



北京市西城区 2022—2023 学年度第二学期期末试卷

八年级数学

2023.7

注 意 事 项	<p>1. 本试卷共 8 页，共两部分，四道大题，26 道小题。其中第一大题至第三大题为必做题，满分 100 分。第四大题为选做题，满分 10 分，计入总分，但卷面总分不超过 100 分。考试时间 100 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和学号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5. 考试结束，请将考试材料一并交回。</p>
------------------	--

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列各式中，是最简二次根式的是

- (A)  $\sqrt{8}$                       (B)  $\sqrt{10}$                       (C)  $\sqrt{12}$                       (D)  $\sqrt{\frac{1}{2}}$

2. 以下列各组数为边长，能构成直角三角形的是

- (A) 2, 3, 3                      (B) 2, 3, 4                      (C) 2, 3, 5                      (D) 2,  $\sqrt{5}$ , 3

3. 下列计算，正确的是

- (A)  $\sqrt{(-3)^2} = -3$                       (B)  $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$   
 (C)  $\sqrt{4 \times 9} = 2 \times 3$                       (D)  $\sqrt{12} \div 2 = \sqrt{6}$

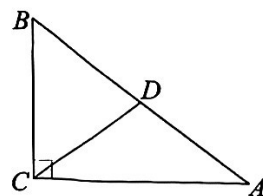
4. 下列命题正确的是

- (A) 对角线相等的四边形是平行四边形  
 (B) 对角线相等且互相平分的四边形是菱形  
 (C) 对角线垂直且互相平分的四边形是矩形  
 (D) 对角线垂直、相等且互相平分的四边形是正方形

5. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $D$  为斜边  $AB$  的中点。

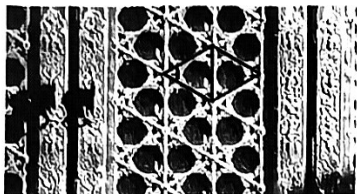
若  $AC=8$ ， $BC=6$ ，则  $CD$  的长为

- (A) 10                      (B) 6  
 (C) 5                      (D) 4





6. 小雨在参观故宫博物院时，被太和殿窗棂的三交六椀菱花图案所吸引，他从中提取出一个含  $60^\circ$  角的菱形  $ABCD$  (如图 1 所示). 若  $AB$  的长度为  $a$ , 则菱形  $ABCD$  的面积为



太和殿窗棂

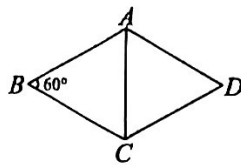
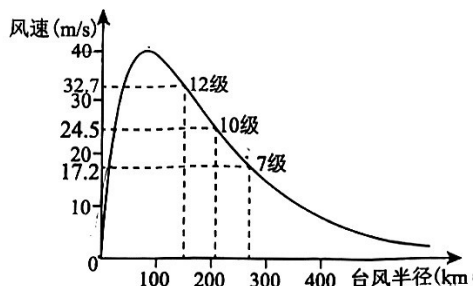


图 1

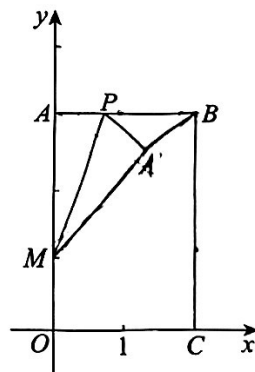
- (A)  $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$       (B)  $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$       (C)  $a^2$       (D)  $\sqrt{3}a^2$

7. 台风影响着人们的生产和生活. 人们为研究台风, 将研究条件进行一定的合理简化, 把近地面风速画在一个以台风中心为原点, 以台风半径为横轴, 风速为纵轴的坐标系中, 并在图中标注了该台风的 12 级、10 级和 7 级风圈半径, 如 12 级风圈半径是指近地面风速衰减至  $32.7 \text{ m/s}$  时, 离台风中心的距离约为  $150 \text{ km}$ . 那么以下关于这场台风的说法中, 正确的是



- (A) 越靠近台风中心位置, 风速越大  
 (B) 距台风中心  $150 \text{ km}$  处, 风速达到最大值  
 (C) 10 级风圈半径约为  $280 \text{ km}$   
 (D) 在某个台风半径达到最大风速之后, 随台风半径的增大, 风速又逐渐衰减

8. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 矩形  $OABC$ ,  $A(0,3)$ ,  $B(2,3)$ ,  $C(2,0)$ , 点  $M$  在边  $OA$  上,  $OM=1$ . 点  $P$  在边  $AB$  上运动, 连接  $PM$ , 点  $A$  关于直线  $PM$  的对称点为  $A'$ . 若  $PA=x$ ,  $MA' + A'B = y$ , 下列图象能大致反映  $y$  与  $x$  的函数关系的是



- (A) (B) (C) (D)

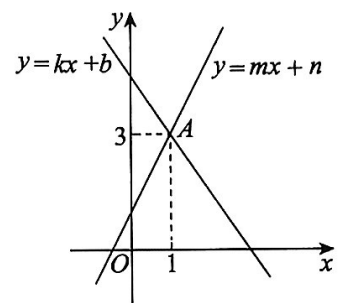


## 第二部分 非选择题

### 二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若  $\sqrt{x-2}$  在实数范围内有意义，则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
10. 若  $\sqrt{a-1} + \sqrt{b+5} = 0$ ，则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ .
11. 若  $\triangle ABC$  的周长为 6，则以  $\triangle ABC$  三边的中点为顶点的三角形的周长等于\_\_\_\_\_.
12. 某商场招聘员工，现有甲、乙两人参加竞聘，通过计算机、语言和商品知识三项测试，他们各自成绩（百分制）和各项占比如下表所示，那么从甲、乙两人各自的平均成绩看，应该录取：\_\_\_\_\_.

测试项目	计算机	语言	商品知识
在平均成绩中的占比	50%	30%	20%
甲的成绩	70	80	90
乙的成绩	90	80	70



13. 如图，直线  $y = mx + n$  与直线  $y = kx + b$  的交点为  $A$ ，则关于  $x, y$  的方程组  $\begin{cases} y = mx + n, \\ y = kx + b \end{cases}$  的解是\_\_\_\_\_.

14. 小杰利用教材中的剪纸活动设计了一个魔术. 他将一个长方形纸片对折两次，剪下一个  $45^\circ$  角（图 1），展平后得到一个带正方形孔洞的魔术道具（图 2），这个正方形孔洞  $ABCD$  的边长为  $2\text{cm}$ （图 4）. 他试图将一个直径为  $3\text{cm}$  的圆形铁环（铁环厚度忽略不计）穿过这个孔洞，没有成功，于是他对这个道具进行折叠、旋转（图 5、图 6），并调整纸片产生一个新的“孔洞”（图 3）. 请你计算调整前后的孔洞最“宽”处的“宽度”来说明魔术的效果. 图 4 中的“宽度” $BD = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$ ；图 6 中的“宽度” $BD'' = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$ .

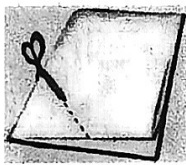


图 1

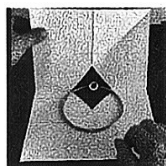


图 2

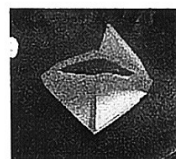


图 3

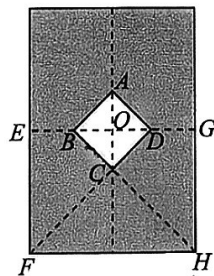


图 4

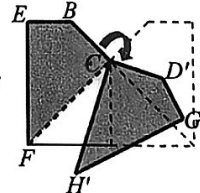


图 5

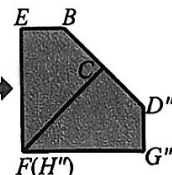
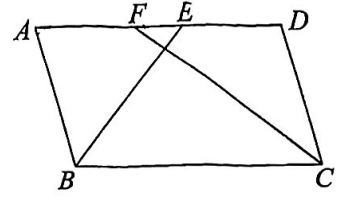


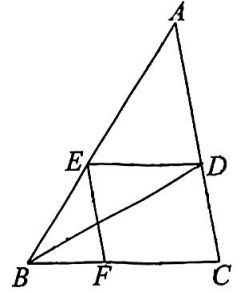
图 6



15. 如图, 在 $\square ABCD$ 中,  $BE$ 平分 $\angle ABC$ 交 $AD$ 于点 $E$ ,  $CF$ 平分 $\angle BCD$ 交 $AD$ 于点 $F$ ,  $BE$ 与 $CF$ 的交点在 $\square ABCD$ 内. 若 $BC=5$ ,  $AB=3$ , 则 $EF=$ \_\_\_\_\_.



