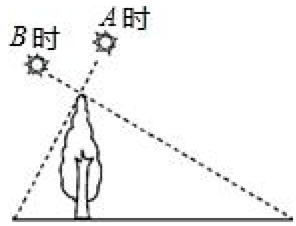




13. 把光盘、含 60°角的三角板和直尺如图摆放，$AB=2$，则光盘的直径是_______.

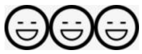
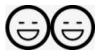
14. 将含有 30°角的直角三角板如图放置在平面直角坐标系中，OB 在 x 轴上，将三角板绕原点 O 顺时针旋转 75°，若 $OA=4$，则点 A 的对应点 A'的坐标为_____.





15. 如图，小明在 A 时测得某树的影长为 3 米，B 时又测得该树的影长为 12 米，若两次日照的光线互相垂直，则树的高度为_____米.

16. 小明的爸爸想给妈妈送张美容卡作为生日礼物，小明家附近有 3 家美容店，爸爸不知如何选择，于是让小明对 3 家店铺顾客的满意度做了调查：

				合计
美容店 A	53	28	19	100
美容店 B	50	40	10	100
美容店 C	65	26	9	100

（说明：顾客对于店铺的满意度从高到低，依次为 3 个笑脸，2 个笑脸，1 个笑脸）

小明选择将________（填“A”、“ B”或“C”）美容店推荐给爸爸，能使妈妈获得满意体验可能性最大.

三、解答题（本题共 68 分）

17. 计算：$\sqrt{12}-3\tan 30\ -(1-\pi)^0+\left|1-\sqrt{3}\right|$.

18. 解不等式组：$\begin{cases} x-1<3(x-3), \\ x\geqslant \dfrac{x+5}{2}. \end{cases}$

19. 关于 x 的一元二次方程 $mx^2+2x-1=0$ 有两个不相等的实数根.

（1）求 m 的取值范围；

（2）若方程的两个根都是有理数，写出一个满足条件的 m 的值，并求出此时方程的根.

20. 已知，如图，点 A 是直线 l 上的一点.

求作：正方形 $ABCD$，使得点 B 在直线 l 上.

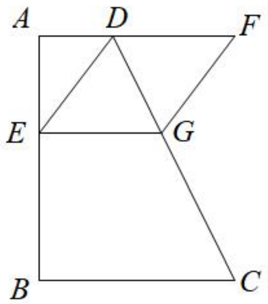
（要求保留作图痕迹，不用写作法）

请你说明，$\angle BAD=90°$ 的依据是什么？

21. 四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle B=90°$，点 E 在边 AB 上，点 F 在 AD 的延长线上，且点 E 与点 F 关于直线 CD 对称，过点 E 作 $EG\parallel AF$ 交 CD 于点 G，连接 FG，DE.

（1）求证：四边形 $DEGF$ 是菱形；

（2）若 $AB=10$，$AF=BC=8$，求四边形 $DEGF$ 的面积.

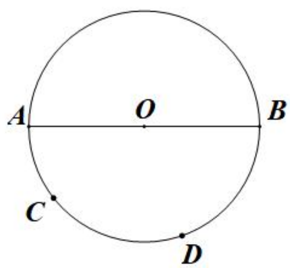


22. 如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 是⊙O 上的一点，点 D 是弧 BC 的中点，连接 AC，BD，过点 D 作 AC 的垂线 EF，交 AC 的延长线于点 E，交 AB 的延长线于点 F.

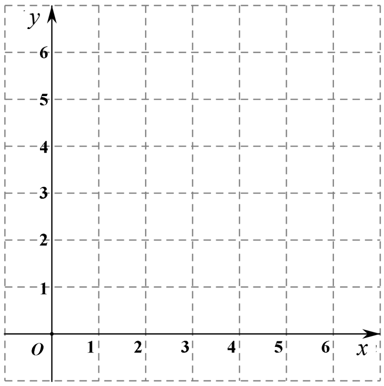
(1)依题意补全图形；

(2)判断直线 EF 与⊙O 的位置关系，并说明理由；

(3)若 $AB=5$，$BD=3$，求线段 BF 的长.



23. 在平面直角坐标系 xOy 中，将点 A（2，4）向下平移 2 个单位得到点 C，反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$ $(m\neq0)$的图象经过点 C，过点 C 作 $CB\perp x$ 轴于点 B.



(1)求 m 的值；

(2)一次函数 $y=kx+b(k<0)$的图象经过点 C，交 x 轴于点 D，线段 CD，BD，BC 围成的区域（不含边界）为 G；若横、纵坐标都是整数的点叫做整点.

①$b=3$ 时，直接写出区域 G 内的整点个数.

②若区域 G 内没有整点，结合函数图象，确定 k 的取值范围.

24. 为了发展学生的数学核心素养，培养学生的综合能力，某市开展了初三学生的数学学业水平测试. 在这次测试中，从甲、乙两校各随机抽取了 30 名学生的测试成绩进行调查分析.

收集数据

甲校　94　82　77　76　77　88　90　88　85　86　88　89　84　92　87

　　　88　80　53　89　91　91　86　68　75　94　84　76　69　83　92

乙校　83　64　91　88　71　92　88　92　86　61　78　91　84　92　92

　　　74　75　93　82　57　86　89　89　94　83　84　81　94　72　90

整理、描述数据　　按如下分数段整理、描述这两组样本数据：

人数 \ 成绩 x \ 学校	$50\le x\le59$	$60\le x\le69$	$70\le x\le79$	$80\le x\le89$	$90\le x\le100$
甲校	1	2	5	15	7
乙校	1	2			10

（说明：成绩 80 分及以上为优秀，60~79 分为合格，60 分以下为不合格）

分析数据　　两组样本数据的平均数、中位数、众数如下表所示：

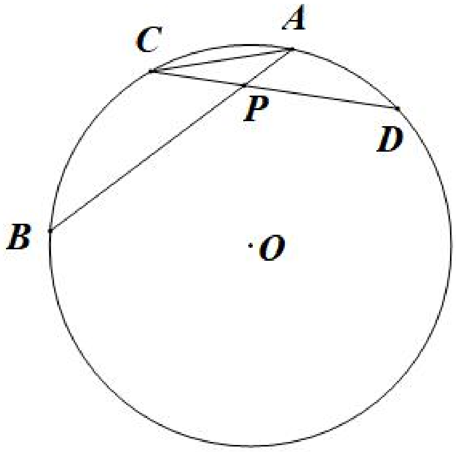
学校	平均数	中位数	众数
甲校	83．4	86	88
乙校	83．2		

（1）请你补全表格；

（2）若甲校有 300 名学生，估计甲校此次测试的优秀人数为____；

（3）可以推断出____校学生成绩的比较好，理由为________________.

25．如图，AB 是⊙O 的弦，AB=5cm，点 P 是弦 AB 上的一个定点，点 C 是弧 AB 上的一个动点，连接 CP 并延长，交⊙O 于点 D.



小明根据学习函数的经验，分别对 AC，PC，PD 长度之间的关系进行了探究.

