



## 数学试卷

考生须知	1. 本试卷共 6 页,共三道大题,28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在答题卡上准确填写学校、班级、姓名和准考证号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束,将答题卡交回。
------	---

### 一、选择题(共 16 分,每题 2 分)

下列各题均有四个选项,其中只有一个是符合题意的。

1. 16 的平方根是

- A.  $\pm 4$                       B.  $-4$                       C.  $\pm\sqrt{4}$                       D. 4

2. 下列图形是轴对称图形的是



A.



B.



C.



D.

3. 下列各根式中,与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式的是

- A.  $\sqrt{\frac{1}{2}}$                       B.  $\sqrt{8}$                       C.  $\sqrt{12}$                       D.  $3\sqrt{2}$

4. 不透明的袋子中装有 5 个红球,2 个绿球,这些球除颜色外无其他差别,随机从袋子中摸出一个球,则下列说法正确的是

- A. 摸到红球、绿球的可能性大小一样                      B. 这个球可能是绿球  
 C. 摸到绿球的可能性大于摸到红球的可能性                      D. 这个球一定是红球

5. 若 $\sqrt{(5-a)^2} = a-5$ ,则  $a$  的取值范围是

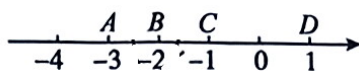
- A.  $a=5$                       B.  $a>5$                       C.  $a\geq 5$                       D.  $a\leq 5$

6. 如果把分式 $\frac{a+b}{ab}$ 中的  $a, b$  同时扩大为原来的 3 倍,那么该分式的值

- A. 不变                      B. 缩小到原来的 $\frac{1}{9}$   
 C. 缩小到原来的 $\frac{1}{3}$                       D. 扩大到原来的 3 倍



7. 如图,数轴上  $A, B, C, D$  四点中,与  $-\sqrt{5}$  对应的点距离最近的是



- A. 点  $A$                       B. 点  $B$                       C. 点  $C$                       D. 点  $D$

8. 如图所示的正方形网格中,网格线的交点称为格点. 已知线段  $AB$  是等腰三角形  $\triangle ABC$  的一边,  $\triangle ABC$  的三个顶点都在正方形网格的格点上,则这样的等腰三角形的个数为



- A. 4 个                                      B. 6 个  
C. 8 个                                      D. 10 个

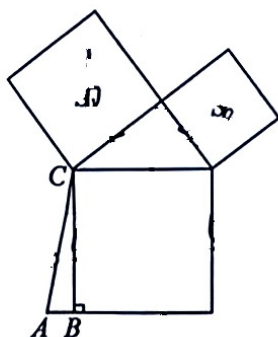
二、填空题(共 16 分,每题 2 分)

9. 若分式  $\frac{x-3}{x+2}$  的值为 0,则  $x$  的值为\_\_\_\_\_.

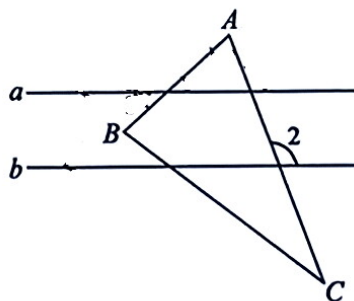
10. “两直线平行,内错角相等”的逆命题为\_\_\_\_\_.

11. 若三角形的两边长分别为 4 和 6,则第三边的长度可以为\_\_\_\_\_ (写出一个即可).

12. 如图,由两个直角三角形和三个正方形组成的图形. 其中两正方形面积分别是  $S_1 = 16$ ,  $S_2 = 9$ ,  $AC = \sqrt{26}$ ,则  $AB$  的长为\_\_\_\_\_.



第 12 题图



第 13 题图

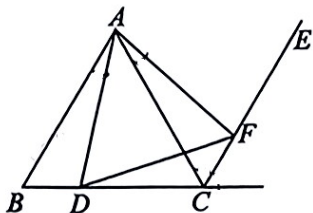
13.  $\triangle ABC$  与直线  $a, b$  的位置关系如图所示. 若  $a \parallel b$ ,  $\angle 1 = 40^\circ$ ,  $\angle 2 = 110^\circ$ , 则  $\angle A =$ \_\_\_\_\_.