16. 在 $\triangle ABC$ 中,  $BC=3$ ,  $BD$ 平分 $\angle ABC$ 交 $AC$ 于点 $D$ ,  $DE \parallel BC$ 交 $AB$ 于点 $E$ ,  $EF \parallel AC$ 交 $BC$ 于点 $F$ . 有以下结论:
- ①四边形 $EFCD$ 一定是平行四边形;
  - ②连接 $DF$ 所得四边形 $EBFD$ 一定是平行四边形;
  - ③保持 $\angle ABC$ 的大小不变, 改变 $BA$ 的长度可使 $BF=FC$ 成立;
  - ④保持 $BA$ 的长度不变, 改变 $\angle ABC$ 的大小可使 $BF=FC$ 成立.
- 其中所有的正确结论是: \_\_\_\_\_. (填序号即可)



三、解答题 (共 68 分, 第 17 题 10 分, 第 18 题 7 分, 第 19 题 9 分, 第 20 题 8 分, 第 21 题 9 分, 第 22 题 6 分, 第 23 题 10 分, 第 24 题 9 分)

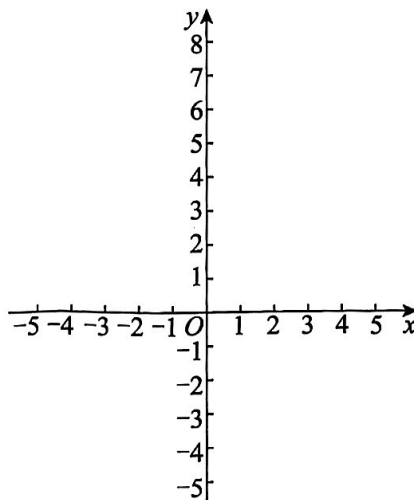
17. 计算:

(1)  $\sqrt{12} \times \sqrt{4} + \sqrt{27}$ ;

(2)  $(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2}) - \sqrt{5^2}$ .

18. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 直线 $m: y = 2x + 6$ 与 $x$ 轴的交点为 $A$ , 与 $y$ 轴的交点为 $B$ . 将直线 $m$ 向右平移 3 个单位长度得到直线 $l$ .

- (1) 求点 $A$ , 点 $B$ 的坐标, 画出直线 $m$ 及直线 $l$ ;
- (2) 求直线 $l$ 的解析式;
- (3) 直线 $l$ 还可以看作由直线 $m$ 经过其他方式的平移得到的, 请写出一种平移方式.





19. 尺规作图：过直线外一点作这条直线的平行线.

已知：如图，直线  $l$  及直线  $l$  外一点  $P$ .

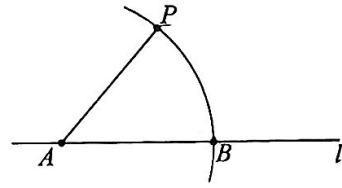
求作：直线  $m$ ，使得  $m \parallel l$ ，且直线  $m$  经过点  $P$ .

作法：①在直线  $l$  上取一点  $A$ ，连接  $AP$ ，以点  $A$  为圆心， $AP$  的长为半径画弧，交直线  $l$  于点  $B$ ；

②分别以点  $P$ ，点  $B$  为圆心， $AP$  的长为半径画弧，两弧交于点  $C$ （不与点  $A$  重合）；

③经过  $P$ ， $C$  两点作直线  $m$ .

直线  $m$  就是所求作的直线.



(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明.

证明：连接  $BC$ .

$\because AP = \underline{\quad} = \underline{\quad} = \underline{\quad},$

$\therefore$  四边形  $PABC$  是  $\underline{\quad}$ （填“矩形”“菱形”或“正方形”）

（ $\underline{\quad}$ ）（填推理的依据）.

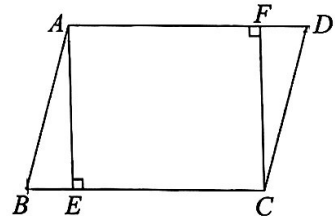
$\therefore m \parallel l$ （ $\underline{\quad}$ ）（填推理的依据）.

20. 如图，在  $\square ABCD$  中， $AE \perp BC$  于点  $E$ ， $CF \perp AD$  于点  $F$ .

(1) 求证：四边形  $AECF$  是矩形；

(2) 连接  $BD$ ，若  $\angle CBD = 30^\circ$ ， $BC = 5$ ， $BD = 4\sqrt{3}$ ，

求  $DF$  的长.