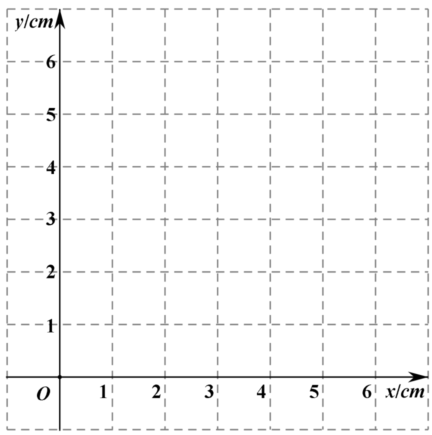
下面是小明的探究过程：

（1）对于点 C 在弧 AB 上的不同位置，画图、测量，得到了线段 AC，PC，PD 的长度的几组值，如下表：

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7	位置 8	位置 9
AC/cm	0	0.37	1.00	0.82	2.10	3.00	3.50	3.91	5.00
PC/cm	1.00	0.81	0.69	0.75	1.26	2.11	2.50	3.00	4.00
PD/cm	4.00	5.00	5.80	6.00	3.00	1.90	1.50	1.32	1.00

在 AC，PC，PD 的长度这三个量中，确定______的长度是自变量，其他两条线段的长度都是这个自变量的函数；

（2）请你在同一平面直角坐标系 xOy 中，画（1）中所确定的两个函数的图象；



（3）结合函数图象，解决问题：

①当 PC=PD 时，AC 的长度约为______ cm；

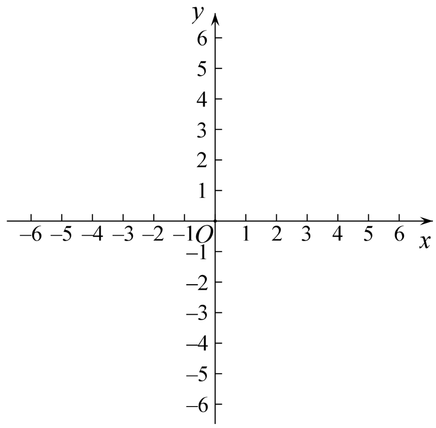
②当△APC 为等腰三角形时，

PC 的长度约为________ cm.

26．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+3a$（$a\neq 0$）过点 A（1，0）.

（1）求抛物线的对称轴；

（2）直线 $y=-x+4$ 与 y 轴交于点 B，与该抛物线的对称轴交于点 C，现将点 B 向左平移一个单位到点 D，如果该抛物线与线段 CD 有交点，结合函数的图象，求 a 的取值范围.



27．如图 1，在等腰直角△ABC 中，∠A =90°，AB=AC=3，在边 AB 上取一点 D（点 D 不与点 A，B 重合），在边 AC 上取一点 E，使 AE=AD，连接 DE. 把△ADE 绕点 A 逆时针方向旋转 α（0°＜α＜360°），如图 2.

（1）请你在图 2 中，连接 CE 和 BD，判断线段 CE 和 BD 的数量关系，并说明理由；

（2）请你在图 3 中，画出当 α =45°时的图形，连接 CE 和 BE，求出此时△CBE 的面积；

（3）若 AD=1，点 M 是 CD 的中点，在△ADE 绕点 A 逆时针方向旋转的过程中，线段 AM 的最小值是________________.

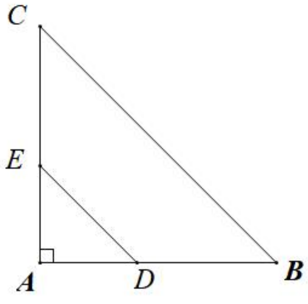


图 1

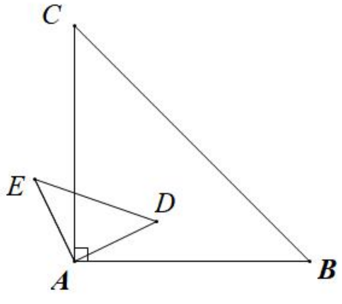


图 2

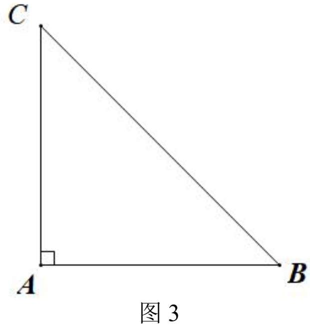
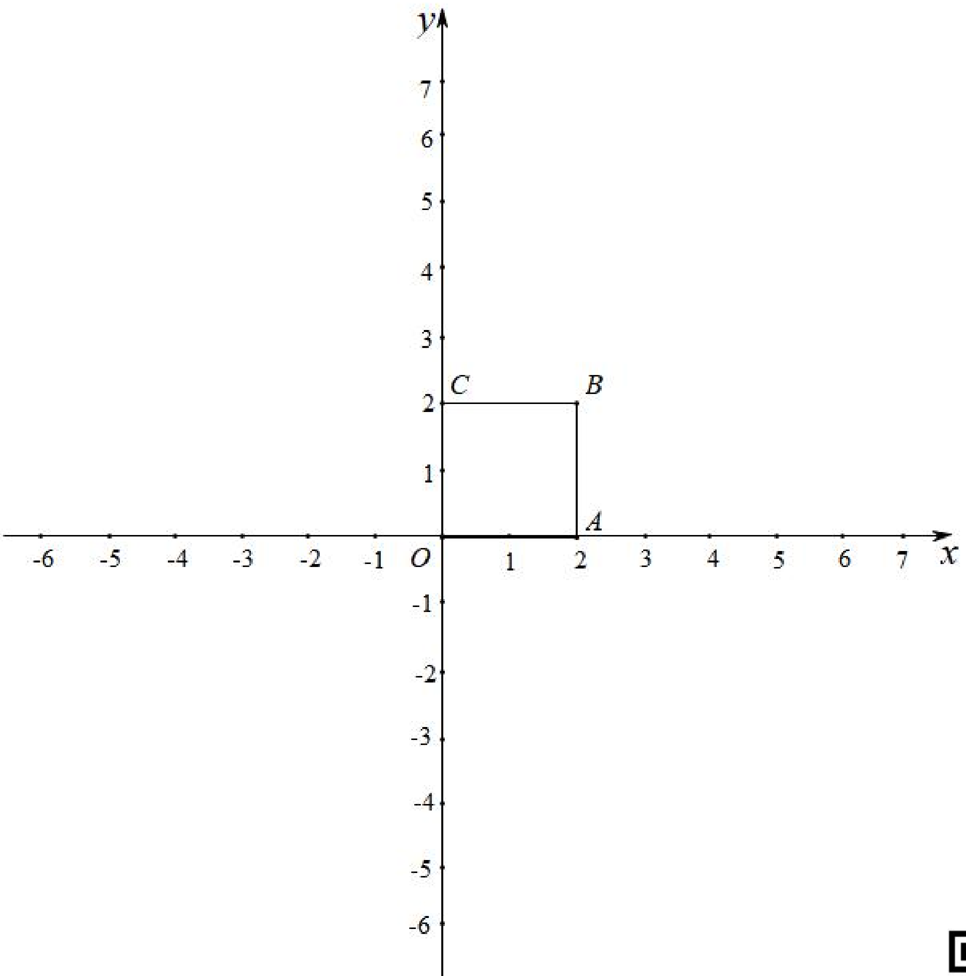


