

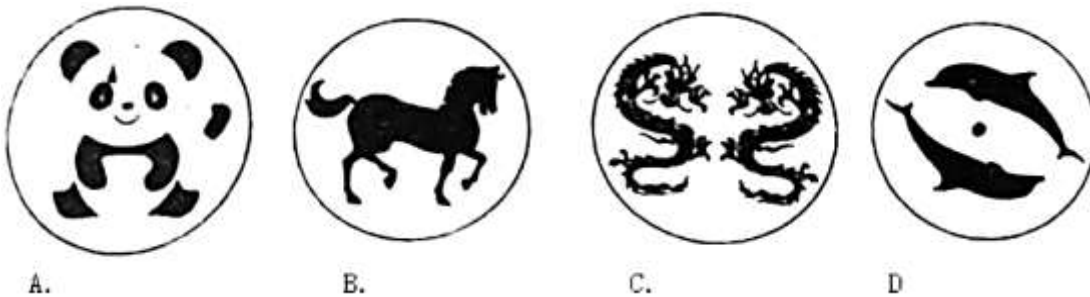
# 2020 北京一零一中学初三（上）10 月阶段性测试

## 数 学



一、选择题(本题共 30 分，每小题 3 分，第 1-10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个)

1、下列图案中是中心对称图形的是( )



2、一元二次方程  $8x^2 - 3x - 5 = 0$  的二次项系数、一次项系数、常数项分别是( )

- A. 8, -3, -5                      B. 8, 3, 5                      C. 8, 3, -5                      D. 8, -3, 5

3、下列函数中是二次函数的是( )

- A.  $y = 3x - 1$                       B.  $y = x^3 - 2x - 3$                       C.  $y = (x + 1)^2 - x^2$                       D.  $y = 3x^2 - 1$

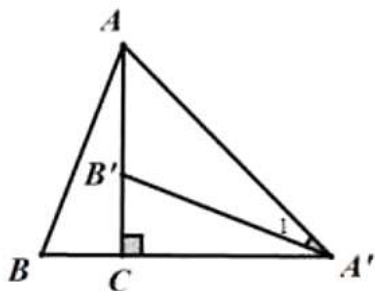
4、抛物线  $y = (x - 1)^2 + 2$  的顶点坐标为( )

- A. (-1, 2)                      B. (1, 2)                      C. (1, -2)                      D. (2, 1)

5、将抛物线  $y = 2x^2$  向下平移 3 个单位得到的抛物线为( )

- A.  $y = 2x^2 + 3$                       B.  $y = 2x^2 - 3$                       C.  $y = 2(x + 3)^2$                       D.  $y = 2(x - 3)^2$

6、如图，将  $Rt\triangle ABC$  绕直角顶点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$ ，得到  $\triangle A'B'C'$ ，连接  $AA'$ ，若  $\angle 1 = 25^\circ$ ，则  $\angle BAC$  的度数是( )

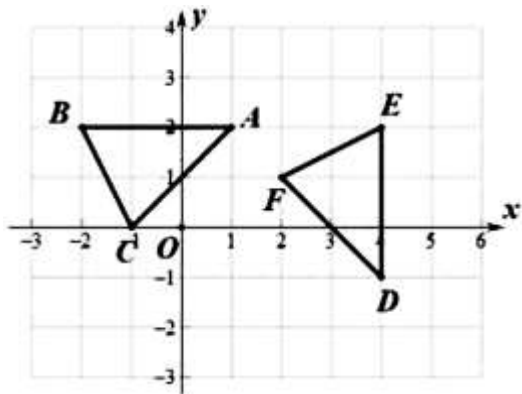


- A.  $10^\circ$                       B.  $20^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $40^\circ$

7、若关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2 - 2x + \frac{1}{4} = 0$  有实数根，则实数  $k$  的取值范围是( )

