



2022 北京昌平初二（上）期末

数 学

2022. 1

本试卷共 7 页，三道大题，28 个小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。考生务必将答案填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，请交回答题卡。

一、选择题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 4 的算术平方根是

- (A) 2 (B) ± 2 (C) 16 (D) ± 16

2. 若分式 $\frac{3a}{a-2}$ 有意义，则 a 的取值范围是

- (A) $a \neq 2$ (B) $a \neq 0$ (C) $a < 2$ (D) $a \geq 2$

3. 下列垃圾分类的标识中，是轴对称图形的是



①可回收垃圾



②其他垃圾



③厨余垃圾



④有害垃圾

- (A) ①② (B) ③④ (C) ①③ (D) ②④

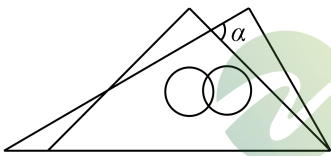
4. 分式 $\frac{-a}{a-b}$ 可变形为

- (A) $\frac{a}{-a-b}$ (B) $\frac{a}{a+b}$ (C) $-\frac{a}{a-b}$ (D) $-\frac{a}{a+b}$

5. 下列命题是假命题的是

- (A) 对顶角相等 (B) 直角三角形两锐角互余
(C) 同位角相等 (D) 全等三角形对应角相等

6. 将一副三角尺按如图所示的方式摆放，则 $\angle \alpha$ 的度数为



- (A) 85° (B) 75° (C) 65° (D) 60°

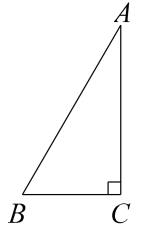
7. 任意掷一枚骰子，下列事件中是必然事件，不可能事件，随机事件的顺序是

- ①面朝上的点数小于 1；
②面朝上的点数大于 1；
③面朝上的点数大于 0.



- (A) ①②③ (B) ①③② (C) ③②① (D) ③①②

8. 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ，在直线 BC 上取一点 P ，使得 $\triangle PAB$ 是等腰三角形，则符合条件的点 P 有



- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

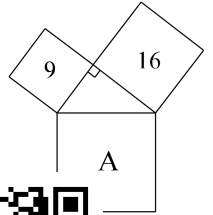
二、填空题（共8道小题，每小题2分，共16分）

9. 若 $\sqrt{a-3}$ 有意义，则实数 a 的取值范围是_____.

10. 若分式 $\frac{x-5}{2x+1}$ 的值为0，则 $x=$ _____.

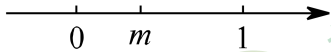
11. 在一个不透明的袋中装有除颜色外其余均相同的5个红球和3个黄球，如果从中随机摸出一个，那么摸到黄球的可能性大小是_____.

12. 如图，数字代表所在正方形的面积，则 A 所代表的正方形的面积为_____.

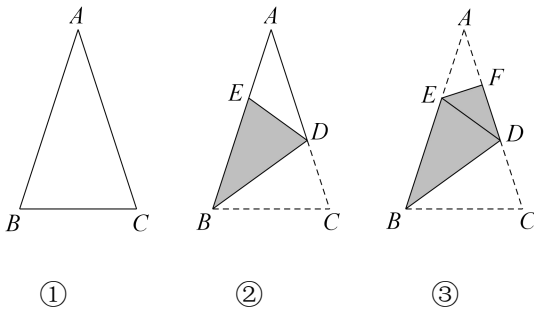


13. 已知 $43^2=1849$ ， $44^2=1936$ ， $45^2=2025$ ， $46^2=2116$. 若 n 为整数且 $n < \sqrt{2022} < n+1$ ，则 n 的值是_____.

14. 实数 m 在数轴上的位置如图所示，则化简 $\sqrt{m^2} + |m-1|$ 的结果为_____.



15. 已知一张三角形纸片 ABC （如图①），其中 $AB=AC$. 将纸片沿过点 B 的直线折叠，使点 C 落到 AB 边上的点 E 处，折痕为 BD ，点 D 在边 AC 上（如图②）. 再将纸片沿过点 E 的直线折叠，点 A 恰好与点 D 重合，折痕为 EF （如图③）. 原三角形纸片 ABC 中， $\angle ABC$ 的大小为_____°.



16. 我们规定：如果实数 a, b 满足 $a+b=1$ ，那么称 a 与 b 互为“匀称数”.