图 3

28.对于平面内的点 P 和图形 M，给出如下定义：以点 P 为圆心，以 r 为半径作⊙P，使得图形 M 上的所有点都在⊙P 的内部（或边上），当 r 最小时，称⊙P 为图形 M 的 P 点控制圆，此时，⊙P 的半径称为图形 M 的 P 点控制半径．已知，在平面直角坐标系中，正方形 $OABC$ 的位置如图所示，其中点 B（2，2）．

（1）已知点 D（1，0），正方形 $OABC$ 的 D 点控制半径为 r_1，正方形 $OABC$ 的 A 点控制半径为 r_2，请比较大小：r_1___r_2；

（2）连接 OB，点 F 是线段 OB 上的点，直线 l：$y=\sqrt{3}x+b$；若存在正方形 $OABC$ 的 F 点控制圆与直线 l 有两个交点，求 b 的取值范围．



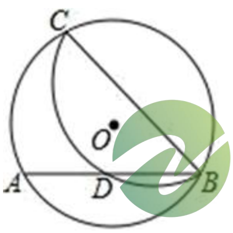
延庆区 2019-2020 学年一模答案

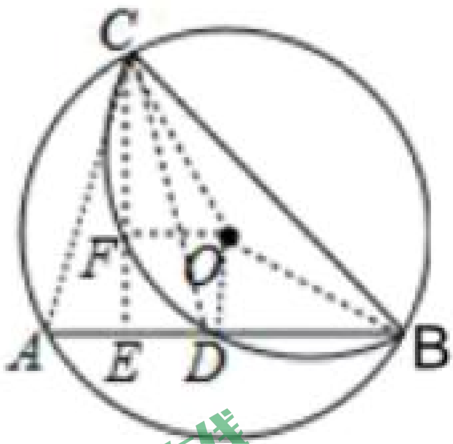
初　三　数　学

一、选择题：

1.B　　2.D．　　3C．　　4.D．　　5.A．　　6.C　　7.C．

8.如图，在⊙O 中，点 C 在优弧 AB 上，将弧 BC 沿直线 BC 折叠后刚好经过弦 AB 的 中点 D．若⊙O 的半径为$\sqrt{5}$，AB＝4，则 BC 的长是（　　）





A. $2\sqrt{3}$　　　　B. $3\sqrt{2}$

C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{65}}{2}$

【答案】B

【分析】

连接 OD、AC、DC、OB、OC，作 CE⊥AB 于 E，OF⊥CE 于 F，如图，利用垂径定理得到 OD⊥AB，则 AD＝BD＝$\frac{1}{2}$AB＝2，于是根据勾股定理可计算出 OD＝1，再利用折叠的性质可判断 AC 和 CD 所在的圆为等圆，根据圆周角定理得到 $AC = CD$，所以 AC＝DC，利用等腰三角形的性质得 AE＝DE＝1，由四边形 ODEF 为正方形得到 OF＝EF＝1，然后计算出 CF 后得到 CE＝

BE＝3，于是得到 BC＝$3\sqrt{2}$．

【详解】解：连接 OD、AC、DC、OB、OC，作 CE⊥AB 于 E，OF⊥CE 于 F，如图，

∵D 为 AB 的中点，

∴OD⊥AB，

∴AD＝BD＝$\frac{1}{2}$AB＝2，

在 Rt△OBD 中，OD＝$\sqrt{5-4}=1$，

∵将 $\overset{\frown}{BC}$ 沿直线 BC 折叠后刚好经过 AB 的中点 D，

∴ $\overset{\frown}{AC}$ 和 $\overset{\frown}{CD}$ 所在的圆为等圆，

∴ $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}$，

∴AC＝DC，

∴AE＝DE＝1，

易得四边形 ODEF 为正方形，

∴OF＝EF＝1，

在 Rt△OCF 中，CF＝$\sqrt{OC^2-OF^2}=\sqrt{5-1}=2$，

∴CE＝CF＋EF＝2＋1＝3，而 BE＝BD＋DE＝2＋1＝3，

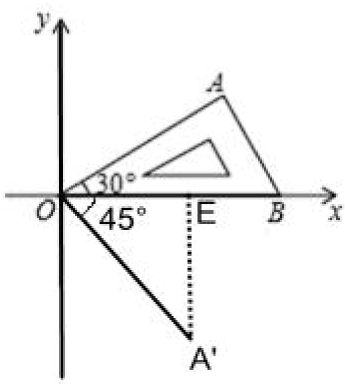
∴BC＝$3\sqrt{2}$．

故选：B．

【点睛】本题考查了折叠的性质，圆周角定理，垂径定理以及勾股定理，通过作辅助线构造出等腰三角形是解题的关键．

二、填空题 （共 8 个小题，每题 2 分，共 16 分）

9.　　a(a+3)(a-3)　　10.$\frac{1}{2}$　　11.280°　　12.2：3



13. $4\sqrt{3}$

14.（$2\sqrt{2}$，$-2\sqrt{2}$）

15. 6

16. 小明的爸爸想给妈妈送张美容卡作为生日礼物，小明家附近有 3 家美容店，爸爸不知 如何选择，于是让小明对 3 家店铺顾客的满意度做了调查：

				合计
美容店 A	53	28	19	100
美容店 B	50	40	10	100
美容店 C	65	26	9	100

（说明：顾客对于店铺的满意度从高到低，依次为 3 个笑脸，2 个笑脸，1 个笑脸） 小明选择将_____（填“A”、“ B”或“C”）美容店推荐给爸爸，能使妈妈获得满意体验可能性最大．

【答案】C

【分析】

求出三个美容店满意度的加权平均数，比较后作出判断．

【详解】解：美容店 A 的平均满意度为：$\dfrac{53\times3+28\times2+19\times1}{100}=2.34$，

美容店 B 的平均满意度为：$\dfrac{50\times3+40\times2+10\times1}{100}=2.4$，

美容店 C 的平均满意度为：$\dfrac{65\times3+26\times2+9\times1}{100}=2.56$，

∵ $2.34<2.4<2.56$，

∴小明选择将 **C** 美容店推荐给爸爸，能使妈妈获得满意体验可能性最大，

故答案为：**C**.

三、解答题（本题共 **68** 分）

17. $2\sqrt{3}-2$

18.解不等式组：$\begin{cases} x-1<3(x-3) \\ x\geq \dfrac{x+5}{2} \end{cases}$

【答案】$x\geqslant 5$

19.关于 **x** 的一元二次方程 $mx^2+2x-1=0$ 有两个不相等的实数根.

（1）求 **m** 的取值范围；

（2）若方程的两个根都是有理数，写出一个满足条件的 **m** 的值，并求出此时方程的根.

【答案】（1）$m>-1$ 且 $m\neq 0$；（2）$m=3$；$x_1=-1$，$x_2=\frac{1}{3}$.

【分析】

（1）根据判别式的意义和一元二次方程的定义列不等式求解即可；

（2）令 $\sqrt{b^2-4ac}$ 的值是有理数即可，然后求出 **m** 再解方程.

