2020年中考二次函数压轴题汇总

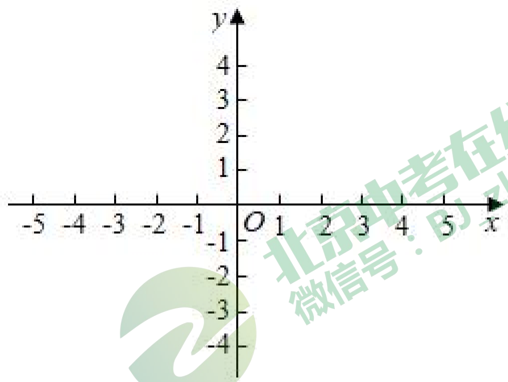
一．解答题（共44小题）

1．（2020•衡阳）在平面直角坐标系 xOy 中，关于 x 的二次函数 $y=x^2+px+q$ 的图象过点（－1，0），（2，0）．

（1）求这个二次函数的表达式；

（2）求当 $-2\leqslant x\leqslant 1$ 时，y 的最大值与最小值的差；

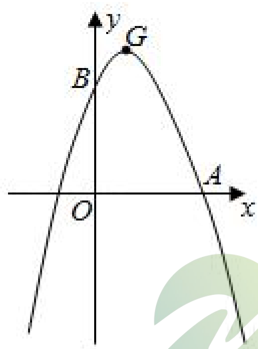
（3）一次函数 $y=(2-m)x+2-m$ 的图象与二次函数 $y=x^2+px+q$ 的图象交点的横坐标分别是 a 和 b，且 $a<3<b$，求 m 的取值范围．



2．（2020•河南）如图，抛物线 $y=-x^2+2x+c$ 与 x 轴正半轴，y 轴正半轴分别交于点 A，B，且 $OA=OB$，点 G 为抛物线的顶点．

（1）求抛物线的解析式及点 G 的坐标；

（2）点 M，N 为抛物线上两点（点 M 在点 N 的左侧），且到对称轴的距离分别为3个单位长度和5个单位长度，点 Q 为抛物线上点 M，N 之间（含点 M，N）的一个动点，求点 Q 的纵坐标 y_Q 的取值范围．



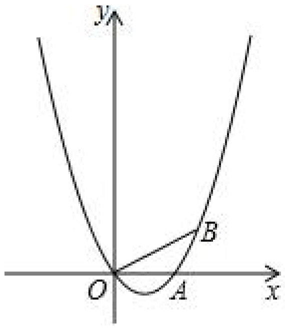
3．（2020•凉山州）如图，二次函数 $y=ax^2+bx+x$ 的图象过 O（0，0）、A（1，0）、B（$\frac{3}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$）三点．

（1）求二次函数的解析式；

（2）若线段 OB 的垂直平分线与 y 轴交于点 C，与二次函数的图象在 x 轴上方的部分相交于点 D，求直线 CD 的解析式；

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

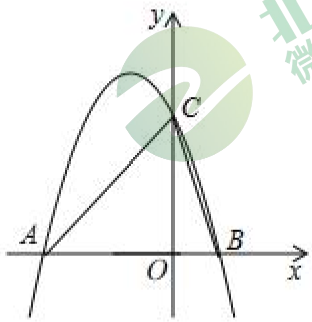
（3）在直线 CD 下方的二次函数的图象上有一动点 P，过点 P 作 $PQ\perp x$ 轴，交直线 CD 于 Q，当线段 PQ 的长最大时，求点 P 的坐标．



4．（2020•黑龙江）如图，已知二次函数 $y=-x^2+(a+1)x-a$ 与 x 轴交于 A、B 两点（点 A 位于点 B 的左侧），与 y 轴交于点 C，已知△BAC 的面积是 6．

（1）求 a 的值；

（2）在抛物线上是否存在一点 P，使 $S_{\triangle ABP}=S_{\triangle ABC}$．若存在请求出 P 坐标，若不存在请说明理由．



5．（2020•杭州）在平面直角坐标系中，设二次函数 $y_1=x^2+bx+a$，$y_2=ax^2+bx+1$（a，b 是实数，$a\neq0$）．

（1）若函数 y_1 的对称轴为直线 $x=3$，且函数 y_1 的图象经过点（a，b），求函数 y_1 的表达式．

（2）若函数 y_1 的图象经过点（r，0），其中 $r\neq0$，求证：函数 y_2 的图象经过点（$\frac{1}{r}$，0）．

（3）设函数 y_1 和函数 y_2 的最小值分别为 m 和 n，若 $m+n=0$，求 m，n 的值．

6．（2020•安徽）在平面直角坐标系中，已知点 A（1，2），B（2，3），C（2，1），直线 $y=x+m$ 经过点 A，抛物线 $y=ax^2+bx+1$ 恰好经过 A，B，C 三点中的两点．

（1）判断点 B 是否在直线 $y=x+m$ 上，并说明理由；

（2）求 a，b 的值；

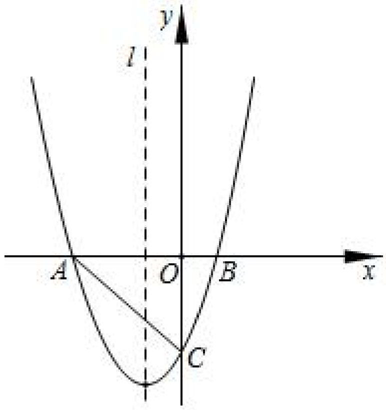
（3）平移抛物线 $y=ax^2+bx+1$，使其顶点仍在直线 $y=x+m$ 上，求平移后所得抛物线与 y 轴交点纵坐标的最大值．

7．（2020•陕西）如图，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点（3，12）和（-2，-3），与两坐标轴的交点分别为 A，B，C，它的对称轴为直线 l．

（1）求该抛物线的表达式；

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

（2）P 是该抛物线上的点，过点 P 作 l 的垂线，垂足为 D，E 是 l 上的点．要使以 P、D、E 为顶点的三角形与△AOC 全等，求满足条件的点 P，点 E 的坐标．

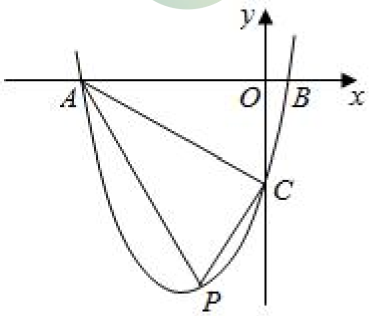


8．（2020•武威）如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx-2$ 交 x 轴于 A，B 两点，交 y 轴于点 C，且 $OA=2OC=8OB$．点 P 是第三象限内抛物线上的一动点．

（1）求此抛物线的表达式；

（2）若 $PC\parallel AB$，求点 P 的坐标；

（3）连接 AC，求△PAC 面积的最大值及此时点 P 的坐标．



9．（2020•齐齐哈尔）综合与探究

在平面直角坐标系中，抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过点 A（－4，0），点 M 为抛物线的顶点，点 B 在 y 轴上，且 $OA=OB$，直线 AB 与抛物线在第一象限交于点 C（2，6），如图①．