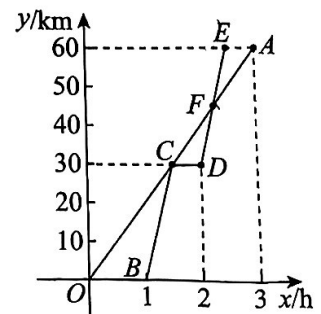


21. 已知甲、乙两地相距 60 km，小徐和小马两人沿同一条公路从甲地到乙地，小徐骑自行车 3 h 到达. 小马骑摩托车比小王晚 1 h 出发，骑行 30 km 时追上小徐，停留  $n$  h 后继续以原速骑行. 在整个行程中，两人与甲地的距离  $y$  与小徐骑行时间  $x$  的对应关系分别如图中线段  $OA$  和折线段  $BCDE$  所示， $DE$  与  $OA$  的交点为  $F$ .

(1) 线段  $OA$  所对应的函数表达式为  $\underline{\quad}$ ，相应自变量  $x$  的取值范围是  $\underline{\quad}$ ；  
 线段  $BC$  所对应的函数表达式为  $\underline{\quad}$ ，相应自变量  $x$  的取值范围是  $\underline{\quad}$ ；

(2) 小马在  $BC$  段的速度为  $\underline{\quad}$  km/h， $n = \underline{\quad}$ ；

(3) 求小马第二次追上小徐时与乙地的距离.



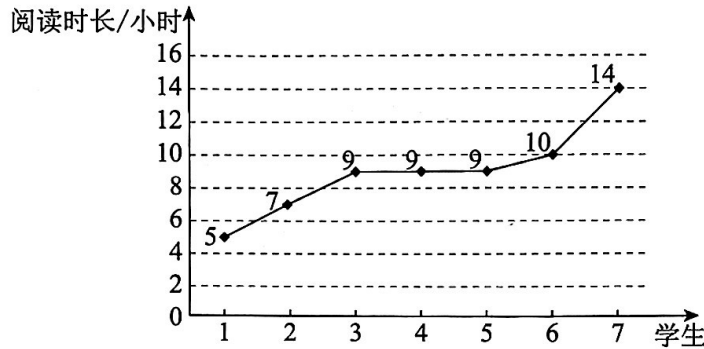


22. 某校为了解课外阅读情况，在初二年级的两个班中，各随机抽取部分学生调查了他们一周的课外阅读时长（单位：小时），并对数据进行了整理、描述和分析。下面给出了部分信息。

a. 甲班学生课外阅读时长（单位：小时）：

7, 7, 8, 9, 9, 11, 12

b. 乙班学生课外阅读时长的折线图：



c. 甲、乙两班学生阅读时长的平均数、众数、中位数：

	平均数	中位数	众数
甲班	$m$	9	$t$
乙班	9	$n$	9

根据以上信息，回答下列问题：

(1) 写出表中  $m$ ,  $t$ ,  $n$  的值；

(2) 设甲、乙两班数据的方差分别为  $s_1^2$ ,  $s_2^2$ , 则  $s_1^2$  \_\_\_\_\_  $s_2^2$  (填“>”“=”或“<”).

23. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，对于非零的实数  $a$ ，将点  $P(x, y)$  变换为  $P'(ax, \frac{y}{a})$  称为一次“ $a$ -变换”。例如，对点  $P(2, 3)$  作一次“3-变换”，得到点  $P'(6, 1)$ 。

已知直线  $y = -2x + 4$  与  $x$  轴交于点  $A$ ，与  $y$  轴交于点  $B$ 。若对直线  $l$  上的各点分别作同样的“ $a$ -变换”，点  $A, B$  变换后的对应点分别为  $A', B'$ 。

(1) 当  $a = -2$  时，点  $A'$  的坐标为\_\_\_\_\_；

(2) 若点  $B'$  的坐标为  $(0, 6)$ ，则  $a$  的值为\_\_\_\_\_；

(3) 以下三个结论：

① 线段  $AB$  与线段  $A'B'$  始终相等；      ②  $\angle BAO$  与  $\angle B'A'O$  始终相等；

③  $\triangle AOB$  与  $\triangle A'OB'$  的面积始终相等。

其中正确的是\_\_\_\_\_ (填写序号即可)，并对正确的结论加以证明。



24. 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle ABC=60^\circ$ ,  $M, N$  两点分别在  $AB, BC$  边上,  $BM=BN$ . 连接  $DM$ , 取  $DM$  的中点  $K$ , 连接  $AK, NK$ .

- (1) 依题意补全图 1, 并写出  $\angle AKN$  的度数;
- (2) 用等式表示线段  $NK$  与  $AK$  的数量关系, 并证明;
- (3) 若  $AB=6$ ,  $AC, BD$  的交点为  $O$ , 连接  $OM, OK$ , 四边形  $AMOK$  能否成为平行四边形? 若能, 求出此时  $AM$  的长; 若不能, 请说明理由.