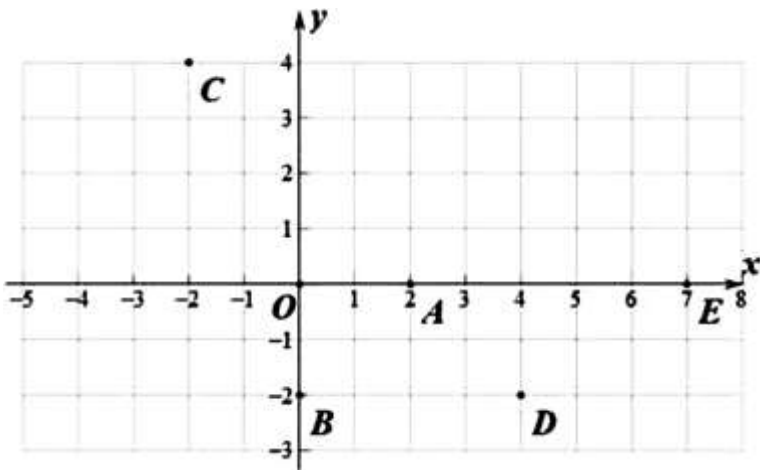
- A.  $k < 4$                   B.  $k < 4$  且  $k \neq 0$                   C.  $k \leq 4$                   D.  $k \leq 4$  且  $k \neq 0$

8、如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中， $\triangle ABC$  顶点的横、纵坐标都是整数，若将  $\triangle ABC$  以某点为旋转中心，顺时针旋转  $90^\circ$ ，得到  $\triangle DEF$ ，则旋转中心的坐标是( )



- A. (0, 0)                  B. (1, 0)                  C. (1, -1)                  D.  $(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$

9、如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，有五个点  $A(2, 0)$ ,  $B(0, -2)$ ,  $C(-2, 4)$ ,  $D(4, -2)$ ,  $E(7, 0)$ ，将二次函数  $y = a(x-2)^2 + m$  ( $m \neq 0$ ) 的图像记为  $W$ 。下列判断中



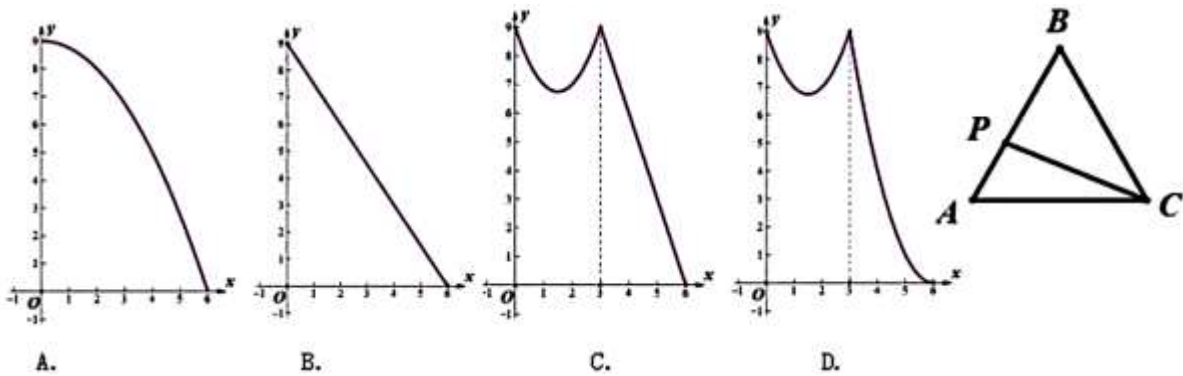
- ①A 一定不在  $W$  上；  
 ②点  $B, C, D$  可以同时都在  $W$  上；  
 ③点  $C, E$  不可能同时都在  $W$  上。

所有正确结论的序号是( )

- A. ①②③                  B. ①②                  C. ①③                  D. ②③



10、如图正△ABC的边长为3cm，动点P从点A出发，以每秒1cm的速度，沿A→B→C的方向运动，到达点C时停止.设运动时间为x(秒)， $y = PC^2$ ，则y关于x的函数的图像大致为( )



二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

11、在平面直角坐标系  $xOy$  中，将点  $(-2, 3)$  绕原点  $O$  旋转  $180^\circ$ ，所得到的对应点的坐标为\_\_\_\_\_.