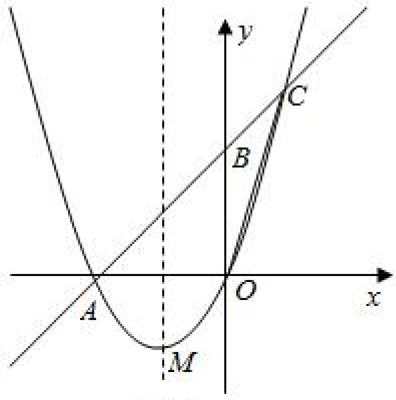
（1）求抛物线的解析式；

（2）直线 AB 的函数解析式为_______，点 M 的坐标为_______，$\cos\angle ABO=$_______；

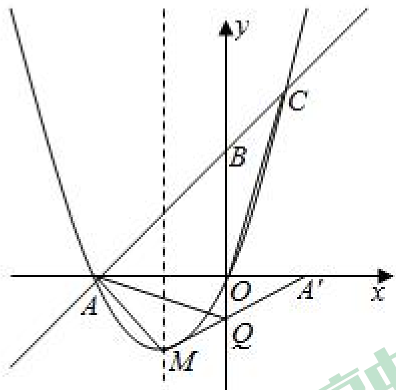
连接 OC，若过点 O 的直线交线段 AC 于点 P，将△AOC 的面积分成 1:2 的两部分，则点 P 的坐标为_______；

（3）在 y 轴上找一点 Q，使得△AMQ 的周长最小．具体作法如图②，作点 A 关于 y 轴的对称点 A'，连接 MA' 交 y 轴于点 Q，连接 AM、AQ，此时△AMQ 的周长最小．请求出点 Q 的坐标；

（4）在坐标平面内是否存在点 N，使以点 A、O、C、N 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，请直接写出点 N 的坐标；若不存在，请说明理由．



图①



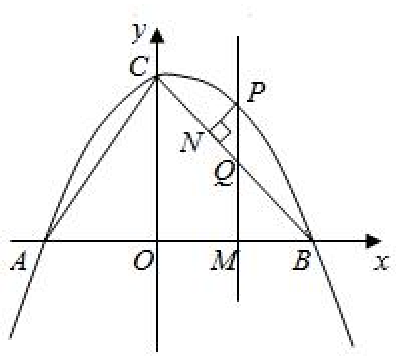
图②

10.（2020•枣庄）如图，抛物线 $y=ax^2+bx+4$ 交 x 轴于 A（﹣3，0），B（4，0）两点，与 y 轴交于点 C，AC，BC．M 为线段 OB 上的一个动点，过点 M 作 $PM\perp x$ 轴，交抛物线于点 P，交 BC 于点 Q．

（1）求抛物线的表达式；

（2）过点 P 作 $PN\perp BC$，垂足为点 N．设 M 点的坐标为 M（m，0），请用含 m 的代数式表示线段 PN 的长，并求出当 m 为何值时 PN 有最大值，最大值是多少？

（3）试探究点 M 在运动过程中，是否存在这样的点 Q，使得以 A，C，Q 为顶点的三角形是等腰三角形．若存在，请求出此时点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由．

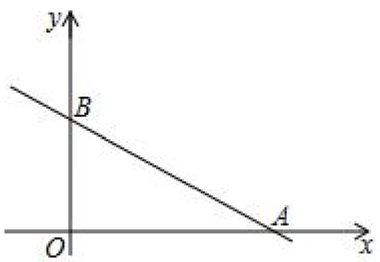


11.（2020•上海）在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=-\frac{1}{2}x+5$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A、B（如图）．抛物线 $y=ax^2+bx$（$a\neq0$）经过点 A．

（1）求线段 AB 的长；

（2）如果抛物线 $y=ax^2+bx$ 经过线段 AB 上的另一点 C，且 $BC=\sqrt{5}$，求这条抛物线的表达式；

（3）如果抛物线 $y=ax^2+bx$ 的顶点 D 位于△AOB 内，求 a 的取值范围．

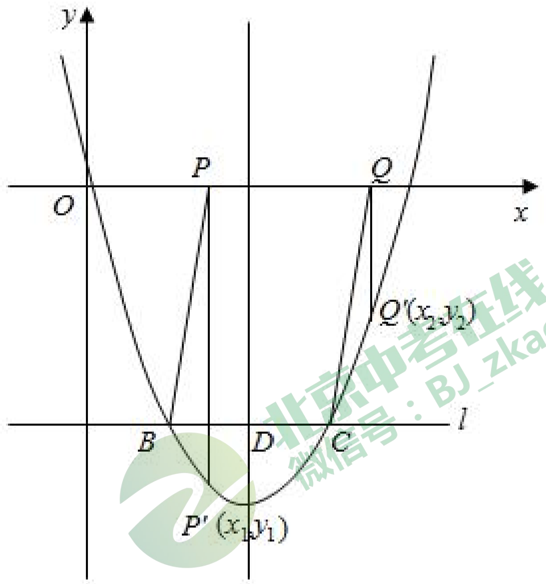


北京中考在线
微信号：BJ_zkao

12．（2020•苏州）如图，二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象与 x 轴正半轴交于点 A，平行于 x 轴的直线 l 与该抛物线交于 B、C 两点（点 B 位于点 C 左侧），与抛物线对称轴交于点 D（2，﹣3）．

（1）求 b 的值；

（2）设 P、Q 是 x 轴上的点（点 P 位于点 Q 左侧），四边形 $PBCQ$ 为平行四边形．过点 P、Q 分别作 x 轴的垂线，与抛物线交于点 P'（x_1，y_1）、Q'（x_2，y_2）．若 $|y_1﹣y_2|=2$，求 x_1、x_2 的值．



13．（2020•台州）用各种盛水容器可以制作精致的家用流水景观（如图 1）．

科学原理：如图 2，始终盛满水的圆柱体水桶水面离地面的高度为 H（单位：cm），如果在离水面竖直距离为 h（单位：cm）的地方开大小合适的小孔，那么从小孔射出水的射程（水流落地点离小孔的水平距离）s（单位：cm）与 h 的关系式为 $s^2=4h$（$H﹣h$）．

图1

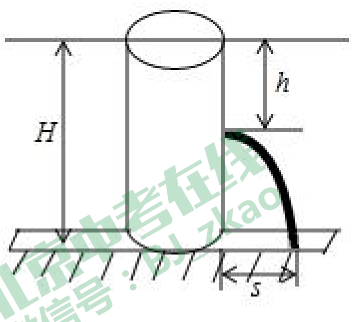


图2

应用思考：现用高度为 20cm 的圆柱体塑料水瓶做相关研究，水瓶直立地面，通过连续注水保证它始终盛满水，在离水面竖直距离 hcm 处开一个小孔．

（1）写出 s^2 与 h 的关系式；并求出当 h 为何值时，射程 s 有最大值，最大射程是多少？

（2）在侧面开两个小孔，这两个小孔离水面的竖直距离分别为 a，b，要使两孔射出水的射程相同，求 a，b 之间的关系式；

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

（3）如果想通过垫高塑料水瓶，使射出水的最大射程增加 16cm，求垫高的高度及小孔离水面的竖直距离.