(1) $1-\pi$ 与_____互为“匀称数”;

(2) 已知 $(m-1)(1+\sqrt{2})=-1$ ，那么 m 与_____互为“匀称数”.

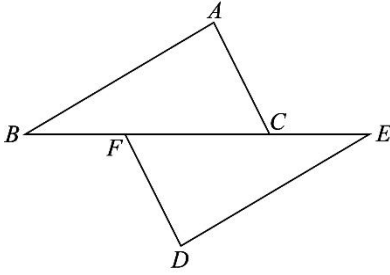
三、解答题（本题共12道小题，第17-22题，每小题5分，第23-26题，每小题6分，第27、28题，每小题7分，共68分）

17. 计算： $\sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{12} - \sqrt{32} \div \sqrt{2}$.

18. 计算： $\sqrt{8} + (\sqrt{8})^2 + \sqrt{18} - \sqrt[3]{8}$.

19. 如图, 点 B, F, C, E 在一条直线上, $BF=EC, AC=DF, AC \parallel DF$.

求证: $\angle A = \angle D$.



20. 计算: $\frac{a^2}{a-1} + \frac{1}{1-a}$.

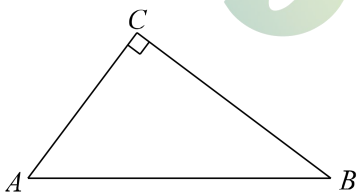
21. 解方程: $\frac{2x}{x+3} + 1 = \frac{7}{2x+6}$.

22. 列方程解应用题.

同学们在计算机课上学打字. 张帆比王凯每分钟多录入 20 个字, 张帆录入 300 个字与王凯录入 200 个字的时间相同. 问王凯每分钟录入多少个字.

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$.

- (1) 用尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法;
在边 BC 上求作一点 D , 使得点 D 到 AB 的距离等于 DC 的长;
- (2) 在 (1) 的条件下, 若 $AC=6, AB=10$, 求 CD 的长.



24. 一个三角形三边长分别为 a, b, c .

(1) 当 $a=3, b=4$ 时,

① c 的取值范围是_____;

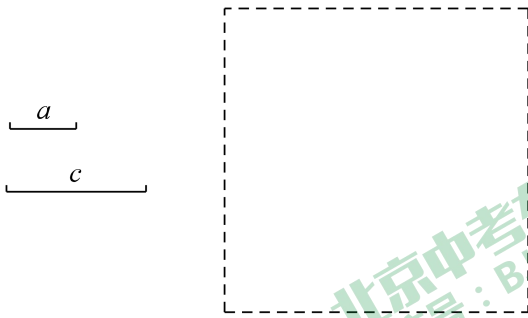
② 若这个三角形是直角三角形, 则 c 的值是_____;

(2) 当三边长满足 $\frac{a+b+c}{3} = b$ 时,

① 若两边长为 3 和 4, 则第三边的值是_____;

② 在作图区内, 尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法:

已知两边长为 a, c ($a < c$), 求作长度为 b 的线段 (标注出相关线段的长度).



作图区

25. 若关于 x 的分式方程 $\frac{3x}{x+1} - 2 = \frac{m}{x+1}$ 的解是负数, 当 m 取最大整数时, 求 $m^2 + 2m + 1$ 的平方根.

26. 在等边三角形 ABC 中, 点 D 是边 AB 的中点, 过点 D 作 $DE \parallel BC$ 交 AC 于点 E , 点 F 在 BC 边上, 连接 DF, EF .

(1) 如图 1, 当 DF 是 $\angle BDE$ 的平分线时, 若 $AE=2$, 求 EF 的长;

(2) 如图 2, 当 $DF \perp DE$ 时, 设 $AE=a$, 则 EF 的长为_____ (用含 a 的式子表示).

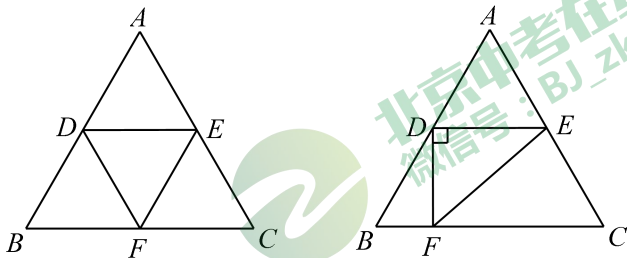


图1

图2

27.大家知道 $\sqrt{2}$ 是无理数,而无理数是无限不循环小数.因此 $\sqrt{2}$ 的小数部分我们不可能全部写出来,于是小燕用 $\sqrt{2}-1$ 来表示 $\sqrt{2}$ 的小数部分.理由是:对于正无理数,用本身减去其整数部分,差就是其小数部分.因为 $\sqrt{2}$ 的整数部分为1,所以 $\sqrt{2}$ 的小数部分为 $\sqrt{2}-1$.