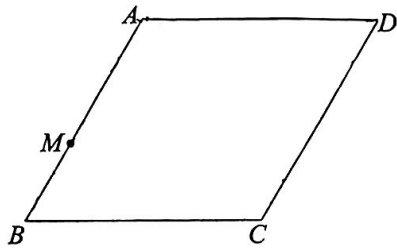
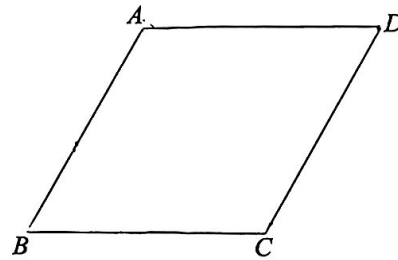


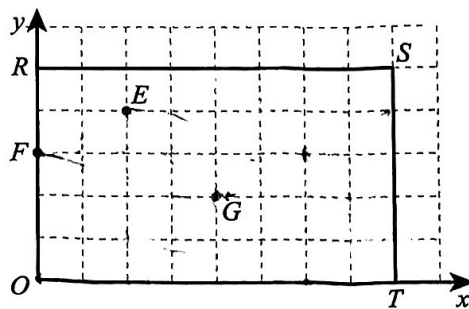
图 1



备用图

四、选做题 (共 10 分, 第 25 题 4 分, 第 26 题 6 分)

25. 在单位长度为 1 的正方形网格中, 如果一个凸四边形的顶点都是网格线交点, 我们称其为格点凸四边形. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 矩形  $ORST$  的四个顶点分别为  $O(0,0)$ ,  $R(0,5)$ ,  $S(8,5)$ ,  $T(8,0)$ . 已知点  $E(2,4)$ ,  $F(0,3)$ ,  $G(4,2)$ . 若点  $P$  在矩形  $ORST$  的内部, 以  $P, E, F, G$  四点为顶点的格点凸四边形的面积为 6, 所有符合题意的点  $P$  的坐标为\_\_\_\_\_.





26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于正方形  $ABCD$  和它的边上的动点  $P$ , 作等边  $\triangle OPP'$ , 且  $O, P, P'$  三点按顺时针方向排列, 称点  $P'$  是点  $P$  关于正方形  $ABCD$  的“友好点”. 已知  $A(-a, a), B(a, a), C(a, -a), D(-a, -a)$  (其中  $a > 0$ ).

(1) 如图 1, 若  $a=3$ ,  $AB$  的中点为  $M$ , 当点  $P$  在正方形的边  $AB$  上运动时,

①若点  $P$  和点  $P$  关于正方形  $ABCD$  的“友好点”点  $P'$  恰好都在正方形的边  $AB$  上, 则点  $P'$  的坐标为\_\_\_\_\_ ; 点  $M$  关于正方形  $ABCD$  的“友好点”点  $M'$  的坐标为\_\_\_\_\_ ;

②若记点  $P$  关于正方形  $ABCD$  的“友好点”为  $P'(m, n)$ , 直接写出  $n$  与  $m$  的关系式 (不要求写  $m$  的取值范围);

(2) 如图 2,  $E(-1, -1), F(2, 2)$ . 当点  $P$  在正方形  $ABCD$  的四条边上运动时, 若线段  $EF$  上有且只有一个点  $P$  关于正方形  $ABCD$  的“友好点”, 求  $a$  的取值范围;

(3) 当  $2 \leq a \leq 4$  时, 直接写出所有正方形  $ABCD$  的所有“友好点”组成图形的面积.

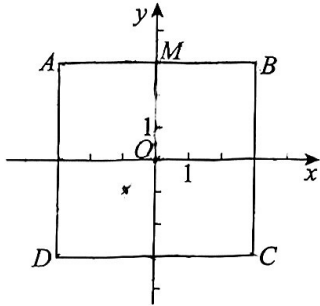


图 1

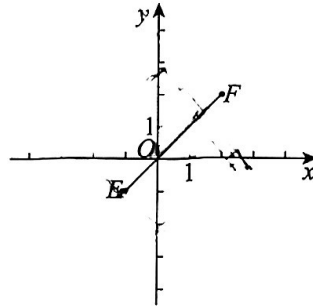
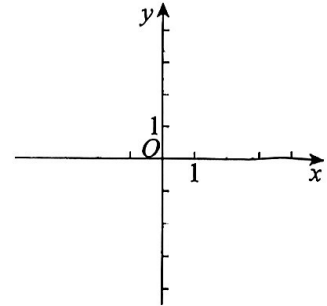


图 2



备用图





北京市西城区 2022—2023 学年度第二学期期末试卷

八年级数学答案及评分参考

2023.7

一、选择题 (共 16 分, 每题 2 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	C	D	C	B	D	A

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9.  $x \geq 2$ .                      10. 1, -5.                      11. 3.                      12. 乙.
13.  $\begin{cases} x=1, \\ y=3. \end{cases}$                       14.  $2\sqrt{2}$ , 4.                      15. 1.                      16. ①③.