【详解】解：（1）∵一元二次方程 $mx^2+2x-1=0$ 有两个不相等的实数根，

∴ $\Delta=2^2-4m\times(-1)=4+4m>0$ 且 $m\neq 0$，

解得：$m>-1$ 且 $m\neq 0$；

（2）∵方程的两个根都是有理数，

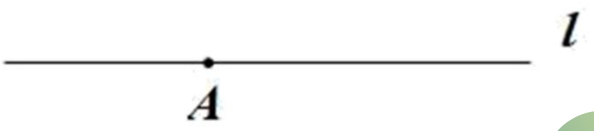
∴ $\sqrt{b^2-4ac}$ 的值是有理数即可，

令 $\sqrt{b^2-4ac}=\sqrt{4+4m}=4$，解得：$m=3$，

此时方程为：$3x^2+2x-1=0$，

解得：$x_1=-1$，$x_2=\frac{1}{3}$．

20.已知，如图，点 A 是直线 l 上的一点．



求作：正方形 ABCD，使得点 B 在直线 l 上．（要求保留作图痕迹，不写作法） 请你说明，∠BAD=90°的依据是什么？

【答案】见解析．

【解析】

【分析】

在直线 l 上截取 AB 为合适的长度，确定 B 点位置，然后分别过点 A，点 B 作垂线，再分别以 A，B 为圆心，AB 长为半径，在 l 的同侧截取 AD＝AB，BC＝AB，连接 CD，即可得正方形 ABCD；由尺规作图的步骤结合 SSS 定理证明△AEH≌△AFH，即可得∠EAH＝∠FAH＝90°，即∠BAD＝90°．

【详解】解：如图所示，正方形 ABCD 即为所求；

由尺规作图可知，AE＝AF，EH＝FH，

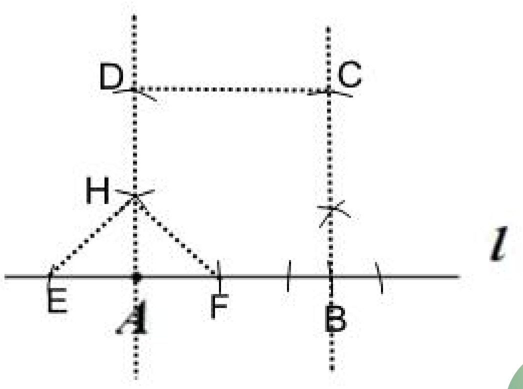
又∵AH＝AH，

∴△AEH≌△AFH（SSS），

∴∠EAH＝∠FAH，

∵∠EAH＋∠FAH＝180°，

∴∠EAH＝∠FAH＝90°，即∠BAD＝90°．

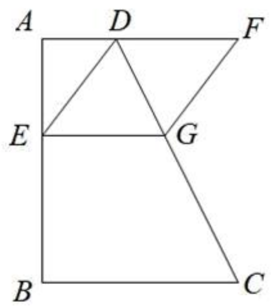


【点睛】本题考查了正方形的性质，复杂作图，全等三角形的判定和性质，熟练掌握尺规作图的基本步骤是解题的关键.

21.四边形 ABCD 中，$\angle A=\angle B=90°$，点 E 在边 AB 上，点 F 在 AD 的延长线上，且点 E 与点 F 关于直线 CD 对称，过点 E 作 EG∥AF 交 CD 于点 G，连接 FG，DE.

（1）求证：四边形 DEGF 是菱形；

（2）若 AB＝10，AF＝BC=8，求四边形 DEGF 的面积.



【答案】（1）见解析；（2）20.

【解析】

【分析】

（1）连接 EF，由对称的性质可得 DE＝DF，GE＝GF，求出∠EDG＝∠EGD，得到 DE＝GE，进而得到 DE＝DF＝GE＝GF 即可；

（2）连接 CF，CE，易证四边形 ABCF 是矩形，可得 CE＝CF＝AB＝10，

利用勾股定理求出 BE，得到 AE 的长，DF＝DE＝x，则 AD＝8－x，在 Rt△ADE 中，利用勾股定理构建方程求出 DF 即可解决问题．

【详解】解：（1）连接 EF，

∵点 E 与点 F 关于直线 CD 对称，

∴CD 是 EF 的垂直平分线，

∴DE＝DF，GE＝GF，∠EDG＝∠FDG，

∵EG∥AF，

∴∠FDG＝∠EGD，

∴∠EDG＝∠EGD，

∴DE＝GE，

∴DE＝DF＝GE＝GF，

∴四边形 DEGF 是菱形；

（2）连接 CF，CE，

∵∠A＝∠B＝90°，

∴∠A＋∠B＝180°，

∴AF∥BC，

又∵AF＝BC＝8，

∴四边形 ABCF 是矩形，

∴CF＝AB＝10，

∵CD 是 EF 的垂直平分线，

∴CE＝CF＝10，

∴BE＝$\sqrt{10^2-8^2}=6$，

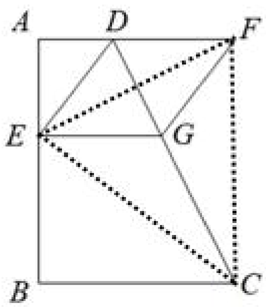
∴AE＝10－6＝4，

设 DF＝DE＝x，则 AD＝8－x，

在 Rt△ADE 中，由勾股定理得：$4^2+(8-x)^2=x^2$，

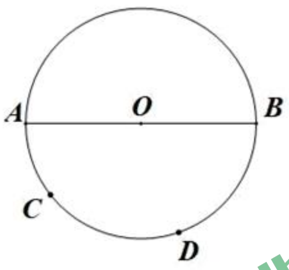
解得：x＝5，即 DF＝5，

∴四边形 DEGF 的面积＝DF·AE＝5×4＝20．



【点睛】本题主要考查了轴对称的性质，菱形的判定和性质，矩形的判定和性质以及勾股定理的应用等知识，灵活运用相关性质定理进行推理计算是解题的关键．

22.如图，AB 是⊙ O 的直径，点 C 是⊙ O 上的一点，点 D 是弧 BC 的中点，连接 AC，BD，过点 D 作 AC 的垂线 EF，交 AC 的延长线于点 E，交 AB 的延长线于点 F..



（1）依题意补全图形；

（2）判断直线 EF 与⊙ O 的位置关系，并说明理由

（3）若 AB=5，BD=3，求线段 BF 的长

【答案】（1）见解析；（2）直线 EF 是⊙O 的切线，理由见解析；（3）$BF=\dfrac{45}{7}$

【解析】

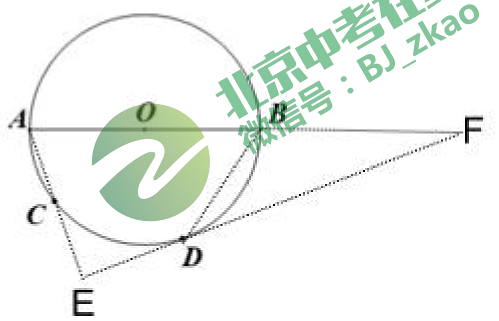
【分析】

（1）根据题意补全图形即可；

（2）连接 BC，OD 交于点 H，证明 BC∥EF，根据 OD⊥BC 可得 OD⊥EF，即可证得直线 EF 是⊙O 的切线；

（3）设 OH＝x，在 Rt△OHB 和 Rt△BHD 中，利用勾股定理构建方程求出 OH，进而可得 AC，AE 的长，然后由 BC∥EF，利用平行线分线段成比例定理列式求出 BF 即可.

