2021 北京交大附中初三（下）开学考

数　　学

考试时间：120 分钟；命题人：

一、单选题

1．下列各数中比 -2 小的数是（ ）

A．-3　　B．-1　　C．0　　D．2

2．自新冠肺炎疫情发生以来，全国人民共同抗疫，各地积极普及科学防控知识．下面是科学防控知识的图片，图片上有图案和文字说明，其中的图案是轴对称图形的是（　）

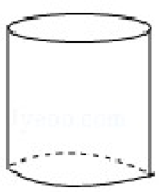
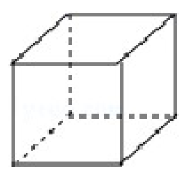
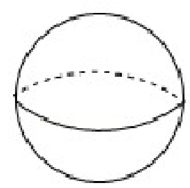
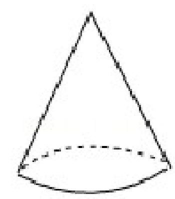
A．

B．

C．

D．

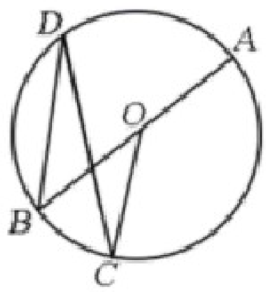
3．下列几何体中，其主视图为三角形的是（ ）

A．
B．
C．
D．

4．（2020·北京海淀区·人大附中九年级其他模拟）港珠澳大桥是世界上总体跨度最长的跨海大桥，全长 55000 米．其中海底隧道部分全长 6700 米，是世界最长的公路沉管隧道和唯一的深埋沉管隧道，也是我国第一条外海沉管隧道．将数字 55000 用科学记数法表示为（　）

A．5.5×10^{4}　　B．55×10^{3}　　C．5.5×10^{3}　　D．0.55×10^{5}

5．如图，AB 是⊙O 的直径，点 C、D 在⊙O 上，$\angle BDC=20^{\circ}$，则 $\angle AOC$ 的大小为（　）



A．40°　　B．140°　　C．160°　　D．170°

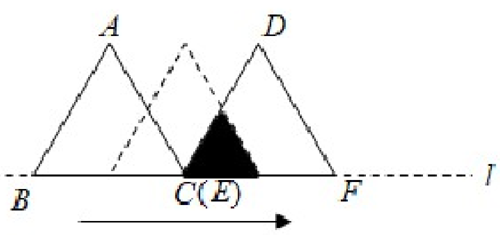
6．已知一次函数 $y=kx+3$ 的图象经过点 A，且 y 随 x 的增大而减小，则点 A 的坐标可以是（ ）

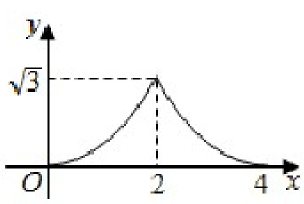
A．$(-1,2)$　　B．$(1,-2)$　　C．$(2,3)$　　D．$(3,4)$

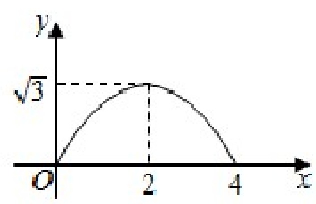
7．比萨斜塔是意大利的著名建筑，其示意图如图所示．设塔顶中心点为点 B，塔身中心线 AB 与垂直中心线 AC 的夹角为 $\angle A$，过点 B 向垂直中心线 AC 引垂线，垂足为点 D．通过测量可得 AB、BD、AD 的长度，利用测量所得的数据计算 $\angle A$ 的三角函数值，进而可求 $\angle A$ 的大小．下列关系式正确的是（　）

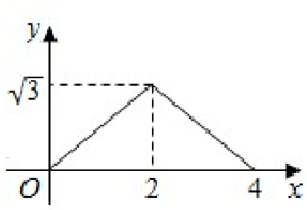
A．$\sin A=\dfrac{BD}{AB}$　B．$\cos A=\dfrac{AB}{AD}$　C．$\tan A=\dfrac{AD}{BD}$　D．$\sin A=\dfrac{AD}{AB}$

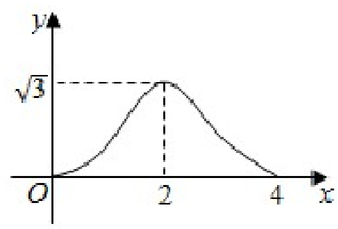
8．如图 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 都是边长为2的等边三角形，它们的边 BC,EF 在同一条直线 l 上，点 C，E 重合，现将 ΔABC 沿着直线 l 向右移动，直至点 B 与 F 重合时停止移动．在此过程中，设点移动的距离为 x，两个三角形重叠部分的面积为 y，则 y 随 x 变化的函数图像大致为（ ）