参考小燕同学的做法,解答下列问题:

- (1) 写出 $\sqrt{13}$ 的小数部分为_____;
- (2) 已知 $7+\sqrt{7}$ 与 $7-\sqrt{7}$ 的小数部分分别为 a 和 b ,求 $a^2+2ab+b^2$ 的值;
- (3) 如果 $\sqrt{9}+\sqrt[3]{9}=x+y$,其中 x 是整数, $0<y<1$,那么 $\frac{3}{x}+\frac{3}{y}=\frac{3}{x+y}$ _____;
- (4) 设无理数 \sqrt{m} (m 为正整数)的整数部分为 n ,那么 $m-\sqrt{m}$ 的小数部分为_____ (用含 m, n 的式子表示).

28. 若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均为等腰三角形,且 $AB=AC=AD=AE$,当 $\angle ABC$ 和 $\angle ADE$ 互余时,称 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 互为“底余等腰三角形”, $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高 AH 叫做 $\triangle ADE$ 的“余高”.

- (1) 如图1, $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 互为“底余等腰三角形”.
- ①若连接 BD, CE ,判断 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACE$ 是否互为“底余等腰三角形”: _____ (填“是”或“否”);
- ②当 $\angle BAC=90^\circ$ 时,若 $\triangle ADE$ 的“余高” $AH=\sqrt{5}$,则 $DE=\underline{\hspace{2cm}}$;
- ③当 $0^\circ<\angle BAC<180^\circ$ 时,判断 DE 与 AH 之间的数量关系,并证明;
- (2) 如图2,在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC=60^\circ, DA\perp BA, DC\perp BC$,且 $DA=DC$.
- ①画出 $\triangle OAB$ 与 $\triangle OCD$,使它们互为“底余等腰三角形”;
- ②若 $\triangle OCD$ 的“余高”长为 a ,则点 A 到 BC 的距离为_____ (用含 a 的式子表示).

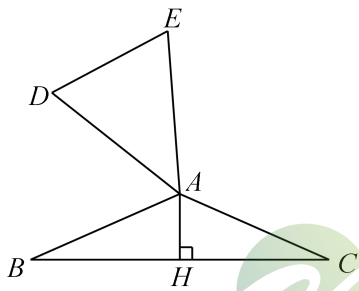


图1

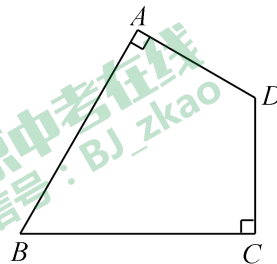


图2



2022 北京昌平初二（上）期末数学

参考答案

2022. 1

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	A	B	C	C	B	D	B

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$a \geq 3$	5	$\frac{3}{8}$	25	44	1	72	$\pi, \sqrt{2} - 1$

三、解答题（本题共 12 道小题，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分，共 68 分）

17. 解：原式 = $\sqrt{\frac{1}{3} \times 12} - \sqrt{32} \div 2$ 2 分

= $2 - 4$ 4 分

= -2 5 分

18. 解：原式 = $2\sqrt{2} + 8 + 3\sqrt{2} - 2$ 4 分

= $5\sqrt{2} + 6$ 5 分

19. 证明：∵ $BF = EC$,

∴ $BF + FC = EC + FC$.