【详解】解：（1）如图所示；



（2）直线 EF 是⊙O 的切线；

理由：如图，连接 BC，OD 交于点 H，

∵AB 是直径，

∴∠ACB＝90°，

∵∠E＝90°，

∴BC∥EF，

∵点 D 是弧 BC 的中点，

∴OD⊥BC，

∴OD⊥EF，

∴直线 EF 是⊙O 的切线；

（3）如图，∵AB＝5，BD＝3，

∴**OB＝OD＝**$\frac{5}{2}$，

设 **OH＝x**，则 **DH＝**$\frac{5}{2}-x$，

在 **Rt△OHB** 中，由勾股定理得：$BH^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2-x^2$，

在 **Rt△BHD** 中，由勾股定理得：$BH^2=3^2-\left(\frac{5}{2}-x\right)^2$，

∴$\left(\frac{5}{2}\right)^2-x^2=3^2-\left(\frac{5}{2}-x\right)^2$，解得：$x=\frac{7}{10}$，

∴$OH=\frac{7}{10}$，$DH=\frac{9}{5}$，

∵**O** 是 **AB** 中点，**H** 是 **BC** 中点，

∴**AC＝2OH＝**$\frac{7}{5}$，

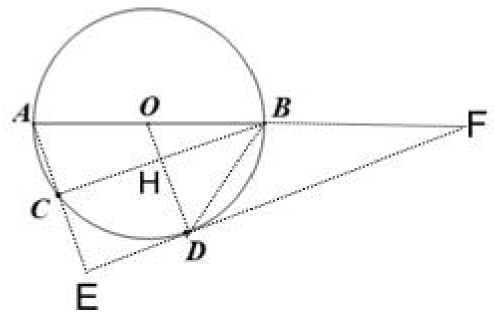
易证四边形 **HCED** 是矩形，则 $CE=DH=\frac{9}{5}$，

∴**AE＝**$\frac{16}{5}$，

∵**BC∥EF**，

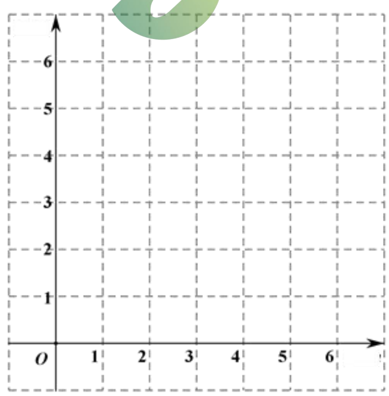
∴$\frac{AC}{AE}=\frac{AB}{AF}$，即 $\frac{\frac{7}{5}}{\frac{16}{5}}=\frac{5}{5+BF}$，

∴$BF=\frac{45}{7}$.



【点睛】本题主要考查了圆周角定理的推论，切线的判定，垂径定理，勾股定理，矩形的判定以及平行线分线段成比例定理，解题的关键是学会添加常用辅助线，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

23.在平面直角坐标系 xOy 中，将点 A（2，4）向下平移 2 个单位得到点 C，反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$(m≠0)的图象经过点 C，过点 C 作 CB⊥x 轴于点 B



（1）求 m 的值；

（2）一次函数 y=kx+b(k<0)的图象经过点 C，交 x 轴于点 D， 线段 CD，BD，BC 围成的区域（不含边界）为 G； 若横、纵坐标都是整数的点叫做整点

①b=3 时，直接写出区域 G 内的整点个数

②若区域 G 内没有整点，结合函数图象，确定 k 的取值范围

【答案】（1）m＝4；（2）①1 个；②$k \le -1$.

【解析】

【分析】

（1）求出 C（2，2），代入 $y=\frac{m}{x}$ 即可得到 m 的值；

（2）①画出 b=3 时的函数图象，根据函数图象结合整点的定义判断即可；②根据函数图象判断出当直线 CD 过点（3，1）时，区域 G 内恰好没有整点，求出此时 k 的值即可得到 k 的取值范围.

【详解】解：（1）将点 A（2，4）向下平移 2 个单位得到点 C，则 C（2，2），

将 C（2，2）代入 $y=\frac{m}{x}$，得 $m=xy=4$；

（2）①当 b=3 时，一次函数 y=kx+b 过点（0，3），如图 1 所示，

由图象可得，区域 G 内的整点为（3，1），只有一个；

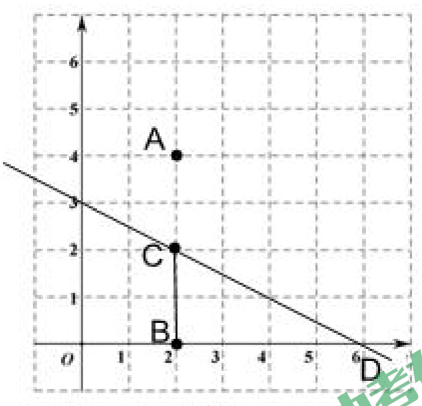


图1

②由图 1 可知，当直线 CD 过点（3，1）时，区域 G 内恰好没有整点，

代入 C（2，2）和（3，1）得：$\begin{cases}2k+b=2\\3k+b=1\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=-1\\b=4\end{cases}$，

∴若区域 G 内没有整点，k 的取值范围为：$k\le -1$.

【点睛】本题考查了待定系数法求反比例函数及一次函数解析式，一次函数的图象和性质以及新定义的理解，正确理解整点的定义，熟练掌握属性结合

思想的应用是解题的关键.

24.为了发展学生的数学核心素养，培养学生的综合能力，某市开展了初三学生的数学 学业水平测试.在这次测试中，从甲、乙两校各随机抽取了 30 名学生的测试成绩进行调查分析

收集数据

甲校	94	82	77	76	77	88	90	88	85	86	88	89	84	92	87
	88	80	53	89	91	91	86	68	75	94	84	76	69	83	92
乙校	83	64	91	88	71	92	88	92	86	61	78	91	84	92	92
	74	75	93	82	57	86	89	89	94	83	84	81	94	72	90

整理、描述数据　　按如下分数段整理、描述这两组样本数据：

人数 成绩 x 学校	$50\le x\le 59$	$60\le x\le 69$	$70\le x\le 79$	$80\le x\le 89$	$90\le x\le 100$
甲校	1	2	5	15	7
乙校	1	2			10

（说明：成绩 80 分及以上为优秀，60~79 分为合格，60 分以下为不合格）

分析数据　　两组样本数据的平均数、中位数、众数如下表所示：

学校	平均数	中位数	众数
甲校	83.4	86	88
乙校	83.2		

（1）请你补全表格；

（2）若甲校有 300 名学生，估计甲校此次测试的优秀人数为_____；

（3）可以推断出_____校学生的成绩比较好，理由为_____.

【答案】（1）5，12；86，92；（2）220；（3）乙，理由见解析.

【解析】

【分析】

（1）根据收集数据的表格可得乙校成绩在 $70 \le x \le 79$ 范围内的有 5 人，在 $80 \le x \le 89$ 范围内的有 12 人；然后再根据中位数和众数的定义求解即可；

（2）用 300 乘以甲校样本中优秀人数所占的比例即可；

（3）可以从中位数和众数的角度进行分析.