14. 学校举行“爱我中华”知识竞赛,某班从 5 名男生和 4 名女生(含小云)中选 6 名学生参加这次竞赛. 若选择男生  $n$  名,则当  $n =$ \_\_\_\_\_时,小云参加这次竞赛是必然事件.

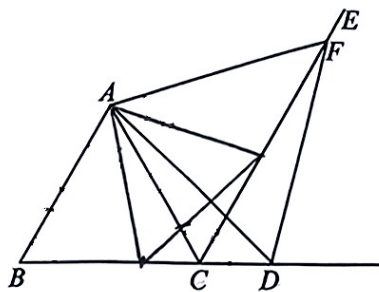
15. 对于任意实数  $a, b$ ,规定:  $a \odot b = \begin{cases} \frac{a}{2a-b} (a \geq b) \\ \frac{b}{2a} (a < b) \end{cases}$ . 若  $(x-2) \odot (x+2) = 1$ ,则  $x$  的值为\_\_\_\_\_.



16. 已知:如图,  $\triangle ABC$  是边长为 4 的等边三角形, 点  $D$  是射线  $BC$  上的动点(不与点  $B, C$  重合),  $CE$  是  $\triangle ABC$  的外角的平分线, 以点  $A$  为顶点,  $AD$  为一边, 作  $\angle DAF = 60^\circ$ ,  $AF$  交射线  $CE$  于点  $F$ , 连接  $DF$ . 下列结论一定成立的是 \_\_\_\_\_ (只填序号).



点  $D$  在线段  $BC$  上



点  $D$  在线段  $BC$  的延长线上

- ①  $\triangle ABD \cong \triangle ACF$ ;  
 ②  $\triangle ADF$  是等边三角形;  
 ③  $AC - CD = CF$ ;  
 ④  $\triangle CDF$  的周长的最小值为  $4 + 2\sqrt{3}$ .

三、解答题(共 68 分, 第 17-23 题, 每题 5 分, 第 24-25 题, 每题 6 分, 第 26-28 题, 每题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算:  $\sqrt{3} \times \sqrt{6} - (\sqrt{2023} - 1)^0 + |-\sqrt{2}|$ .

18. 计算:  $(2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) + \sqrt[3]{27} + 3\sqrt{\frac{1}{3}}$ .

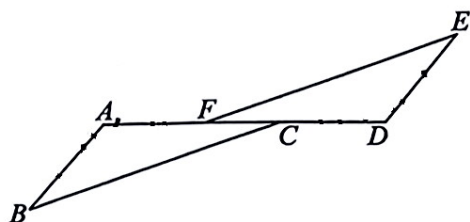
19. 计算:  $\frac{a^2}{a-2} + \frac{4}{2-a}$ .

20. 解方程:  $\frac{x}{x+1} - \frac{2}{x-1} = 1$ .

21. 先化简, 再求值:  $(\frac{x^2+9}{x} + 6) \div \frac{x^2-9}{x^2-3x}$ , 其中  $x = -2$ .



22. 已知:如图,点  $F, C$  在线段  $AD$  上,  $AB \parallel DE$ ,  $AB = DE$ ,  $AF = CD$ . 求证:  $BC = EF$ .



23. 抛掷一枚质地均匀的骰子一次.

(1) “朝上的点数是 1”与“朝上的点数是 6”这两个事件发生的可能性大小相等吗? 为什么?

(2) 比较“朝上的点数小于 3”与“朝上的点数不小于 3”这两个事件发生的可能性的大小.

24. 列方程解应用题:

某工厂用 A 型和 B 型两种机器人生产零件, A 型机器人比 B 型机器人每小时多生产 10 个零件, A 型机器人生产 1000 个零件所用的时间和 B 型机器人生产 800 个零件所用的时间相同, 求 A 型、B 型两种机器人每小时各生产零件多少个.