即 $BC = EF$ 1 分

∵ $AC \parallel DF$,

∴ $\angle ACB = \angle DFE$ 2 分

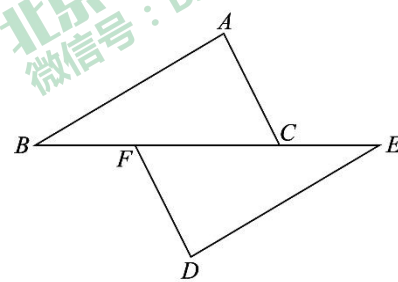
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} AC = DF, \\ \angle ACB = \angle DFE, \\ BC = EF, \end{cases} \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

∴ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS). 4 分

∴ $\angle A = \angle D$ 5 分

20. 解：原式 = $\frac{a^2}{a-1} - \frac{1}{a-1}$ 1 分



$$= \frac{a^2 - 1}{a - 1} \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$= \frac{(a+1)(a-1)}{a-1} \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$= a + 1. \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

21.解：原方程可化为： $\frac{2x}{x+3} + 1 = \frac{7}{2(x+3)}$ 1分

去分母，得： $4x + 2(x+3) = 7$ 2分

去括号，得： $4x + 2x + 6 = 7$.

移项并合并同类项，得： $6x = 1$3分

系数化为1，得： $x = \frac{1}{6}$4分

经检验， $x = \frac{1}{6}$ 是原方程的解.5分

所以原方程的解是 $x = \frac{1}{6}$.

22.解：设王凯每分钟录入 x 个字，则张帆每分钟录入 $(x+20)$ 个字.1分

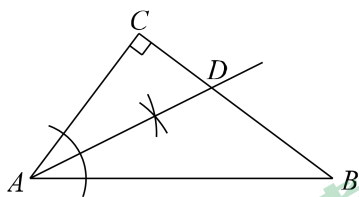
根据题意，得 $\frac{200}{x} = \frac{300}{x+20}$2分

解得， $x = 40$3分

经检验， $x = 40$ 是所列方程的解，并且符合实际问题的意义.4分

答：王凯每分钟录入40个字.5分

23.解：（1）尺规作图如下：



.....2分

（2）如图，过点D作 $DE \perp AB$ 于点E.

$\therefore \angle DEA = \angle DEB = 90^\circ$.

$\because \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle C = \angle DEA$.

\because 点D到AB的距离等于DC的长，

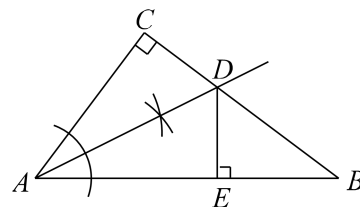
$\therefore DC = DE$.

又 $\because AD = AD$,

$\therefore \text{Rt}\triangle CAD \cong \text{Rt}\triangle EAD$ (HL).3分

$\therefore AC = AE$.

$\because AC = 6, AB = 10$,



北京中考在线
微信号：BJ_zkao

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

$\therefore AE = 6.$

$\therefore BE = 10 - 6 = 4.$ 4分

在 $Rt\triangle ABC$ 中, 由勾股定理, 得 $BC = 8.$ 5分

设 $CD = x,$

$\therefore DE = x.$

$\therefore DB = 8 - x.$

在 $Rt\triangle DEB$ 中,

$\because \angle DEB = 90^\circ,$

$\therefore DE^2 + BE^2 = BD^2.$

即 $x^2 + 4^2 = (8 - x)^2.$

$\therefore x = 3.$

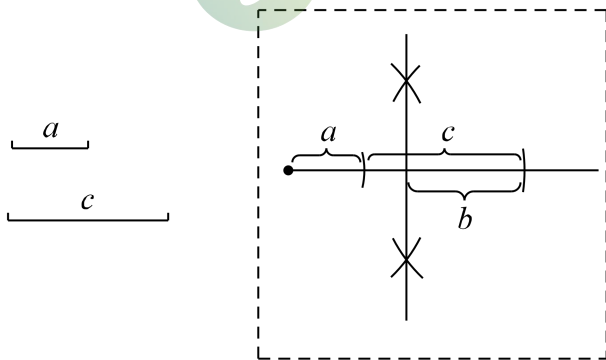
$\therefore CD = 3.$ 6分

24. 解: (1) ① $1 < c < 7.$ 1分

② 5或 $\sqrt{7}.$ 3分

(2) ① 2, 3.5, 5.4分

②



作图区

.....6分

25. 解: $3x - 2(x + 1) = m.$ 1分

$3x - 2x - 2 = m.$

$x = m + 2.$ 2分

\because 方程的解为负数,

$\therefore m + 2 < 0$ 且 $x + 1 \neq 0.$

$\therefore m < -2$ 且 $m \neq -3.$ 4分

$\therefore m$ 取最大整数为 -4.5分

把 $m = -4$ 代入 $m^2 + 2m + 1 = 9,$

$\therefore m^2 + 2m + 1$ 的平方根为 $\pm 3.$ 6分

26. 解: (1) $\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$\therefore \angle A = \angle B = 60^\circ, AB = AC.$



