



# 首师附萃中分校 2023-2024 (上) 期中考试

## 初三数学试卷

### 一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

下面各题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

1. 若  $2x = 3y (y \neq 0)$ , 则下列比例式一定成立的是 ( )

- A.  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$       B.  $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$       C.  $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$       D.  $\frac{x}{2} = \frac{3}{y}$

2. 已知反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象经过点  $A(2, 3)$ , 则  $k$  的值为 ( )

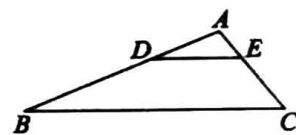
- A. 3      B. 4      C. 5      D. 6

3. 二次函数  $y = (x-1)^2 - 3$  的顶点坐标是 ( )

- A. (1, -3)      B. (-1, -3)      C. (1, 3)      D. (-1, 3)

4. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D, E$  分别为边  $AB, AC$  上的点, 且  $DE \parallel BC$ , 若  $AD = 5, BD = 10, AE = 3$ , 则  $EC$  的长为 ( )

- A. 3      B. 6      C. 9      D. 12



5. 二次函数  $y = x^2 - 2x$ , 若点  $A(-1, y_1), B(2, y_2)$  是它图象上的两点, 则  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系是 ( )

- A.  $y_1 < y_2$       B.  $y_1 = y_2$       C.  $y_1 > y_2$       D. 不能确定

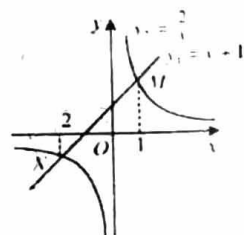
6. 若要得到函数  $y = (x-1)^2 + 2$  的图象, 只需将函数  $y = x^2$  的图象 ( )

- A. 先向右平移 1 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度  
B. 先向左平移 1 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度  
C. 先向左平移 1 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度  
D. 先向右平移 1 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度

7. 如图, 函数  $y_1 = x+1$  与函数  $y_2 = \frac{2}{x}$  的图象相交于点  $M(1, m), N(-2, n)$ . 若

$y_1 > y_2$ , 则  $x$  的取值范围是 ( )

- A.  $x < -2$  或  $0 < x < 1$       B.  $x < -2$  或  $x > 1$   
C.  $-2 < x < 0$  或  $0 < x < 1$       D.  $-2 < x < 0$  或  $x > 1$



学号

姓名

班级

题  
答  
要  
不  
内  
线  
封  
密

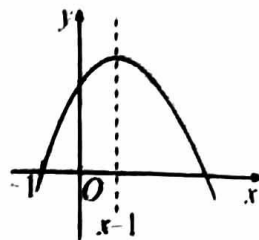


8. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如图 19-3-4 所示, 有以下论: ①  $abc > 0$ ; ②  $a - b + c < 0$ ;

③  $4a + 2b + c > 0$ ; ④  $2a = b$

其中正确结论的个数是 ( )

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4



## 二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 二次函数  $y = -2x^2 + 4x + 1$  图象的开口方向是\_\_\_\_\_.

10. 请写出一个开口向上, 并且与  $y$  轴交点在  $y$  轴负半轴的抛物线的表达式: \_\_\_\_\_.

11. 写出一个当自变量  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小的反比例函数的表达式\_\_\_\_\_.

12. 二次函数  $y = x^2 - 4x + 5$  的对称轴是\_\_\_\_\_.

13. 函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象如图所示, 那么  $ac$  \_\_\_\_\_ 0. (填 “>”, “=”, 或 “<”)

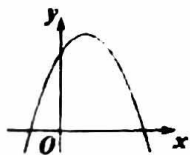
14. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中, 点  $E$  在边  $AD$  上,  $AC, BE$  交于点  $O$ , 若  $AE:ED = 1:2$ , 则

$$S_{\triangle AOE} : S_{\triangle COB} = \underline{\hspace{2cm}}$$

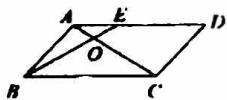
15. 如图, 点  $P$  在反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象上,  $PA \perp x$  轴于点  $A$ , 则  $\triangle PAO$  的面积是\_\_\_\_\_.