12、若二次函数  $y = (x-1)^2 + 3$  的图象上有两点  $A(0, a)$ ， $B(5, b)$ ，则  $a$        $b$ .(填“>”，“=”，“<”)

13、商店今年 1 月份的销售额是 2 万元，3 月份的销售额是 4.5 万元，从 1 月份到 3 月份，该店销售平均每月的增长率是\_\_\_\_\_.

14、已知  $x=n$  是关于  $x$  的一元二次方程  $mx^2 - 4x - 5 = 0$  的一个根，若  $mn^2 - 4n + m = 6$ ，则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

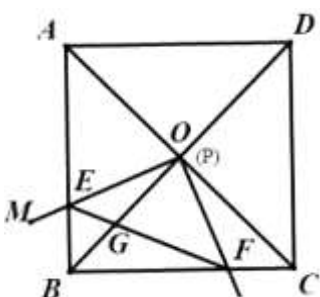
15、关于  $x$  的一元二次方程  $mx^2 - (m+1)x + 1 = 0$  有两个不相等的整数根， $m$  为整数，那么  $m$  的值是\_\_\_\_\_.

16、已知二次函数  $y = x^2 - mx + m - 1$  的图像与  $x$  轴只有一个交公共点.

(1)求  $m =$  \_\_\_\_\_;

(2)当  $0 \leq x \leq 3$  时， $y$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

17、如图，边长为 1 的正方形  $ABCD$  的对角线  $AC$ ， $BD$  相交于点  $O$ ，直角  $\angle MPN$  的顶点  $P$  与点  $O$  重合，直角边  $PM$ ， $PN$  分别与  $OA$ ， $OB$  重合，然后逆时针绕点  $P$  旋转  $\angle MPN$ ，旋转角为  $\theta(0^\circ < \theta < 90^\circ)$ ， $PM$ ， $PN$  分别交  $AB$ ， $BC$  于  $E$ ， $F$  两点，连接  $EF$  交  $OB$  于点  $G$ ，则下列结论中，正确的是\_\_\_\_\_.



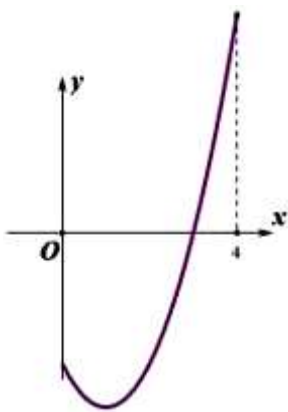
①  $EF = \sqrt{2}OE$ ;

②记四边形 OEBF 的面积为  $S_1$ ，正方形 ABCD 的面积为  $S_2$ ， $S_1 : S_2 = 1:4$ ;

③  $BE + BF = \sqrt{2}OA$ ;

④在旋转过程中，当  $\triangle BEF$  与  $\triangle COF$  的面积之和最大时， $AE = \frac{3}{4}$

18、函数  $y = x^2 - 2x - 3 (0 \leq x \leq 4)$  的图像如下图，直线  $l \parallel x$  轴且过点  $(0, m)$ ，将该函数在直线  $l$  上方的图像沿直线  $l$  向下翻折，在直线  $l$  下方的图像保持不变，得到一个新图象，若新图像对应的函数的最大值与最小值之差不大于 5，则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