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

$\because DE \parallel BC,$

$\therefore \angle 1 = \angle B = 60^\circ.$

$\therefore \angle 2 = 60^\circ.$

$\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形.1分

$\therefore AD = AE = DE.$

$\because AE = 2,$

$\therefore AD = DE = 2.$

$\because D$ 是边 AB 的中点,

$\therefore BD = AD = 2.$

$\because \angle 1 = 60^\circ,$

$\therefore \angle BDE = 120^\circ.$

$\because DF$ 是 $\angle BDE$ 的平分线,

$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 60^\circ.$

$\therefore \angle 5 = 60^\circ.$

$\therefore \triangle BDF$ 是等边三角形.2分

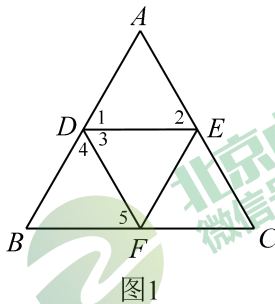
$\therefore DF = BD = 2.$

$\because DE = DF = 2, \angle 3 = 60^\circ,$

$\therefore \triangle DEF$ 是等边三角形.3分

$\therefore EF = DE = 2.4分$

(2) $\frac{\sqrt{7}}{2}a.6分$



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

27. 解: (1) $\sqrt{13} - 3.1分$

(2) $\because \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9},$

$\therefore \sqrt{7}$ 的整数部分为 2.2分

$\therefore \sqrt{7}$ 的小数部分为 $\sqrt{7} - 2.$

$\therefore 7 + \sqrt{7}$ 的小数部分为 $\sqrt{7} - 2.3分$

$\because 7 + \sqrt{7}$ 的小数部分为 $a,$

$\therefore a = \sqrt{7} - 2.$

$\because \sqrt{7}$ 的整数部分为 2,

$\therefore 7 - \sqrt{7}$ 的整数部分为 4.

$\therefore 7 - \sqrt{7}$ 的小数部分为 $3 - \sqrt{7}.4分$

$\because 7 - \sqrt{7}$ 的小数部分为 $b,$

$\therefore b = 3 - \sqrt{7}.$

$\therefore a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 = 1.5分$

(3) 9. 6分

(4) $n+1-\sqrt{m}$ 7分

28. 解: (1) ①是. 1分

② $2\sqrt{5}$ 2分

③ $DE = 2AH$ 3分

证明: 过点 A 作 $AF \perp DE$ 于点 F .

$\therefore \angle AFD = 90^\circ$.

$\because AD = AE$,

$\therefore DF = EF$.

$\therefore DE = 2DF$ 4分

$\because \angle ABC$ 和 $\angle ADE$ 互余,

$\therefore \angle ABC + \angle ADE = 90^\circ$.

$\because AH$ 是 $\triangle ABC$ 的高,

$\therefore \angle AHB = \angle AFD = 90^\circ$.

$\therefore \angle ABC + \angle BAH = 90^\circ$.

$\therefore \angle BAH = \angle ADE$.

$\therefore \triangle AHB \cong \triangle DFA$ (AAS).

$\therefore AH = DF$ 5分

$\therefore DE = 2AH$.

(2) ①

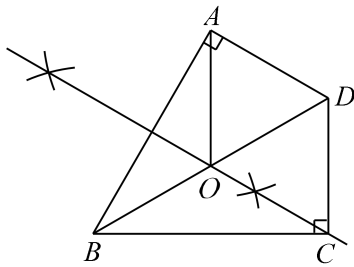


图2

..... 6分

② 3a. 7分

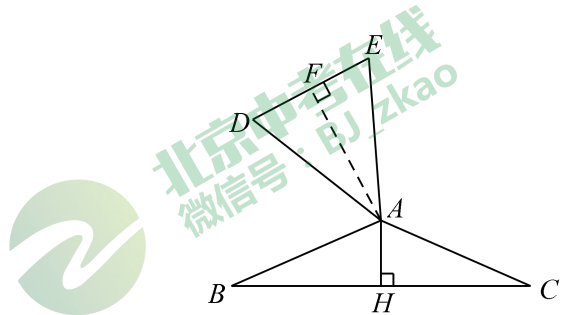


图1