【详解】解：（1）由收集数据可知：乙校成绩在 $70 \le x \le 79$ 范围内的有 5 人，在 $80 \le x \le 89$ 范围内的有 12 人，

乙校学生成绩按从低到高排序后第 15，16 名学生的成绩分别为：86，86，

故乙校学生成绩的中位数为：$\frac{86+86}{2}=86$，

乙校学生成绩中，92 分的学生有 4 人，人数最多，故乙校学生成绩的众数为：92；

补全表格如下：

人数 成绩 x 学校	50≤x≤59	60≤x≤69	70≤x≤79	80≤x≤89	90≤x≤100
甲校	1	2	5	15	7
乙校	1	2	5	12	10

学校	平均数	中位数	众数
甲校	83.4	86	88
乙校	83.2	86	92

（2）300$\times\frac{15+7}{30}=220$（人），

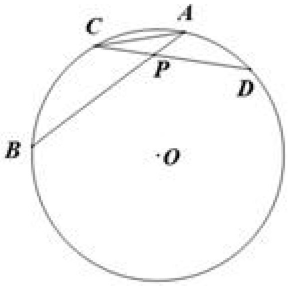
答：甲校此次测试的优秀人数为 220 人；

（3）乙校学生的成绩比较好，

理由：甲校和乙校的中位数相同，但是乙校的众数大于甲校的众数，说明乙校学生的成绩比较好．

【点睛】本题考查了数据的收集与整理，中位数和众数的求法和意义以及样本估计总体，解答本题的关键在于细心整理数据，掌握各个统计量的求法和意义．

25.如图，AB 是⊙O 的弦，AB=5cm，点 P 是弦 AB 上的一个定点，点 C 是弧 AB 上的一 个动点，连接 CP 并延长，交⊙O 于点 D.



小明根据学习函数的经验，分别对 AC，PC，PD 长度之间的关系进行了探究.

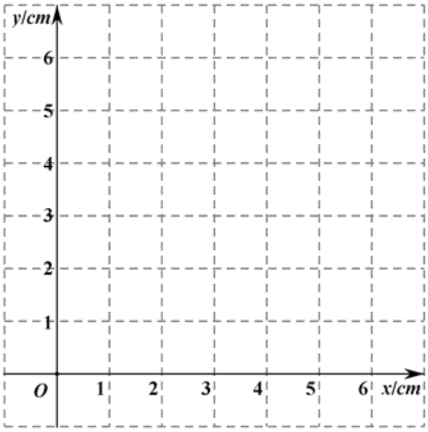
下面是小明的探究过程：

（1）对于点 C 在弧 AB 上的不同位置，画图、测量，得到了线段 AC，PC，PD 的长度的 几组值，如下表：

	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6	位置7	位置8	位置9
AC/cm	0	0.37	1.00	1.82	2.10	3.00	3.50	3.91	5.00
PC/cm	1.00	0.81	0.69	0.75	1.26	2.11	2.50	3.00	4.00
PD/cm	4.00	5.00	5.80	6.00	3.00	1.90	1.50	1.32	1.00

在 AC，PC，PD 的长度这三个量中，确定______的长度是自变量，其他两条线段的长度都是这个自变量的函数；

（2）请你在同一平面直角坐标系 xOy 中， 画（1）中所确定的两个函数的图象；



（3）结合函数图象，解决问题：

①当 $PC=PD$ 时，AC 的长度约为______ cm；

②当$\triangle APC$ 为等腰三角形时，PC 的长度约为______ cm.

【答案】（1）AC；（2）见解析；（3）①2.9，②0.69cm 或 1cm 或 0.8cm.

【解析】

【分析】

（1）根据变量和函数的定义结合题意分析即可；

（2）根据表中数据描出部分点，然后连线即可；

（3）①两函数图象交点处的横坐标就是 PC=PD 时 AC 的长度；

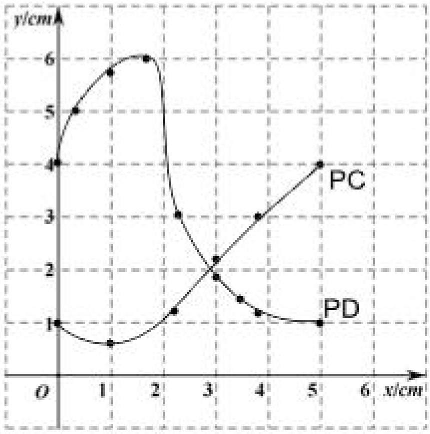
②求出 AP＝1cm，然后分 AP＝AC，AP＝PC 和 AC＝PC 三种情况，分别求解即可.

【详解】解：（1）由于 PC 和 PD 随着 AC 的变化而变化，

∴确定 AC 的长度是自变量，其他两条线段的长度都是这个自变量的函数，

故答案为：AC；

（2）函数图象如图所示：



（3）①由函数图象得：当 *PC*=*PD* 时，*AC* 的长度约为 2.9cm；

②∵当 AC＝0 时，点 A 和点 C 重合，此时 PC＝1cm，

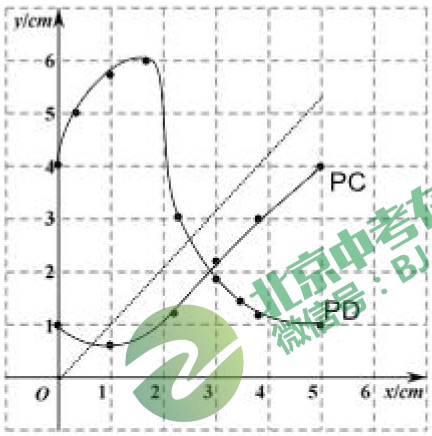
∴AP＝1cm，

当 AP＝AC＝1cm 时，由表格得，PC＝0.69cm，

当 AP＝PC＝1cm 时，则 PC＝1cm，

当 AC＝PC 时，如图，由函数图象得，PC≈0.8cm，

综上所述，*PC* 的长度约为 0.69cm 或 1cm 或 0.8cm．

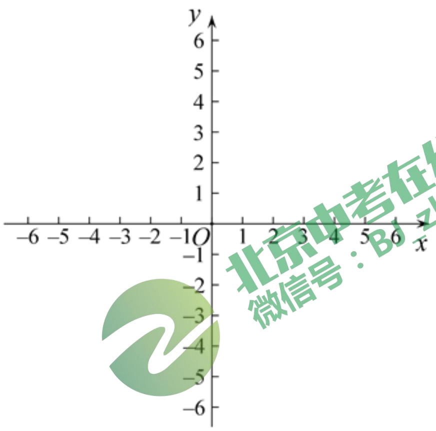


【点睛】本题考查动点问题的函数图象、圆的基本知识，解题的关键是学会画函数图象，利用数形结合的思想解决问题，属于中考常考题型．

26.在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+3a$ （$a\neq0$）过点 A（1， 0）.

（1）求抛物线的对称轴；

（2）直线 $y=-x+4$ 与 y 轴交于点 B，与该抛物线的对称轴交于点 C，现将点 B 向左平移一个单位到点 D，如果该抛物线与线段 CD 有交点，结合函数的图象，求 a 的取值范围.



【答案】（1）x=2；（2）$a\le -2$ 或 $a\ge \dfrac{1}{2}$.