14.（2020•绍兴）如图 1，排球场长为 18m，宽为 9m，网高为 2.24m，队员站在底线 O 点处发球，球从点 O 的正上方 1.9m 的 C 点发出，运动路线是抛物线的一部分，当球运动到最高点 A 时，高度为 2.88m，即 BA＝2.88m，这时水平距离 OB＝7m，以直线 OB 为 x 轴，直线 OC 为 y 轴，建立平面直角坐标系，如图 2.

（1）若球向正前方运动（即 x 轴垂直于底线），求球运动的高度 y（m）与水平距离 x（m）之间的函数关系式（不必写出 x 取值范围）. 并判断这次发球能否过网？是否出界？说明理由.

（2）若球过网后的落点是对方场地①号位内的点 P（如图 1，点 P 距底线 1m，边线 0.5m），问发球点 O 在底线上的哪个位置？（参考数据：$\sqrt{2}$取 1.4）

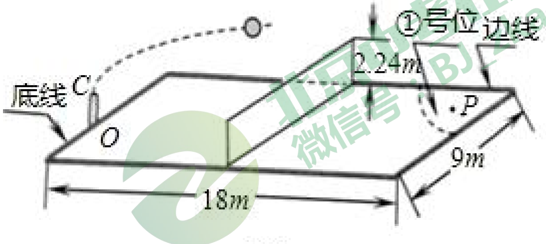


图1

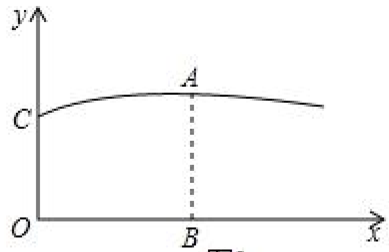
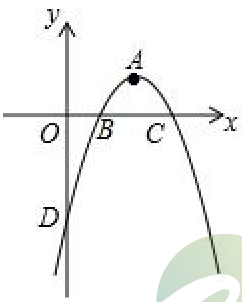


图2

15.（2020•宁波）如图，在平面直角坐标系中，二次函数 $y=ax^2+4x-3$ 图象的顶点是 A，与 x 轴交于 B，C 两点，与 y 轴交于点 D. 点 B 的坐标是（1，0）.

（1）求 A，C 两点的坐标，并根据图象直接写出当 $y>0$ 时 x 的取值范围.

（2）平移该二次函数的图象，使点 D 恰好落在点 A 的位置上，求平移后图象所对应的二次函数的表达式.



16.（2020•泸州）如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 A（－2，0），B（4，0），C（0，4）三点.

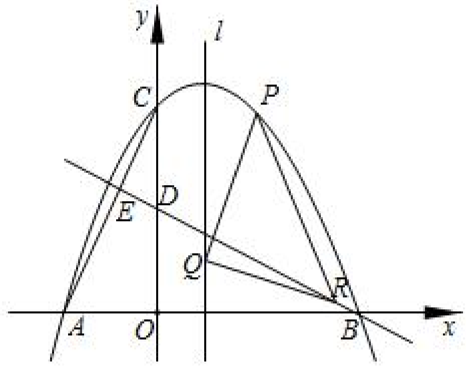
（1）求该抛物线的解析式；

（2）经过点 B 的直线交 y 轴于点 D，交线段 AC 于点 E，若 BD＝5DE.

①求直线 BD 的解析式；

②已知点 Q 在该抛物线的对称轴 l 上，且纵坐标为 1，点 P 是该抛物线上位于第一象限的动点，且在 l

右侧，点 R 是直线 BD 上的动点，若△PQR 是以点 Q 为直角顶点的等腰直角三角形，求点 P 的坐标．



17．（2020•天津）已知点 A（1，0）是抛物线 $y=ax^2+bx+m$（a，b，m 为常数，$a\neq0$，$m<0$）与 x 轴的一个交点．

（Ⅰ）当 $a=1$，$m=-3$ 时，求该抛物线的顶点坐标；

（Ⅱ）若抛物线与 x 轴的另一个交点为 M（m，0），与 y 轴的交点为 C，过点 C 作直线 1 平行于 x 轴，E 是直线 1 上的动点，F 是 y 轴上的动点，$EF=2\sqrt{2}$．

①当点 E 落在抛物线上（不与点 C 重合），且 $AE=EF$ 时，求点 F 的坐标；

②取 EF 的中点 N，当 m 为何值时，MN 的最小值是$\frac{\sqrt{2}}{2}$?

18．（2020•泰安）若一次函数 $y=-3x-3$ 的图象与 x 轴，y 轴分别交于 A，C 两点，点 B 的坐标为（3，0），二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象过 A，B，C 三点，如图（1）．

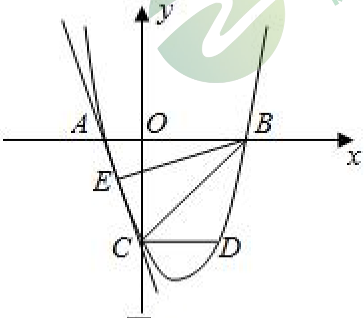
（1）求二次函数的表达式；

（2）如图（1），过点 C 作 $CD\parallel x$ 轴交抛物线于点 D，点 E 在抛物线上（y 轴左侧），若 BC 恰好平分∠DBE．求直线 BE 的表达式；

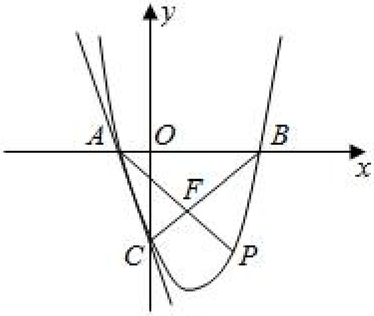
（3）如图（2），若点 P 在抛物线上（点 P 在 y 轴右侧），连接 AP 交 BC 于点 F，连接 BP，$S_{\triangle BFP}=mS_{\triangle BAF}$．

①当 $m=\frac{1}{2}$时，求点 P 的坐标；

②求 m 的最大值．



图（1）



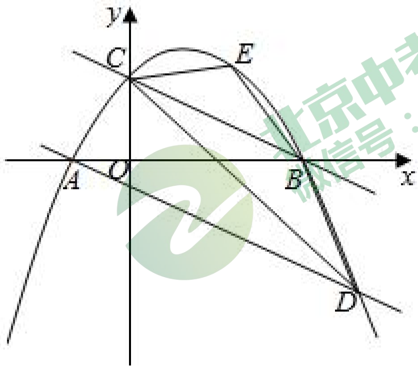
图（2）

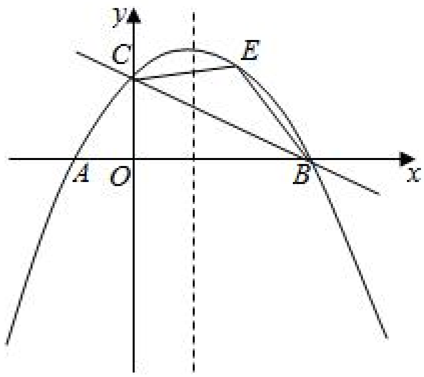
19.（2020•重庆）如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx+2$（$a\neq0$）与 y 轴交于点 C，与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 的左侧），且 A 点坐标为（$-\sqrt{2}$，0），直线 BC 的解析式为 $y=-\frac{\sqrt{2}}{3}x+2$．