三、解答题(本题共 54 分，第 19-25 题，每小题 5 分，第 26-27 题，每小题 6 分，第 28 题 7 分)解答应写出文字说明演算步骤或证明过程

19、计算： $(\frac{1}{2})^{-1} + |\sqrt{3} - 2| + (3 - \sqrt{5})^0 + (-2)^2$

20、解一元二次方程  $x^2 + 2x - 1 = 0$

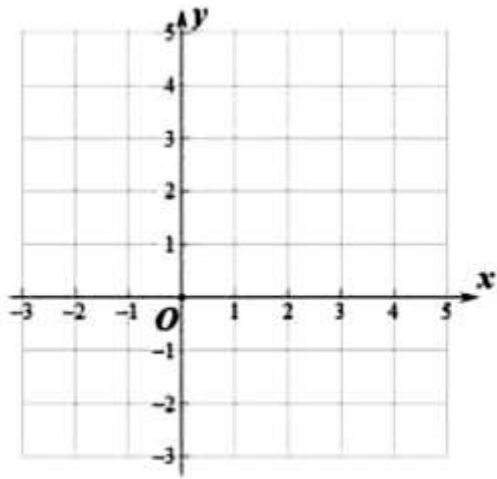
21、对于抛物线  $y = -x^2 + 2x + 3$ .

(1)抛物线与  $x$  轴的交点坐标是\_\_\_\_\_，顶点坐标是\_\_\_\_\_;

(2)在坐标系中画出此抛物线;

(3)结合图像回答，若  $y > 0$ ，则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

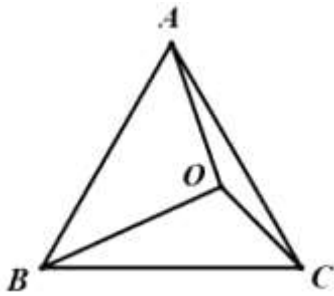




22、如图，已知等边 $\triangle ABC$ ， $O$ 为 $\triangle ABC$ 内一点，连接 $OA$ ， $OB$ ， $OC$ ，将 $\triangle BAO$ 绕点 $B$ 顺时针旋转至 $\triangle BCM$ 。

(1)依题意补全图形；

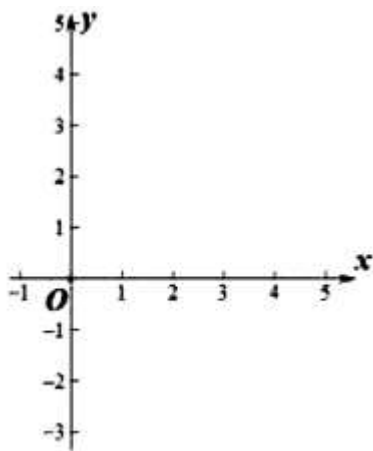
(2)若 $OA = \sqrt{2}$ ， $OB = \sqrt{3}$ ， $OC = 1$ ，求 $\angle OCM$ 的度数。



23、如图，直线 $y=x+m$ 和抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 都经过点 $A(1, 0)$ ， $B(3, 2)$ 。

(1)求 $m$ 的值和抛物线的解析式；

(2)结合函数图像，求关于 $x$ 的不等式 $x^2 + bx + c > x + m$ 的解集。(直接写出答案)



24、在“新冠”疫情期间，全国人民“众志成城，同心抗议”，某商家决定将一个月获得的利润全部捐赠给社区用于抗议，已知商家购进一批产品，成本为10元/件，拟采取线上和线下两种方式进行销售.调查发现：线下的月销售量 $y$ (单位：件)与线下售价 $x$ (单位：元/件， $12 \leq x < 24$ )满足一次函数的关系，部分数据如下表：

$x$ (元/件)	12	13	14	15	16
$y$ (件)	1200	1100	1000	900	800

(1)求 $y$ 与 $x$ 的函数关系式；

(2)若线上售价始终比线下每件便宜2元，且线上的月销量固定为400件，试问当 $x$ 为多少时，线上和线下利润总和达到最大，并求出此时的最大利润.

25、探究函数 $y = x|x-2|$ 的图像与性质.