【解析】

【分析】

（1）代入（1，0）可得 b=－4a，然后根据抛物线的对称轴公式计算即可；

（2）首先求出抛物线过点（1，0），（3，0），然后分 a<0 和 a>0 两种情况，分别作出简图，结合图象根据抛物线与线段 CD 有交点得出不等式，即可求出 a 的取值范围.

【详解】解：（1）把（1，0）代入 $y=ax^2+bx+3a$ 得：0＝a+b+3a，

∴b＝－4a，

∴抛物线的对称轴为：$x=-\dfrac{b}{2a}=2$；

（2）由（1）可知，抛物线解析式为：$y=ax^2-4ax+3a=a(x-1)(x-3)$，对

称轴为：x＝2，

∴抛物线过点（1，0），（3，0），

当 x＝2 时，y＝－x+4＝2，

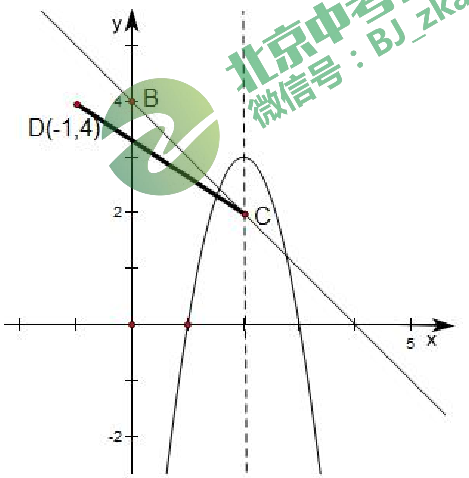
∴C（2，2），

当 a＜0 时，如图，由该抛物线与线段 CD 有交点可得：当 x＝2 时，

$y = ax^2 - 4ax + 3a\ {}^{3}\ 2$，

即 $4a - 8a + 3a\ {}^{3}\ 2$，

解得：$a \le -2$；



当 a＞0 时，由题意得：B（0，4），

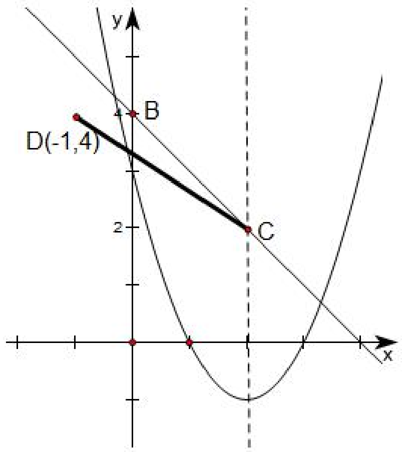
∴D（－1，4），

如图，由该抛物线与线段 CD 有交点可得：当 x＝－1 时，$y = ax^2 - 4ax + 3a\ {}^{3}\ 4$，

即 $a + 4a + 3a\ {}^{3}\ 4$，

解得：$a \ge \frac{1}{2}$，

综上所述，a的取值范围为：$a \le -2$ 或 $a \ge \frac{1}{2}$.



【点睛】本题考查了二次函数的图象和性质，一次函数图象上点的坐标特征以及坐标的平移，熟练掌握数形结合思想的应用是解题的关键.

27.如图 1，在等腰直角△ABC 中，∠A =90°，AB=AC=3，在边 AB 上取一点 D（点 D 不与点 A，B 重合），在边 AC 上取一点 E，使 AE=AD，连接 DE. 把△ADE 绕点 A 逆时针方向旋转α（0°<α<360°），如图 2.

（1）请你在图 2 中，连接 CE 和 BD，判断线段 CE 和 BD 的数量关系，并说明理由；

（2）请你在图 3 中，画出当α =45°时的图形，连接 CE 和 BE，求出此时△CBE 的面积；

（3）若 AD=1，点 M 是 CD 的中点，在△ADE 绕点 A 逆时针方向旋转的过程中，线段 AM 的最小值是______.

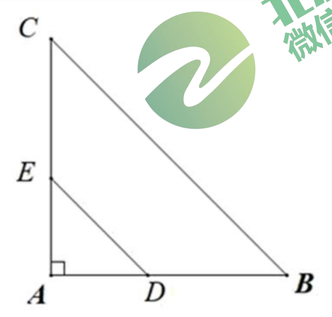


图1

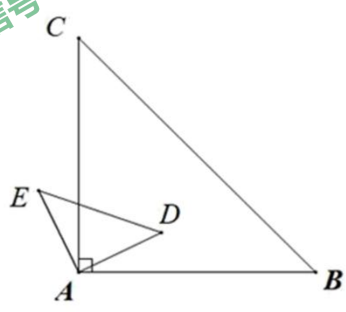


图2

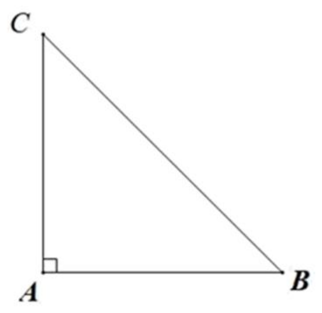


图3

【答案】（1）CE＝BD，理由见解析；（2）图形见解析，$S_{CBE}=\frac{9}{2}$；（3）1.

【解析】

【分析】

（1）连接 CE 和 BD，求出∠EAC＝∠DAB，即可利用 SAS 证明△AEC≌△ADB，进而得到 CE＝BD；

(2)连接 CE 和 BE，延长 AD 交 BC 于 F，首先求出∠BAF＝∠CAF＝∠EAC＝45°，然后可得 AF＝BF＝CF，∠EAB＝135°，进而证明 AE∥BC，再根据 $S_{CBE}=\frac{1}{2}BC\times AF$ 进行计算；

(3)判断出在△ADE 绕点 A 逆时针方向旋转的过程中，点 M 在以 G 为圆心，$\frac{1}{2}$长为半径的圆上，即可得到点 M 与点 E 重合时 AM 取最小值.

【详解】解：（1）CE＝BD；

理由：连接 CE 和 BD，如图 2 所示，

由题意可知，△ABC 和△ADE 都是等腰直角三角形，

∵∠EAD＝∠CAB＝90°，

∴∠EAC＝∠DAB，

又∵AE＝AD，AC＝AB，

∴△AEC≌△ADB(SAS)，

∴CE＝BD；

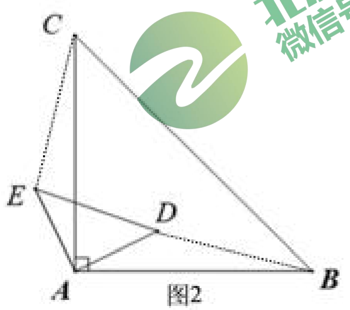


图2

（2）当α =45°时，连接 CE 和 BE，如图所示，延长 AD 交 BC 于 F，

∵α =45°，△ABC 和△ADE 都是等腰直角三角形，

∴∠BAF＝∠CAF＝∠EAC＝45°，

∴AF＝BF＝CF，∠EAB＝135°，

∴∠EAB＋∠ABC＝135°+45°＝180°，

∴AE∥BC，

∵BC＝$\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，

∴AF＝$\frac{1}{2}BC=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，

∴ $S_{CBE}=\frac{1}{2}BC\quad AF\quad \frac{1}{2}创3\sqrt{2}\quad \frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{9}{2}$；

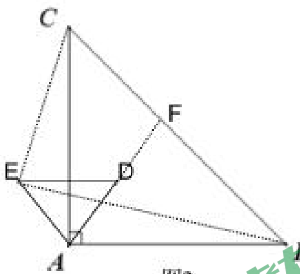


图3

（3）如图 4，当点 M 不在 AC 上时，取 AC 中点 G，连接 GM，

∵M 是 CD′的中点，

∴GM＝$\frac{1}{2}AD¢=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}$，

当点 M 在 AC 上时，由 M 是 CD′的中点可得 GM＝$\frac{1}{2}$，

∴在△ADE 绕点 A 逆时针方向旋转的过程中，点 M 在以 G 为圆心，$\frac{1}{2}$长为半径的圆上，

∴当点 M 与点 E 重合时 AM 取最小值，此时 AM＝AE＝1.