（1）求抛物线的解析式；

（2）过点 A 作 $AD\parallel BC$，交抛物线于点 D，点 E 为直线 BC 上方抛物线上一动点，连接 CE，EB，BD，DC．求四边形 $BECD$ 面积的最大值及相应点 E 的坐标；

（3）将抛物线 $y=ax^2+bx+2$（$a\neq0$）向左平移$\sqrt{2}$个单位，已知点 M 为抛物线 $y=ax^2+bx+2$（$a\neq0$）的对称轴上一动点，点 N 为平移后的抛物线上一动点．在（2）中，当四边形 $BECD$ 的面积最大时，是否存在以 A，E，M，N 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，直接写出点 N 的坐标；若不存在，请说明理由．





备用图

20.（2020•自贡）在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 与 x 轴交于点 A（－3，0）、B（1，0），交 y 轴于点 N，点 M 为抛物线的顶点，对称轴与 x 轴交于点 C．

（1）求抛物线的解析式；

（2）如图 1，连接 AM，点 E 是线段 AM 上方抛物线上一动点，$EF\perp AM$ 于点 F，过点 E 作 $EH\perp x$ 轴于点 H，交 AM 于点 D．点 P 是 y 轴上一动点，当 EF 取最大值时：

①求 $PD+PC$ 的最小值；

②如图 2，Q 点为 y 轴上一动点，请直接写出 $DQ+\frac{1}{4}OQ$ 的最小值．

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

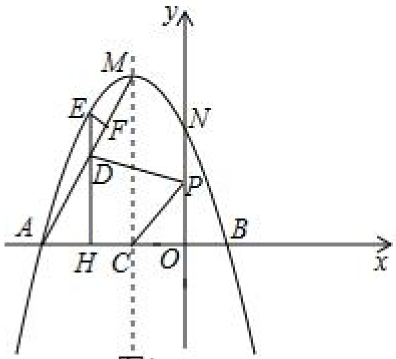


图1

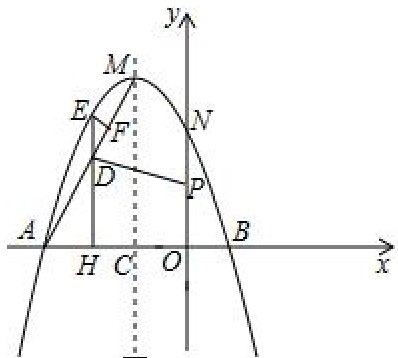


图2

21.（2020•湖州）如图，已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=-x^2+bx+c$（$c>0$）的顶点为 D，与 y 轴的交点为 C．过点 C 的直线 CA 与抛物线交于另一点 A（点 A 在对称轴左侧），点 B 在 AC 的延长线上，连结 OA，OB，DA 和 DB．

（1）如图 1，当 $AC/\!/x$ 轴时，

①已知点 A 的坐标是（-2，1），求抛物线的解析式；

②若四边形 $AOBD$ 是平行四边形，求证：$b^2=4c$．

（2）如图 2，若 $b=-2$，$\frac{BC}{AC}=\frac{3}{5}$，是否存在这样的点 A，使四边形 $AOBD$ 是平行四边形？若存在，求出点 A 的坐标；若不存在，请说明理由．

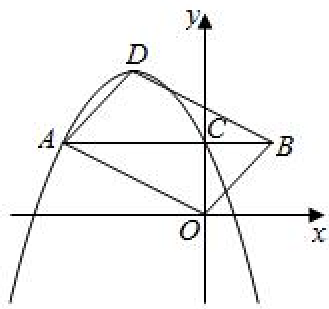


图1

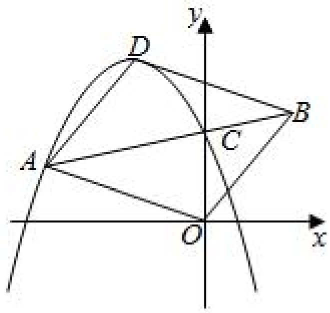


图2

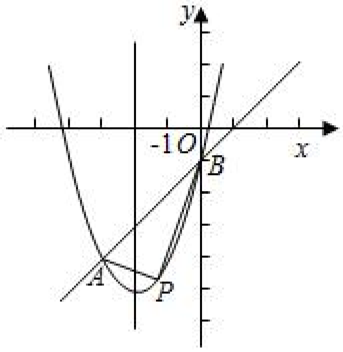
22.（2020•重庆）如图，在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与直线 AB 相交于 A，B 两点，其中 A（-3，-4），B（0，-1）．

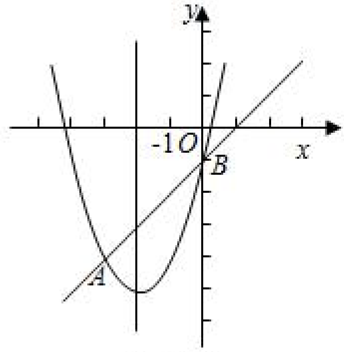
（1）求该抛物线的函数表达式；

（2）点 P 为直线 AB 下方抛物线上的任意一点，连接 PA，PB，求△PAB 面积的最大值；

（3）将该抛物线向右平移 2 个单位长度得到抛物线 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$（$a_1\neq0$），平移后的抛物线与原抛物线相交于点 C，点 D 为原抛物线对称轴上的一点，在平面直角坐标系中是否存在点 E，使以点 B，C，D，E 为顶点的四边形为菱形，若存在，请直接写出点 E 的坐标；若不存在，请说明理由．

北京中考在线 微信号：BJ_zkao





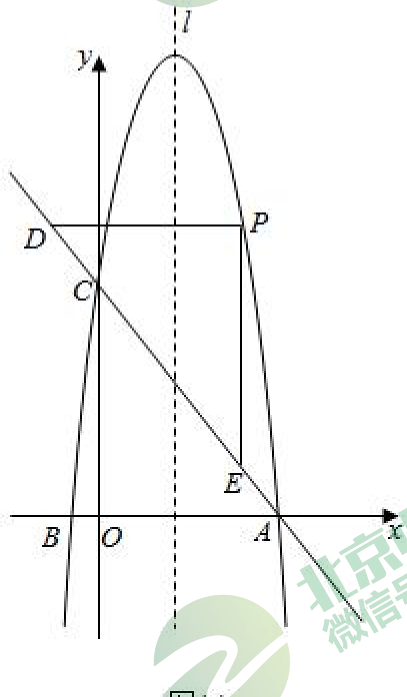
备用图

23.（2020•黔西南州）已知抛物线 $y=ax^2+bx+6$（$a\neq 0$）交 x 轴于点 A（6，0）和点 B（﹣1，0），交 y 轴于点 C.