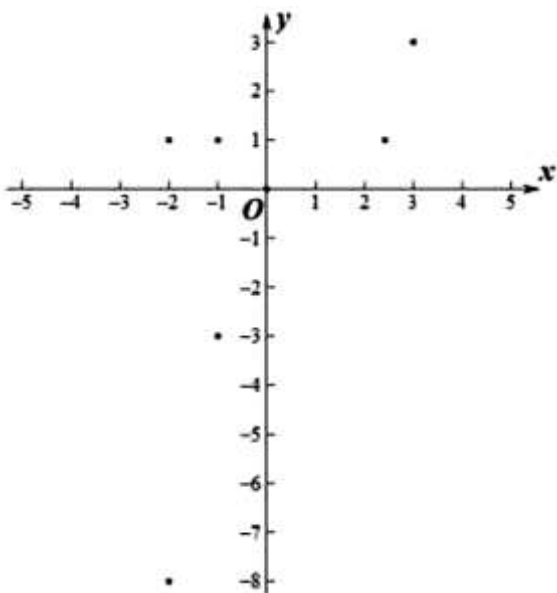
小娜根据学习函数的经验，对函数 $y = x|x-2|$ 的图像与性质进行了探究.下面是小娜的探究过程，请补充完整：

(1)下表是 $x$ 与 $y$ 的几组对应值，请直接写出 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$x$	...	-2	-1	0	1	2	$1+\sqrt{2}$	3	...
$y$	...	-8	-3	0	$m$	$n$	1	3	...

(2)如图小娜在平面直角坐标系 $xOy$ 中，描出了上表中已经给出的各组对应值为坐标的点，请再描出剩下的两个点，并画出函数的图像；

(3)结合画出的函数图像解决问题，若方程 $x|x-2| = a$ 有三个不同的解，记为 $x_1, x_2, x_3$ ，且 $x_1 < x_2 < x_3$ ，请直接写出 $x_1 + x_2 + x_3$ 的取值范围.



26、在平面直角坐标系 $xOy$ 中，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像经过点 $A(0, -4)$ 和 $B(-2, 2)$ .





(1)求  $c$  的值,并用含  $a$  的式子表示  $b$ ;

(2)当  $-2 < x < 0$  时,若二次函数满足  $y$  随  $x$  的增大而减小,求  $a$  的取值范围;

(3)直线  $AB$  上有一点  $C(m, 5)$ ,将点  $C$  向右平移 4 个单位长度,得到点  $D$ ,若抛物线与线段  $CD$  只有一个公共点,直接写出  $a$  的取值范围.

27、已知:在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC=90^\circ$ ,  $AB=AC$ .

(1)如图 1,将线段  $AC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $60^\circ$ ,得到  $AD$ ,连接  $CD$ 、 $BD$ ,  $\angle BAC$  的平分线交  $BD$  于点  $E$ ,连接  $CE$ .

①用等式表示线段  $ED$ 、 $AE$ 、 $EC$  之间的数量关系(直接写出结果);

②求证:  $\angle AED = \angle CED$ ;

(2)在图 2 中,若将线段  $AC$  绕点  $A$  顺时针旋转  $60^\circ$  得到  $AD$ ,连接  $CD$ 、 $BD$ ,  $\angle BAC$  的平分线交  $BD$  的延长线于点  $E$ ,连接  $CE$ ,请补全图形,用等式表示线段  $AE$ 、 $CE$ 、 $BD$  之间的数量关系,并证明

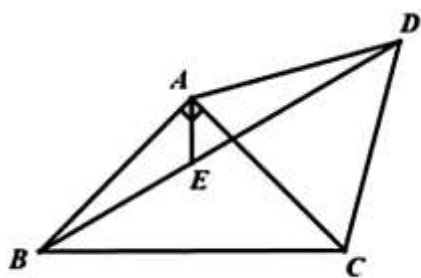


图 1

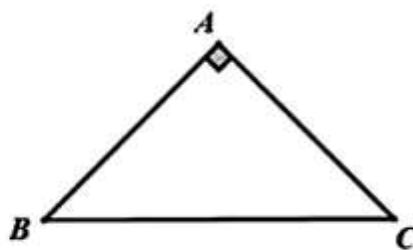


图 2

28、我们定义:对于抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ ,以  $y$  轴上的点  $M(0, m)$  为中心,作该抛物线关于点  $M$  对称的抛物线  $y'$ ,则我们又称抛物线  $y'$  为抛物线  $y$  的“衍生抛物线”,点  $M$  为“衍生中心”,