25. 已知:如图,在  $\triangle ABC$  中,点  $D$  是  $BC$  中点,  $AD$  平分  $\angle BAC$ . 求证:  $AD \perp BC$ .

下面是这道题的两种添加辅助线的方法,选择其中一种,完成证明过程.

<p>方法一</p> <p>证明:如图,过点 <math>D</math> 作 <math>DE \perp AB</math> 于点 <math>E</math>, <math>DF \perp AC</math> 于点 <math>F</math>.</p>	<p>方法二</p> <p>证明:如图,延长 <math>AD</math> 至点 <math>E</math>,使得 <math>DE = AD</math>, 连接 <math>BE</math>.</p>
---	---

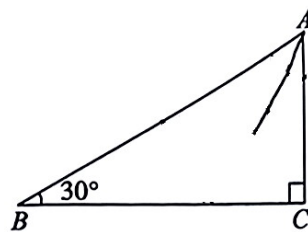


26. 小明在学习《直角三角形的性质》的过程中产生了一个猜想：“在直角三角形中， $30^\circ$ 角所对的直角边是斜边的一半。”并进行了如下的探究，请完善小明的探究过程。

(1) 结合图形，将小明猜想的命题写成已知、求证；

已知：\_\_\_\_\_.

求证： $AC = \frac{1}{2}AB$ .



(2) 补全上述猜想的证明过程。

证明：作线段  $AB$  的垂直平分线  $DE$ ，交  $AB$  于点  $D$ ，交  $BC$  于点  $E$ ，连接  $AE$ 。（在图中用尺规作图，并保留作图痕迹）

$\because$  直线  $DE$  是线段  $AB$  的垂直平分线，

$\therefore AE = BE$ . ( \_\_\_\_\_ ) (填推理依据).

$\therefore \angle B = \angle BAE$ . ( \_\_\_\_\_ ) (填推理依据).

$\because \angle B = 30^\circ$ ,

$\therefore \angle BAE = 30^\circ$ .

$\because \triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = 90^\circ - \angle B = 60^\circ$ . ( \_\_\_\_\_ ) (填推理依据).

$\therefore \angle EAC = \angle BAC - \angle BAE = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$ .

$\therefore \angle BAE = \angle EAC$ .

$\because DE \perp AB$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ADE = \angle C = 90^\circ$ .

在  $\triangle ADE$  和  $\triangle ACE$  中，

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle EAC \\ \angle ADE = \angle C \\ AE = AE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ACE$  ( \_\_\_\_\_ ) (填推理依据).

$\therefore AD = AC$ ，

$\because$  直线  $DE$  是线段  $AB$  的垂直平分线，

$\therefore AD = BD = \underline{\hspace{2cm}}$ .

$\therefore AC = \frac{1}{2}AB$ .



27. 下表是  $a$  与  $\sqrt[3]{a}$  的几组对应值:

$a$	...	0.000001	0.001	1	1000	1000000	...
$\sqrt[3]{a}$	...	0.01	$x$	1	$y$	100	...

(1) 表格中  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 借助表格解决下列问题:

① 若  $\sqrt[3]{16} \approx 2.52$ , 则  $\sqrt[3]{16000} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ ;

② 若  $\sqrt[3]{b} \approx 5.326$ ,  $\sqrt[3]{c} \approx 53.26$ , 则  $c = \underline{\hspace{2cm}}$  (用含有  $b$  的代数式表示  $c$ );

③ 当  $a > 0$  时, 直接写出  $\sqrt[3]{a}$  与  $a$  的大小关系.

28. 已知: 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 点  $D$  在边  $AC$  上, 连接  $BD$ , 过点  $C$  作  $CE \perp BD$  于点  $E$ , 过点  $A$  作  $AF \perp CE$ , 交直线  $CE$  于点  $F$ .

(1) 若  $AF = CE$ , 求证:  $\angle CAB = 45^\circ$ ;

(2) 在(1)条件下, 取线段  $AB$  的中点  $H$ , 连接  $FH$ , 用等式表示  $FA, FC, FH$  的数量关系, 并证明.