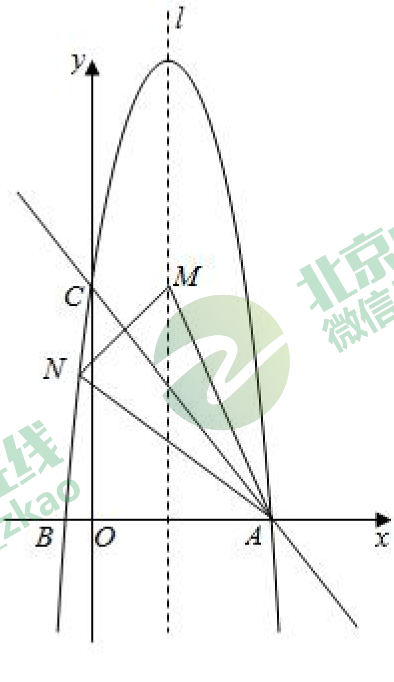
（1）求抛物线的解析式和顶点坐标；

（2）如图（1），点 P 是抛物线上位于直线 AC 上方的动点，过点 P 分别作 x 轴、y 轴的平行线，交直线 AC 于点 D，E，当 $PD+PE$ 取最大值时，求点 P 的坐标；

（3）如图（2），点 M 为抛物线对称轴 l 上一点，点 N 为抛物线上一点，当直线 AC 垂直平分△AMN 的边 MN 时，求点 N 的坐标.



图(1)



图(2)

24.（2020•德州）如图 1，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标是（0，﹣2），在 x 轴上任取一点 M，连接 AM，分别以点 A 和点 M 为圆心，大于$\frac{1}{2}AM$ 的长为半径作弧，两弧相交于 G，H 两点，作直线 GH，过点 M 作 x 轴的垂线 l 交直线 GH 于点 P．根据以上操作，完成下列问题.

探究：

（1）线段 PA 与 PM 的数量关系为_______，其理由为：_______.

（2）在 x 轴上多次改变点 M 的位置，按上述作图方法得到相应点 P 的坐标，并完成下列表格：

M 的坐标	…	（－2，0）	（0，0）	（2，0）	（4，0）	…
P 的坐标	…	______	（0，－1）	（2，－2）	______	…

猜想：

（3）请根据上述表格中 P 点的坐标，把这些点用平滑的曲线在图 2 中连接起来；观察画出的曲线 L，猜想曲线 L 的形状是_______.

验证：

（4）设点 P 的坐标是（x，y），根据图 1 中线段 PA 与 PM 的关系，求出 y 关于 x 的函数解析式.

应用：

（5）如图 3，点 B（－1，$\sqrt{3}$），C（1，$\sqrt{3}$），点 D 为曲线 L 上任意一点，且 $\angle BDC<30°$，求点 D 的纵坐标 y_D 的取值范围.

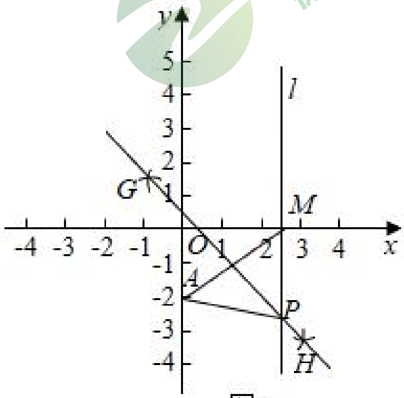


图1

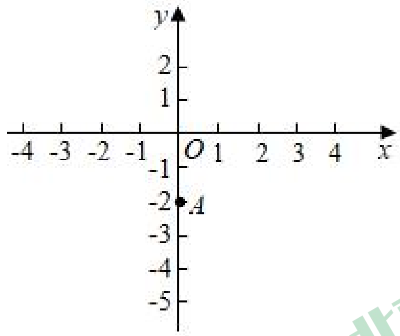


图2

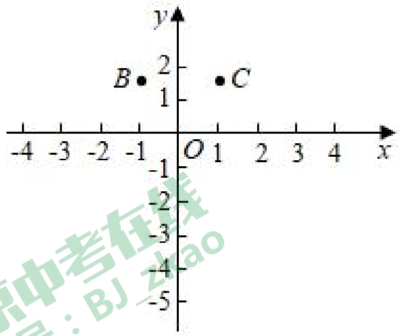


图3

25.（2020•成都）在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A（－1，0），B（4，0）两点，与 y 轴交于点 C（0，－2）.

（1）求抛物线的函数表达式；

（2）如图 1，点 D 为第四象限抛物线上一点，连接 AD，BC 交于点 E，连接 BD，记△BDE 的面积为 S_1，△ABE 的面积为 S_2，求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最大值；

（3）如图 2，连接 AC，BC，过点 O 作直线 $l\,//\,BC$，点 P，Q 分别为直线 l 和抛物线上的点．试探究：在第一象限是否存在这样的点 P，Q，使△PQB∽△CAB．若存在，请求出所有符合条件的点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

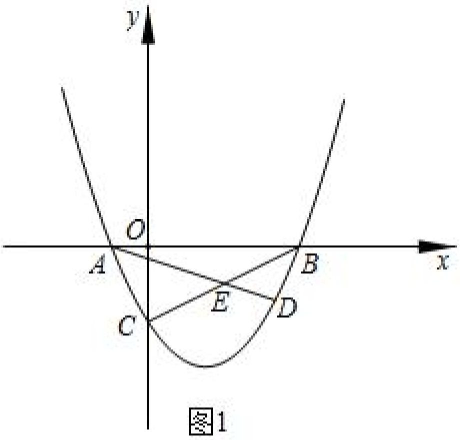


图1

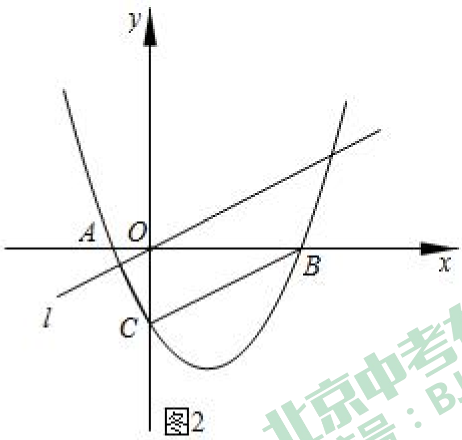


图2

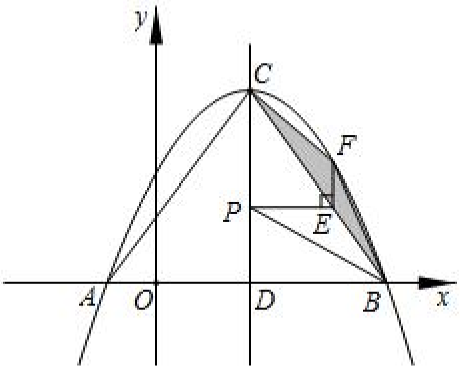
26.（2020•乐山）已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A（﹣1，0），B（5，0）两点，C 为抛物线的顶点，抛物线的对称轴交 x 轴于点 D，连结 BC，且 $\tan\angle CBD=\frac{4}{3}$，如图所示．

（1）求抛物线的解析式；

（2）设 P 是抛物线的对称轴上的一个动点．

①过点 P 作 x 轴的平行线交线段 BC 于点 E，过点 E 作 $EF\perp PE$ 交抛物线于点 F，连结 FB、FC，求△BCF 的面积的最大值；

②连结 PB，求$\frac{3}{5}PC+PB$ 的最小值．

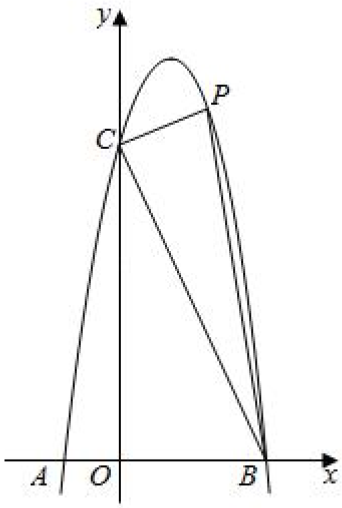


27.（2020•铜仁市）如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+6$ 经过两点 A（﹣1，0），B（3，0），C 是抛物线与 y 轴的交点．