三、解答题 (共 68 分, 第 17 题 10 分, 第 18 题 7 分, 第 19 题 9 分, 第 20 题 8 分, 第 21 题 9 分, 第 22 题 6 分, 第 23 题 10 分, 第 24 题 9 分)

17. 解: (1)  $\sqrt{12} \times \sqrt{4} + \sqrt{27}$   
 $= 2\sqrt{3} \times 2 + 3\sqrt{3}$  ..... 3 分  
 $= 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$   
 $= 7\sqrt{3}$ . ..... 5 分

(2)  $(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2}) - \sqrt{5^2}$   
 $= (\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2 - 5$  ..... 3 分  
 $= -1$ . ..... 5 分

18. 解: (1) 对于直线  $m: y = 2x + 6$ ,  
 当  $x = 0$  时,  $y = 6$ ;  
 当  $y = 0$  时,  $2x + 6 = 0$ , 解得  $x = -3$ .  
 $\therefore A(-3, 0), B(0, 6)$ . ..... 2 分  
 画图见图 1. ..... 4 分

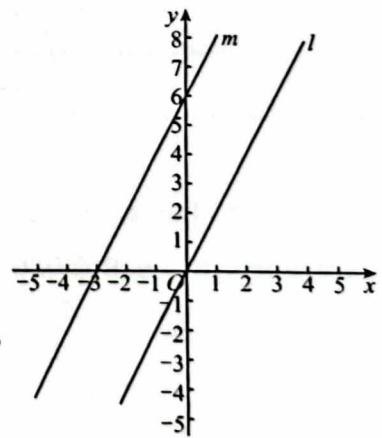


图 1

(2) 设直线  $l$  的解析式为  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ).  
 $\because$  直线  $m$  向右平移 3 个单位长度得到直线  $l$ ,  
 $\therefore l \parallel m$ .  
 $\because$  直线  $m$  的解析式为  $y = 2x + 6$ ,  
 $\therefore k = 2$ .  
 $\because$  点  $A(-3, 0)$  向右平移 3 个单位长度后的对应点为  $O(0, 0)$ ,



∴  $b=0$ .

∴ 直线  $l$  的解析式为  $y=2x$ . ..... 6 分

(3) 答案不唯一, 如: 将直线  $m$  向下平移 6 个单位长度可得到直线  $l$ . ..... 7 分

19. 解: (1) 作图见图 2. .... 3 分

(2) 证明: 连接  $BC$ .

∴  $AP = \underline{AB} = \underline{PC} = \underline{BC}$ ,  
..... 6 分

∴ 四边形  $PABC$  是 菱形. .... 7 分

( 四条边相等的四边形是菱形 ). ..... 8 分

∴  $m \parallel l$  ( 菱形的对边平行 ). ..... 9 分

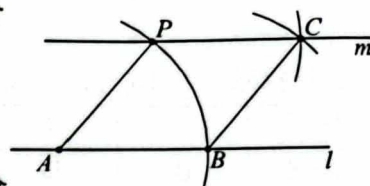


图 2

20. 解: (1) 证明: 如图 3.

∴ 四边形  $ABCD$  是平行四边形,

∴  $AD \parallel BC$ . .... 1 分

∴  $\angle AEC + \angle EAF = 180^\circ$ .

∴  $AE \perp BC$  于点  $E$ ,  $CF \perp AD$  于点  $F$ ,

∴  $\angle AEC = 90^\circ$ ,  $\angle AFC = 90^\circ$ .

∴  $\angle EAF = 180^\circ - \angle AEC = 90^\circ$ .