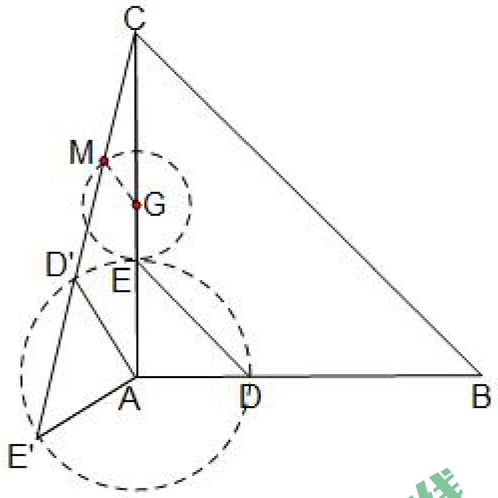


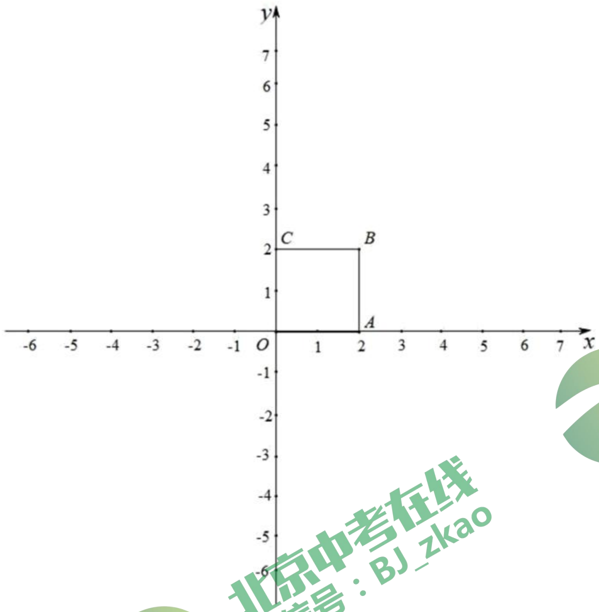
图4

【点睛】本题考查了等腰直角三角形的性质、全等三角形的判定和性质、旋转的性质、勾股定理、三角形面积计算以及三角形中位线定理等知识，熟练掌握旋转的性质是解答本题的关键.

28.对于平面内的点 **P** 和图形 **M**，给出如下定义：以点 **P** 为圆心，以 **r** 为半径作⊙**P**，使得图形 **M** 上的所有点都在⊙**P** 的内部（或边上），当 **r** 最小时，称⊙**P** 为图形 **M** 的 **P** 点 控制圆，此时，⊙**P** 的半径称为图形 **M** 的 **P** 点控制半径．已知，在平面直角坐标系中， 正方形 **OABC** 的位置如图所示，其中点 **B**（**2**，**2**）

（1）已知点 **D**(**1**,**0**)，正方形 **OABC** 的 **D** 点控制半径为 r_1，正方形 **OABC** 的 **A** 点 控制半径为 r_2，请比较大小：r_1 ____r_2；

（2）连接 **OB**，点 **F** 是线段 **OB** 上的点，直线 **l**：$y=\sqrt{3}x+b$；若存在正方形 **OABC** 的 **F** 点控制圆与直线 **l** 有两个交点，求 **b** 的取值范围.



【答案】（1）<；（2）$2-2\sqrt{3}-4\sqrt{2}<b<4\sqrt{2}$．

【解析】

【分析】

（1）根据控制半径的定义求出 r_1 和 r_2 即可解决问题；

（2）如图所示，圆 O 和圆 B 分别是以 O，B 为圆心，以 OB 长为半径的圆，分别求出直线 l 与圆 O 相切，直线 l 与圆 B 相切时的 b 值，得到两种极限情况下的 b 值，即可得到 b 的取值范围．

【详解】解：（1）由题意得：r_1＝BD＝CD＝$\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，r_2＝AC＝$\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

∴r_1＜r_2；

（2）如图所示，圆 O 和圆 B 分别是以 O，B 为圆心，以 OB 长为半径的圆，当直线 l：$y=\sqrt{3}x+b$ 与圆 O 相切于点 M 时，连接 OM，可得 OM 与直线 l 垂直，

则直线 OM 的解析式为：$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$，

设 M（x，$-\frac{\sqrt{3}}{3}x$），

∵OM＝OB，

∴OM＝$\sqrt{x^2+\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}x\right)^2}=\sqrt{2^2+2^2}$，

∴ $x=-\sqrt{6}$ 或 $x=\sqrt{6}$（舍去），

∴M（$-\sqrt{6}$，$\sqrt{2}$），

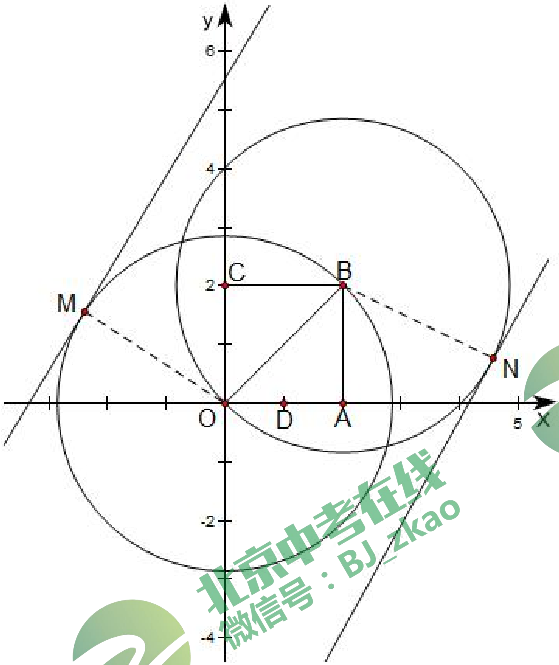
将（$-\sqrt{6}$，$\sqrt{2}$）代入 $y=\sqrt{3}x+b$ 得：$\sqrt{2}=\sqrt{3}\times\left(-\sqrt{6}\right)+b$，

解得：$b=4\sqrt{2}$，

当直线 l：$y=\sqrt{3}x+b$ 与圆 B 相切于点 N 时，连接 BN，

同理可求出此时 $b=2-2\sqrt{3}-4\sqrt{2}$，

∴b 的取值范围为：$2-2\sqrt{3}-4\sqrt{2}<b<4\sqrt{2}$．


y
6
4
2
-2
-4
M
C
B
N
O
D
A
5
X