（1）求抛物线的解析式；

（2）点 P（m，n）在平面直角坐标系第一象限内的抛物线上运动，设△PBC 的面积为 S，求 S 关于 m 的函数表达式（指出自变量 m 的取值范围）和 S 的最大值；

（3）点 M 在抛物线上运动，点 N 在 y 轴上运动，是否存在点 M、点 N 使得∠CMN＝90°，且△CMN 与△OBC 相似，如果存在，请求出点 M 和点 N 的坐标．



28．（2020•嘉兴）在篮球比赛中，东东投出的球在点 A 处反弹，反弹后球运动的路线为抛物线的一部分（如图 1 所示建立直角坐标系），抛物线顶点为点 B．

（1）求该抛物线的函数表达式．

（2）当球运动到点 C 时被东东抢到，$CD\perp x$ 轴于点 D，$CD=2.6m$．

①求 OD 的长．

②东东抢到球后，因遭对方防守无法投篮，他在点 D 处垂直起跳传球，想将球沿直线快速传给队友华华，目标为华华的接球点 E（4，1.3）．东东起跳后所持球离地面高度 h_1（m）（传球前）与东东起跳后时间 t（s）满足函数关系式 $h_1=-2(t-0.5)^2+2.7$（$0\leqslant t\leqslant 1$）；小戴在点 F（1.5，0）处拦截，他比东东晚 0.3s 垂直起跳，其拦截高度 h_2（m）与东东起跳后时间 t（s）的函数关系如图 2 所示（其中两条抛物线的形状相同）．东东的直线传球能否越过小戴的拦截传到点 E？若能，东东应在起跳后什么时间范围内传球？若不能，请说明理由（直线传球过程中球运动时间忽略不计）．

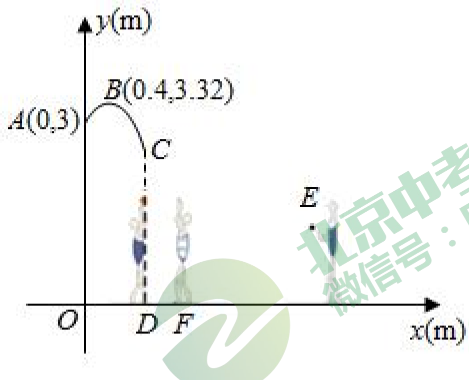


图1

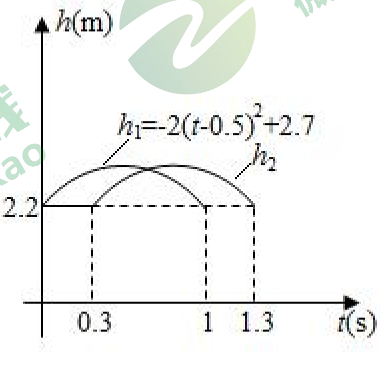


图2

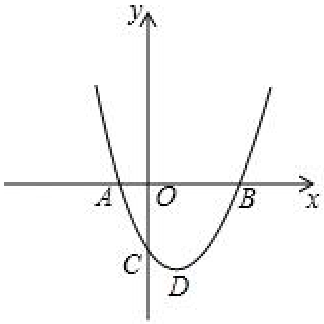
29．（2020•黔东南州）已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）与 x 轴交于 A、B 两点（点 A 在点 B 的左边），与 y 轴交于点 C（0，-3），顶点 D 的坐标为（1，-4）．

（1）求抛物线的解析式．

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

（2）在 y 轴上找一点 E，使得△EAC 为等腰三角形，请直接写出点 E 的坐标.

（3）点 P 是 x 轴上的动点，点 Q 是抛物线上的动点，是否存在点 P、Q，使得以点 P、Q、B、D 为顶点，BD 为一边的四边形是平行四边形？若存在，请求出点 P、Q 坐标；若不存在，请说明理由.

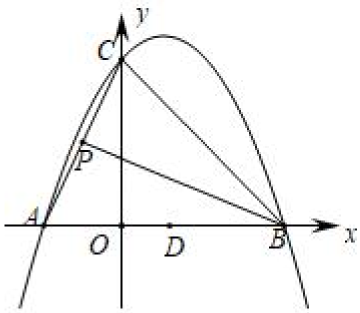


30.（2020•南充）已知二次函数图象过点 A（﹣2，0），B（4，0），C（0，4）.

（1）求二次函数的解析式.

（2）如图，当点 P 为 AC 的中点时，在线段 PB 上是否存在点 M，使得∠BMC＝90°？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由.

（3）点 K 在抛物线上，点 D 为 AB 的中点，直线 KD 与直线 BC 的夹角为锐角θ，且 $\tan\theta=\frac{5}{3}$，求点 K 的坐标.



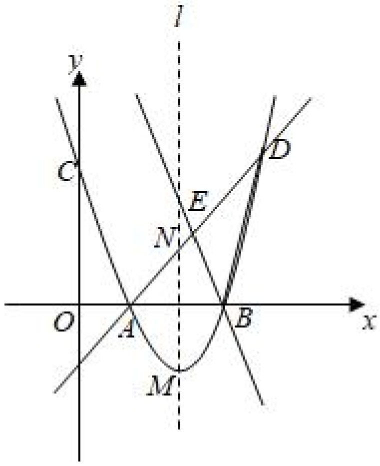
31.（2020•遂宁）如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象经过 A（1，0），B（3，0），C（0，6）三点.

（1）求抛物线的解析式.

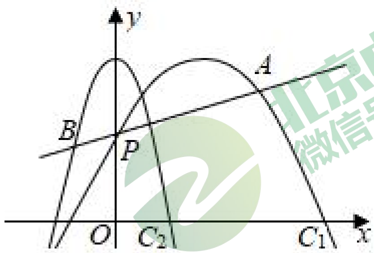
（2）抛物线的顶点 M 与对称轴 l 上的点 N 关于 x 轴对称，直线 AN 交抛物线于点 D，直线 BE 交 AD 于点 E，若直线 BE 将△ABD 的面积分为 1：2 两部分，求点 E 的坐标.