∴  $\angle AEC = \angle EAF = \angle AFC = 90^\circ$ . .... 3 分

∴ 四边形  $AECF$  是矩形. .... 4 分

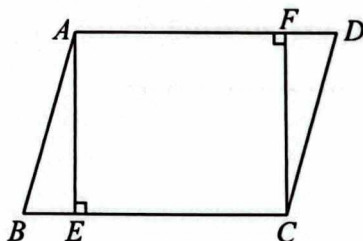


图 3

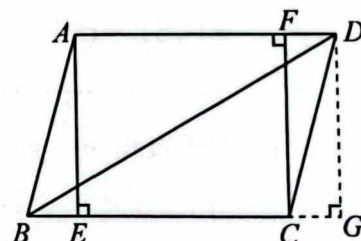


图 4

(2) 如图 4, 作  $DG \perp BC$ , 交  $BC$  的延长线于点  $G$ . .... 5 分

∴ 在  $\text{Rt}\triangle DBG$  中,  $\angle DGB = 90^\circ$ ,  $\angle DBG = 30^\circ$ ,  $BD = 4\sqrt{3}$ ,

∴  $DG = \frac{BD}{2} = 2\sqrt{3}$ ,  $BG = \sqrt{BD^2 - DG^2} = 6$ .

∴  $BC = 5$ ,

∴  $CG = BG - BC = 1$ .

同理可得四边形  $FCGD$  是矩形.

∴  $DF = CG = 1$ . .... 8 分



21. 解: (1)  $y = 20x, 0 \leq x \leq 3;$  .....2分  
 $y = 60x - 60, 1 \leq x \leq 1.5.$  .....4分  
 (2) 60, 0.5. ....6分

(3) 如图 5.

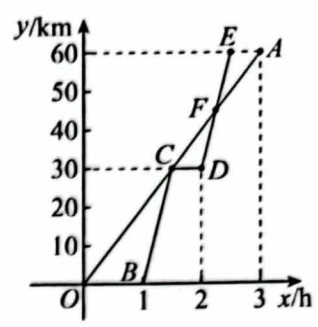


图 5

$\because$  小马在  $DE$  段的速度与在  $BC$  段的速度相同,  
 $\therefore DE \parallel BC.$   
 可设线段  $DE$  的解析式为  $y = 60x + b.$   
 $\because$  直线  $y = 60x + b$  经过点  $D(2,30),$   
 $\therefore 60 \times 2 + b = 30.$

解得  $b = -90.$

$\therefore$  线段  $DE$  的解析式为  $y = 60x - 90 (2 \leq x \leq 2.5).$  .....7分

$\because$  点  $F$  为线段  $DE$  和线段  $OA$  的交点,

$\therefore$  点  $F$  的坐标是方程组  $\begin{cases} y = 60x - 90, \\ y = 20x \end{cases}$  的解.

解得  $\begin{cases} x = 2.25, \\ y = 45. \end{cases}$

$\therefore$  点  $F$  的坐标为  $F(2.25, 45).$  ..... 8分

$\because 60 - 45 = 15,$

$\therefore$  小马第二次追上小徐时与乙地的距离为  $15 \text{ km}.$  .....9分

22. 解: (1)  $m=9.$  .....2分

$t=7, 9.$  ..... 4分

$n=9.$  .....5分

(2)  $<.$  ..... 6分

23. 解: (1)  $(-4, 0).$  ..... 2分

(2)  $\frac{2}{3}.$  ..... 3分

(3) ③. .... 5分

证明:  $\because$  直线  $y = -2x + 4$  与  $x$  轴交于点  $A,$  与  $y$  轴交于点  $B,$

$\therefore A(2, 0), B(0, 4).$

$\because$  点  $A, B$  变换后的对应点分别为  $A', B',$

$\therefore A'(2a, 0), B'(0, \frac{4}{a}).$  ..... 7分

$\because S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4, S_{\triangle A'OB'} = \frac{1}{2} \times |2a| \times \left| \frac{4}{a} \right| = 4,$

$\therefore S_{\triangle A'OB'} = S_{\triangle AOB},$  即③正确. .... 10分



24. 解：(1) 补全图形见图 6. .... 1 分  
 90. .... 2 分

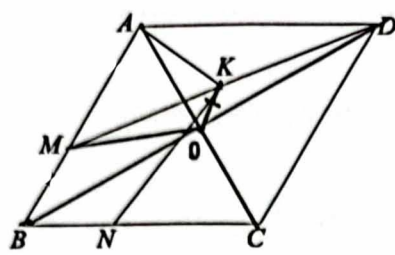


图 6

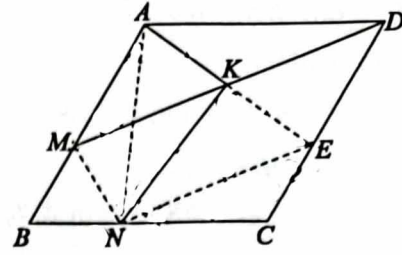


图 7

(2)  $NK = \sqrt{3}AK$ . .... 3 分

证明：如图 7.