16. 如图, 二次函数  $y = -x^2 + 4x$  的图象, 若关于  $x$  的一元二次方程  $-x^2 + 4x - t = 0$  ( $t$  为实数) 在

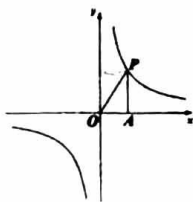
$1 < x < 5$  的范围内有解, 则  $t$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



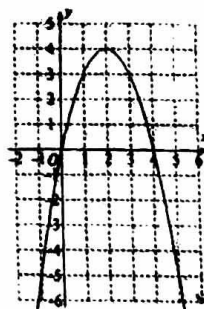
(13 题)



(14 题)



(15 题)

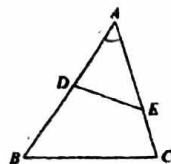


(16 题)

## 三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D, E$  分别在边  $AB, AC$  上, 连接  $DE$ , 且  $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ .

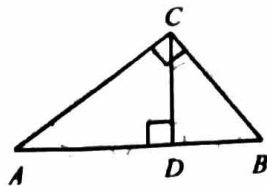
求证:  $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ;





18. 已知：如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD$  是  $AB$  边上的高。

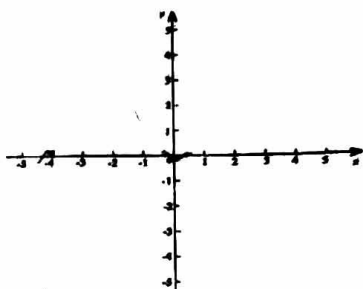
如果  $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，求  $BD$  的长。



19. 已知二次函数的图象上部分点的横坐标  $x$ ，纵坐标  $y$  的对应值如下表：

$x$	...	0	1	2	3	4	...
$y$	...	1	-2	-3	-2	1	...

- 求这个二次函数的表达式；
- 画出二次函数图象
- 当  $y > -2$  时，直接写出  $x$  的取值范围。



20. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $y_1 = 2x + 8$  与抛物线  $y_2 = x^2$  的相交于点  $A$  和点  $B$  (点  $A$  的横坐标小于点  $B$  的横坐标)

- 求交点  $A$  和点  $B$  的坐标；
- 求当  $-1 \leq x \leq 3$  时， $y_2$  的最大值；
- 直接写出  $2x + 8 > x^2$  的解集。

21. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，二次函数  $y = ax^2 + bx - 1 (a \neq 0)$ ，经过点  $B(1, 4)$ ， $C(-2, 1)$ 。

- 求二次函数的解析式及顶点坐标
- 当  $-1 \leq x \leq 0$  时，求  $y$  的取值范围。

22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，双曲线  $y = \frac{k}{x}$  过点  $A(1, 1)$ ，与直线  $y = 4x$  交于  $B, C$  两点 (点  $B$  的横坐标小于点  $C$  的横坐标)。

- $k$  的值是\_\_\_\_\_；
- 求点  $B, C$  的坐标；
- 若直线  $x = t$  与双曲线  $y = \frac{k}{x}$  交于点  $D(t, y_1)$ ，与直线  $y = 4x$  交于点  $E(t, y_2)$ ，当  $y_1 < y_2$  时，直接写出  $t$  的取值范围。

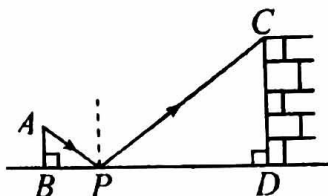




23. 已知二次函数  $y = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1$ .

- (1) 此二次函数的对称轴是\_\_\_\_\_ (用含  $m$  的字母表示)
- (2) 若二次函数的图象与  $x$  轴有两个不同的交点, 求  $m$  的取值范围
- (3) 选取一个你喜欢的  $m$  值, 求此二次函数图象与  $x$  轴的交点.

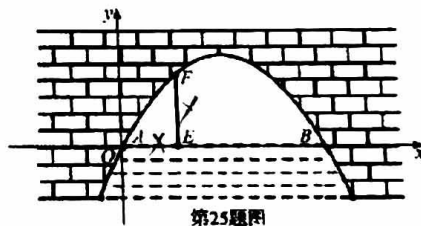
24. 如图是一位同学用激光笔测量某古城墙高度的示意图. 点  $P$  处放一水平的平面镜, 光线从点  $A$  出发经平面镜反射后刚好到古城墙  $CD$  的顶端  $C$  处, 若  $AB \perp BD$ ,  $CD \perp BD$  测得  $AB = 15m$ ,  $BP = 2m$ ,  $PD = 6m$ , 则该古城墙  $CD$  的高是?