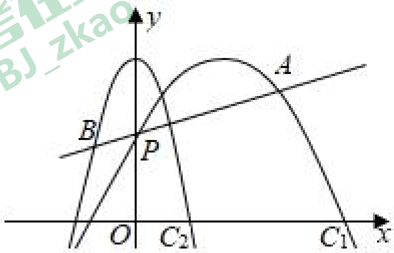
（3）P 为抛物线上的一动点，Q 为对称轴上动点，抛物线上是否存在一点 P，使 A、D、P、Q 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

北京中考在线
微信号：BJ_zkao



32．（2020•泰州）如图，二次函数 $y_1=a(x-m)^2+n$，$y_2=6ax^2+n$（$a<0$，$m>0$，$n>0$）的图象分别为 C_1、C_2，C_1 交 y 轴于点 P，点 A 在 C_1 上，且位于 y 轴右侧，直线 PA 与 C_2 在 y 轴左侧的交点为 B．





（备用图）

（1）若 P 点的坐标为（0，2），C_1 的顶点坐标为（2，4），求 a 的值；

（2）设直线 PA 与 y 轴所夹的角为α．

①当α＝45°，且 A 为 C_1 的顶点时，求 am 的值；

②若α＝90°，试说明：当 a、m、n 各自取不同的值时，$\frac{PA}{PB}$的值不变；

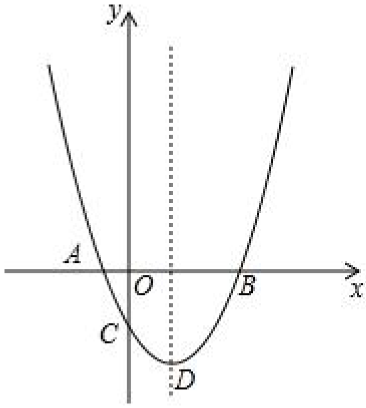
（3）若 $PA=2PB$，试判断点 A 是否为 C_1 的顶点？请说明理由．

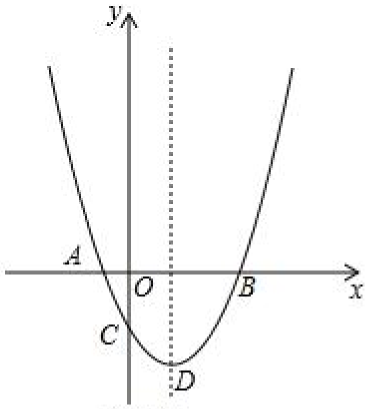
33．（2020•连云港）在平面直角坐标系 xOy 中，把与 x 轴交点相同的二次函数图象称为“共根抛物线”．如图，抛物线 L_1：$y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2$ 的顶点为 D，交 x 轴于点 A、B（点 A 在点 B 左侧），交 y 轴于点 C．抛物线 L_2 与 L_1 是“共根抛物线”，其顶点为 P．

（1）若抛物线 L_2 经过点（2，－12），求 L_2 对应的函数表达式；

（2）当 $BP-CP$ 的值最大时，求点 P 的坐标；

（3）设点 Q 是抛物线 L_1 上的一个动点，且位于其对称轴的右侧．若△DPQ 与△ABC 相似，求其“共根抛物线”L_2 的顶点 P 的坐标．





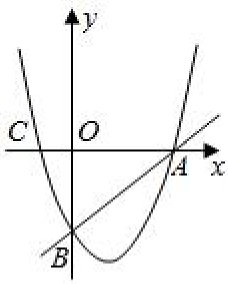
备用图

34.（2020•达州）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 $y=\frac{1}{2}x-2$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，过 A、B 两点的抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于另一点 C（-1，0）.

（1）求抛物线的解析式；

（2）在抛物线上是否存在一点 P，使 $S_{\triangle PAB}=S_{\triangle OAB}$？若存在，请求出点 P 的坐标，若不存在，请说明理由；

（3）点 M 为直线 AB 下方抛物线上一点，点 N 为 y 轴上一点，当△MAB 的面积最大时，求 $MN+\frac{1}{2}ON$ 的最小值.

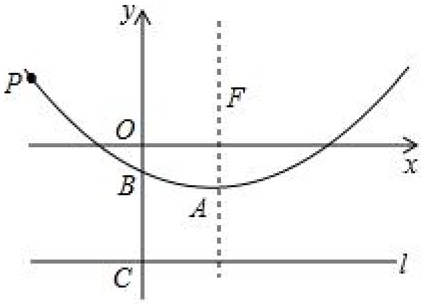


35.（2020•滨州）如图，抛物线的顶点为 A（h，-1），与 y 轴交于点 B（0，$-\frac{1}{2}$），点 F（2，1）为其对称轴上的一个定点.

（1）求这条抛物线的函数解析式；

（2）已知直线 l 是过点 C（0，-3）且垂直于 y 轴的定直线，若抛物线上的任意一点 P（m，n）到直线 l 的距离为 d，求证：$PF=d$；

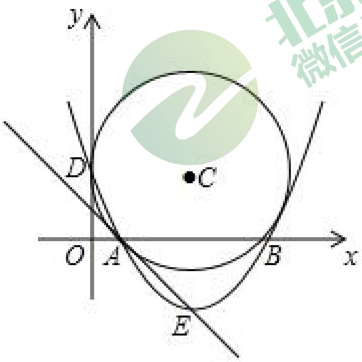
（3）已知坐标平面内的点 D（4，3），请在抛物线上找一点 Q，使△DFQ 的周长最小，并求此时△DFQ 周长的最小值及点 Q 的坐标.



36．（2020•济宁）我们把方程（$x-m$）^{2}+（$y-n$）^{2}＝r^2 称为圆心为（m，n）、半径长为 r 的圆的标准方程．例如，圆心为（1，－2）、半径长为 3 的圆的标准方程是（$x-1$）^{2}+（y+2）^{2}＝9．在平面直角坐标系中，⊙C 与轴交于点 A，B，且点 B 的坐标为（8，0），与 y 轴相切于点 D（0，4），过点 A，B，D 的抛物线的顶点为 E．

（1）求⊙C 的标准方程；

（2）试判断直线 AE 与⊙C 的位置关系，并说明理由．

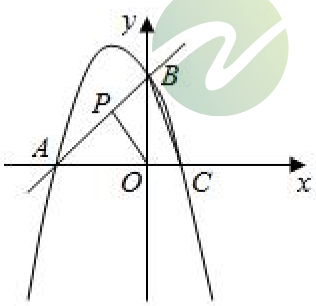


37．（2020•甘孜州）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 y＝kx+3 分别交 x 轴、y 轴于 A，B 两点，经过 A，B 两点的抛物线 y＝－x^2+bx+c 与 x 轴的正半轴相交于点 C（1，0）．

（1）求抛物线的解析式；

（2）若 P 为线段 AB 上一点，∠APO＝∠ACB，求 AP 的长；

（3）在（2）的条件下，设 M 是 y 轴上一点，试问：抛物线上是否存在点 N，使得以 A，P，M，N 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，求出点 N 的坐标；若不存在，请说明理由．



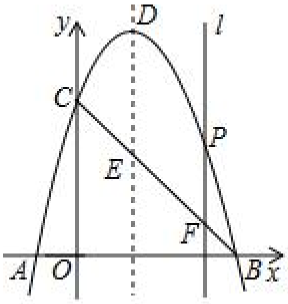
38．（2020•聊城）如图，二次函数 y═ax^2+bx+4 的图象与 x 轴交于点 A（－1，0），B（4，0），与 y 轴交于

点 C，抛物线的顶点为 D，其对称轴与线段 BC 交于点 E，垂直于 x 轴的动直线 l 分别交抛物线和线段 BC 于点 P 和点 F，动直线 l 在抛物线的对称轴的右侧（不含对称轴）沿 x 轴正方向移动到 B 点．