延长  $AK$  与  $CD$  交于点  $E$ , 连接  $NM, NA, NE$ .

$\because$  在菱形  $ABCD$  中,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,

$\therefore AB = BC = CD = AD, AB \parallel DC, \angle BCD = 120^\circ$ .

$\therefore \angle MAK = \angle DEK$ .

$\because K$  为  $DM$  的中点,

$\therefore MK = DK$ .

$\therefore \angle AKM = \angle EKD$ ,

$\therefore \triangle AMK \cong \triangle EDK$ . .... 4 分

$\therefore AK = EK, AM = ED$ .

$\therefore AB - AM = DC - ED$ , 即  $BM = CE$ .

$\because BM = BN, \angle ABC = 60^\circ$ ,

$\therefore \triangle BMN$  为等边三角形.

$\therefore MN = BM = BN, \angle BMN = 60^\circ$ .

$\therefore MN = CE, AM = NC, \angle AMN = 180^\circ - \angle BMN = 120^\circ$ .

$\therefore \angle AMN = \angle NCE$ .

$\therefore \triangle AMN \cong \triangle NCE$ .

$\therefore AN = NE, \angle MAN = \angle CNE$ .

$\because \angle ANC = \angle ABC + \angle BAN, \angle ANC = \angle ANE + \angle CNE$ ,

$\therefore \angle ANE = \angle ABC = 60^\circ$ .

$\therefore \triangle ANE$  为等边三角形,  $\angle NAK = 60^\circ$ .

$\therefore NK \perp AE$ .

在  $Rt\triangle ANK$  中,  $\angle AKN = 90^\circ, \angle NAK = 60^\circ$ , 可得  $NK = \sqrt{3}AK$ .

..... 7 分



(3) 如图 8, 四边形  $AMOK$  能成为平行四边形.

$\because$  菱形  $ABCD$  的对角线  $AC, BD$  的交点为  $O$ ,

$\therefore BO=OD$ .

$\because DM$  的中点为  $K$ ,

$\therefore OK$  为  $\triangle DMB$  的中位线.

$\therefore BM=2OK$ .

$\because$  四边形  $AMOK$  为平行四边形,

$\therefore AM=OK$ .

$\therefore AB=AM+BM=AM+2OK=3AM$ .

$\because AB=6$ ,

$\therefore AM=\frac{1}{3}AB=2$ . ..... 9 分

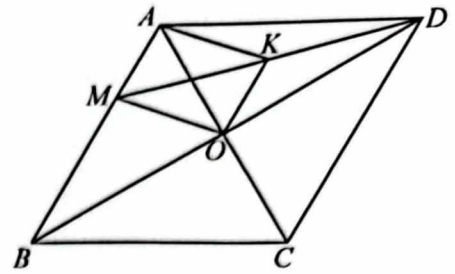


图 8

四、选做题 (共 10 分, 第 25 题 4 分, 第 26 题 6 分)

25. 解:  $(6,3), (5,4), (7,2), (2,1)$ . ..... 4 分

26. 解: (1) ①  $(\sqrt{3}, 3)$ ; ..... 1 分

$(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$ ; ..... 2 分

②  $n = -\sqrt{3}m + 6$ . ..... 3 分

(2) 如图 9 所示时, 直线  $C'D'$  ( $y = -\sqrt{3}x - 2a$ ) 经过  $E(-1, -1)$ , 解得  $a = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$ ;

如图 10 所示时, 直线  $A'B'$  ( $y = -\sqrt{3}x + 2a$ ) 经过  $F(2, 2)$ , 解得  $a = \sqrt{3} + 1$ .

$\therefore \frac{\sqrt{3}+1}{2} < a \leq \sqrt{3} + 1$ . ..... 5 分

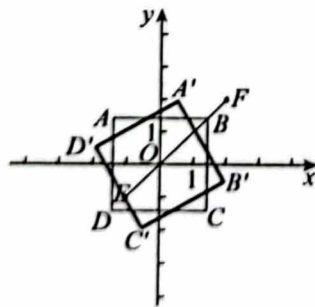


图 9

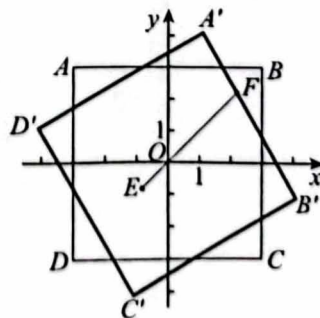


图 10

(3) 48. .... 6 分