25. 抛物线形拱桥具有取材方便, 造型美观的特点, 被广泛应用到桥梁建筑中. 如图是某公园抛物线形拱桥的截面图. 以水面  $AB$  所在直线为  $x$  轴,  $A$  为坐标原点, 建立如图所示的平面直角坐标系. 点  $E$  到点  $A$  的距离  $AE = x$  (单位:  $m$ ), 点  $E$  到桥拱顶面的竖直直距离  $EF = y$  (单位:  $m$ ).  $x$ 、 $y$  近似满足函数关系  $y = ax^2 + bx$  ( $a < 0$ )

通过取点, 得到  $x$  与  $y$  的几组对应值, 如下表:

$x$ (米)	0	1	2	3	4	5	6
$y$ (米)	0	1.25	2	2.25	2	1.25	0



- (1) 桥拱顶面离水面  $AB$  的最大高度为 \_\_\_\_\_  $m$ ;
- (2) 根据上述数据, 求出满足的函数关系  $y = ax^2 + bx$  和水面宽度  $AB$  的长.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $(1, m)$  和  $(2, n)$  在抛物线  $y = -x^2 + bx$  上.

- (1) 若  $m=0$ , 求该抛物线的对称轴;
- (2) 若  $mn < 0$ , 设抛物线的对称轴为直线  $x = t$ ,

①直接写出  $t$  的取值范围;

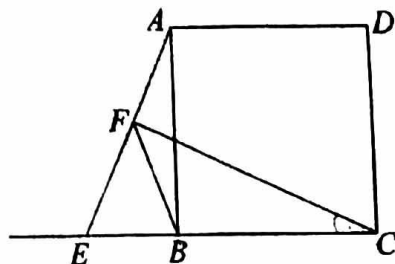
②已知点  $(-1, y_1)$ ,  $(\frac{3}{2}, y_2)$ ,  $(3, y_3)$  在该抛物线上. 比较  $y_1, y_2, y_3$  的大小, 并说明理由.

27. 已知正方形  $ABCD$ , 点  $E$  是  $CB$  延长线上一点, 位置如图所示, 连接  $AE$ , 过点  $C$  作  $CF \perp AE$  于点  $F$ , 连接  $BF$ .

- (1) 求证:  $\angle FAB = \angle BCF$ ;
- (2) 作点  $B$  关于直线  $AE$  的对称点  $M$ , 连接  $BM, FM$ .

①依据题意补全图形;

②用等式表示线段  $CF, AF, BM$  之间的数量关系, 并证明.





28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于两点  $A, B$ , 给出如下定义: 以线段  $AB$  为边的正方形称为点  $A, B$  的“确定正方形”. 如图 1 为点  $A, B$  的“确定正方形”的示意图.

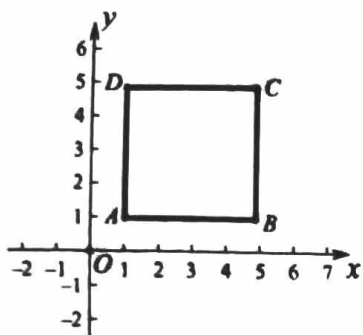
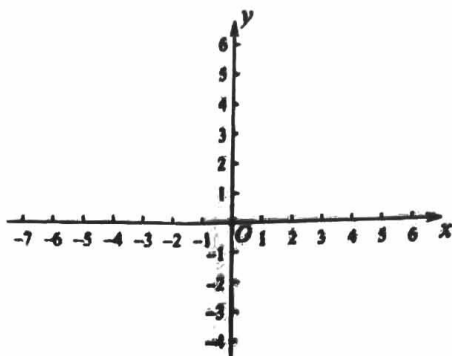


图 1



备用图

- (1) 如果点  $M$  的坐标为  $(0, 1)$ , 点  $N$  的坐标为  $(3, 1)$ , 那么点  $M, N$  的“确定正方形”的面积是 \_\_\_\_\_;
- (2) 已知点  $O$  的坐标为  $(0, 0)$ , 点  $C$  为直线  $y = x + b$  上一动点, 当点  $O, C$  的“确定正方形”的面积最小, 且最小面积为 2 时, 求  $b$  的值.
- (3) 已知点  $E$  在以边长为 2 的正方形的边上, 且该正方形的边与两坐标轴平行, 对角线交点为  $P(m, 0)$ , 点  $F$  在直线  $y = -x - 2$  上, 若要使所有点  $E, F$  的“确定正方形”的面积都不小于 2, 直接写出  $m$  的取值范围.