（1）求出二次函数 $y=ax^2+bx+4$ 和 BC 所在直线的表达式；

（2）在动直线 l 移动的过程中，试求使四边形 $DEFP$ 为平行四边形的点 P 的坐标；

（3）连接 CP，CD，在动直线 l 移动的过程中，抛物线上是否存在点 P，使得以点 P，C，F 为顶点的三角形与△DCE 相似？如果存在，求出点 P 的坐标；如果不存在，请说明理由．

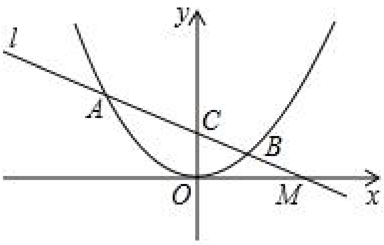


39．（2020•常德）如图，已知抛物线 $y=ax^2$ 过点 A（﹣3，$\frac{9}{4}$）．

（1）求抛物线的解析式；

（2）已知直线 l 过点 A，M（$\frac{3}{2}$，0）且与抛物线交于另一点 B，与 y 轴交于点 C，求证：$MC^2=MA\cdot MB$；

（3）若点 P，D 分别是抛物线与直线 l 上的动点，以 OC 为一边且顶点为 O，C，P，D 的四边形是平行四边形，求所有符合条件的 P 点坐标．



40．（2020•无锡）在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，直线 OA 交二次函数 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的图象于点 A，∠AOB =90°，点 B 在该二次函数的图象上，设过点（0，m）（其中 $m>0$）且平行于 x 轴的直线交直线 OA 于点 M，交直线 OB 于点 N，以线段 OM、ON 为邻边作矩形 $OMPN$．

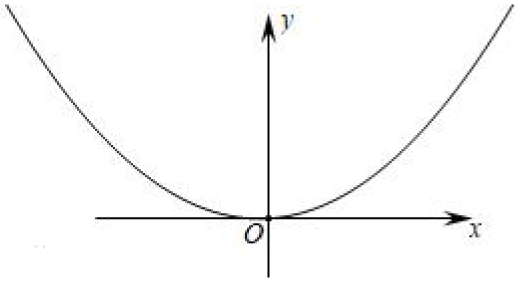
（1）若点 A 的横坐标为 8．

①用含 m 的代数式表示 M 的坐标；

②点 P 能否落在该二次函数的图象上？若能，求出 m 的值；若不能，请说明理由．

（2）当 $m=2$ 时，若点 P 恰好落在该二次函数的图象上，请直接写出此时满足条件的所有直线 OA 的函数表达式．

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

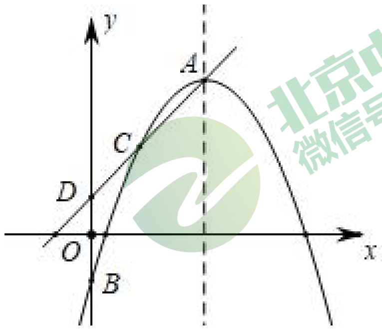


41.（2020•金华）如图，在平面直角坐标系中，已知二次函数 $y=-\frac{1}{2}(x-m)^2+4$ 图象的顶点为 A，与 y 轴交于点 B，异于顶点 A 的点 $C(1,n)$ 在该函数图象上．

（1）当 $m=5$ 时，求 n 的值．

（2）当 $n=2$ 时，若点 A 在第一象限内，结合图象，求当 $y\geqslant 2$ 时，自变量 x 的取值范围．

（3）作直线 AC 与 y 轴相交于点 D．当点 B 在 x 轴上方，且在线段 OD 上时，求 m 的取值范围．

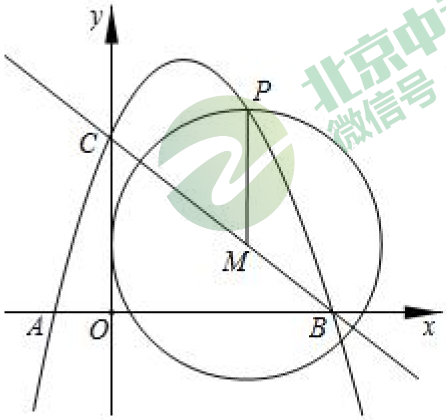


42.（2020•遵义）如图，抛物线 $y=ax^2+\frac{9}{4}x+c$ 经过点 $A(-1,0)$ 和点 $C(0,3)$ 与 x 轴的另一交点为点 B，点 M 是直线 BC 上一动点，过点 M 作 $MP\parallel y$ 轴，交抛物线于点 P．

（1）求该抛物线的解析式；

（2）在抛物线上是否存在一点 Q，使得△QCO 是等边三角形？若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由；

（3）以 M 为圆心，MP 为半径作⊙M，当⊙M 与坐标轴相切时，求出⊙M 的半径．



43.（2020•新疆）如图，在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点是 $A(1,3)$，

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

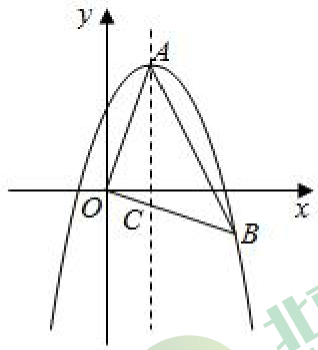
将 OA 绕点 O 顺时针旋转 90° 后得到 OB，点 B 恰好在抛物线上，OB 与抛物线的对称轴交于点 C.

（1）求抛物线的解析式；

（2）P 是线段 AC 上一动点，且不与点 A，C 重合，过点 P 作平行于 x 轴的直线，与△OAB 的边分别交于 M，N 两点，将△AMN 以直线 MN 为对称轴翻折，得到△$A'MN$，设点 P 的纵坐标为 m.

①当△$A'MN$ 在△OAB 内部时，求 m 的取值范围；

②是否存在点 P，使 $S_{\triangle A'MN}=\frac{5}{6}S_{\triangle OA'B}$，若存在，求出满足条件 m 的值；若不存在，请说明理由.



44.（2020•遂宁）阅读以下材料，并解决相应问题：

小明在课外学习时遇到这样一个问题：

定义：如果二次函数 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$（$a_1\neq0$，a_1、b_1、c_1 是常数）与 $y=a_2x^2+b_2x+c_2$（$a_2\neq0$，a_2、b_2、c_2 是常数）满足 $a_1+a_2=0$，$b_1=b_2$，$c_1+c_2=0$，则这两个函数互为“旋转函数”．求函数 $y=2x^2-3x+1$ 的旋转函数，小明是这样思考的，由函数 $y=2x^2-3x+1$ 可知，$a_1=2$，$b_1=-3$，$c_1=1$，根据 $a_1+a_2=0$，$b_1=b_2$，$c_1+c_2=0$，求出 a_2，b_2，c_2 就能确定这个函数的旋转函数.

请思考小明的方法解决下面问题：

（1）写出函数 $y=x^2-4x+3$ 的旋转函数.

（2）若函数 $y=5x^2+(m-1)x+n$ 与 $y=-5x^2-nx-3$ 互为旋转函数，求 $(m+n)^{2020}$ 的值.

（3）已知函数 $y=2(x-1)(x+3)$ 的图象与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于点 C，点 A、B、C 关于原点的对称点分别是 A_1、B_1、C_1，试求证：经过点 A_1、B_1、C_1 的二次函数与 $y=2(x-1)(x+3)$ 互为“旋转函数”.