(1)已知抛物线  $y = -x^2 + bx - 3$  经过点  $(-1, 0)$ ,则  $b =$  \_\_\_\_\_, 顶点坐标为 \_\_\_\_\_,

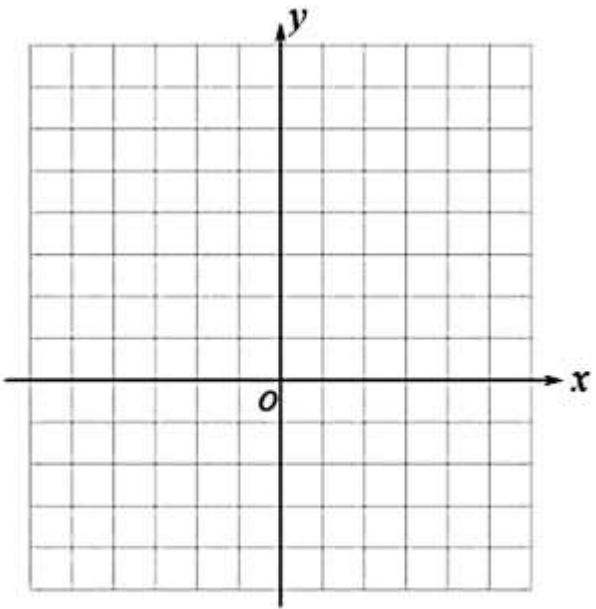
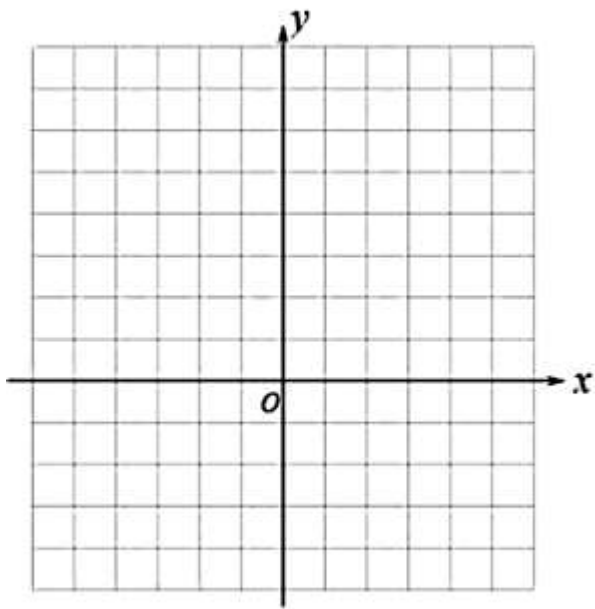
该抛物线关于点  $(0, 1)$  成中心对称的抛物线的表达式是 \_\_\_\_\_.

(2)已知抛物线  $y = -x^2 - 2x + 5$  关于点  $(0, m)$  的衍生抛物线为  $y'$ ,若这两条抛物线有交点,求  $m$  的取值范围.

(3)已知抛物线  $y = ax^2 + 2ax - b (a \neq 0)$

①若抛物线  $y$  的衍生抛物线为  $y' = bx^2 - 2bx + a^2 (b \neq 0)$ ,两抛物线有两个交点,且恰好是它们的顶点,求  $a, b$  的值及衍生中心的坐标;

②若抛物线  $y$  关于点  $(0, k + 1^2)$  的衍生抛物线为  $y_1$ ,其顶点为  $A_1$ ;关于点  $(0, k + 2^2)$  的衍生抛物线为  $y_2$ ,其顶点为  $A_2$ ;...;关于点  $(0, k + n^2)$  的衍生抛物线为  $y_n$ ,其顶点为  $A_n$ ;...(n 为正整数).求  $A_n A_{n+1}$  的长(用含  $n$  的式子表示).



备用图