A．


B．


C．


D．


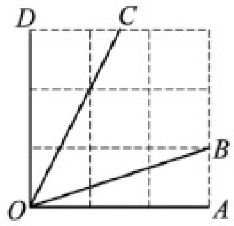
第 II 卷（非选择题）

请点击修改第 II 卷的文字说明

二、填空题

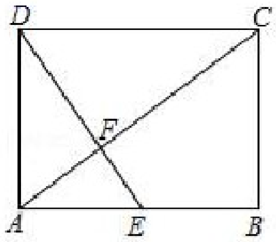
9．（2020·南京市溧水区和凤初级中学八年级月考）函数 $y=\sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

10．（2020·北京海淀区·人大附中九年级其他模拟）如图，正方形网格中，点 A，B，C，D 均在格点上，则 $\angle AOB+\angle COD=$______°.

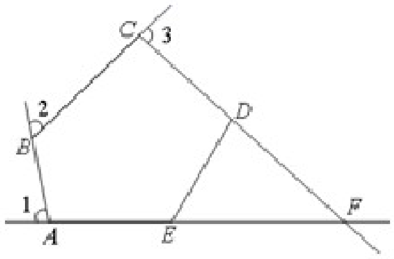


11．分解因式：$a^3-a=$___________

12．（2020·宁阳县第十二中学九年级期中）如图，在矩形 ABCD 中，E 是边 AB 的中点，连结 DE 交对角线 AC 于点 F．若 AB＝8，AD＝6，则 CF 的长为_____.



13．（2020·全国八年级单元测试）如图，$\angle 1$，$\angle 2$，$\angle 3$ 是多边形的三个外角，边 CD，AE 的延长线交于点 F，如果 $\angle 1+\angle 2+\angle 3=225°$，那么 $\angle DFE$ 的度数是______.

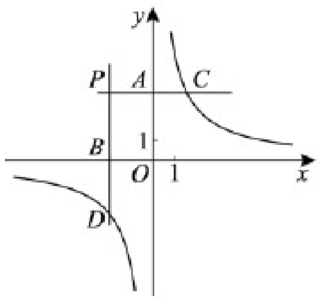


14．不透明袋子中装有 7 个球，其中有 2 个红球、3 个绿球和 2 个蓝球，这些球除颜色外无其他差别．从袋子中随机取出 1 个球，则它是绿球的概率是___________.

15．我国古代数学著作《算学启蒙》中有这样一个学问题，其大意是：跑得快的马每天走 240 里，跑得慢的马每天走150里．慢马先走12天，快马几天可以追上慢马？

设快马 x 天可以追上慢马，根据题意，可列方程为______.

16．（2020·北京四中九年级零模）如图，分别过第二象限内的点 P 作 x,y 轴的平行线，与 y,x 轴分别交于点 A,B 与双曲线 $y=\dfrac{6}{x}$ 分别交于点 C,D



下面四个结论：

①存在无数个点 P 使 $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle BOD}$；

②存在无数个点 P 使 $S_{\triangle POA}=S_{\triangle POB}$；

③至少存在一个点 P 使 $S_{\triangle PCD}=10$；

④至少存在一个点 P 使 $S_{四边形OAPB}=S_{\triangle ACD}$．

所有正确结论的序号是________．

三、解答题

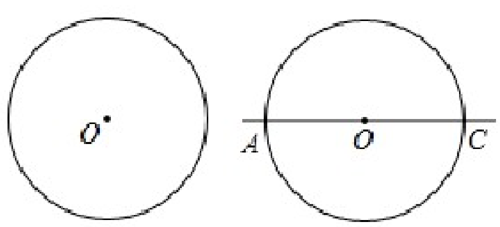
17．（2020·北京海淀区·人大附中九年级其他模拟）计算 $\sqrt{18}-2\cos 45^\circ+\left|\sqrt{2}-2\right|-\left(5-\sqrt{3}\right)^0$

18．解不等式组：$\begin{cases}3(x+1)>x-1\\ \dfrac{x+9}{2}>2x\end{cases}$．

19．（2021·北京顺义区·八年级期末）先化简，再求值：$\left(\dfrac{1}{a-3}+\dfrac{1}{a+3}\right)\div\dfrac{2a}{a^2-6a+9}$，其中 $a=-2$．

20．（2020·北京市第一六一中学九年级其他模拟）下面是小东设计的"作圆的一个内接矩形，并使其对角线的夹角为 60°"的尺规作图过程．

已知：$\odot O$．求作：矩形 $ABCD$，使得矩形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$，且其对角线 AC,BD 的夹角为 60°．



作法：如图，

①作 $\odot O$ 的直径 AC；

②以点 A 为圆心，AO 长为半径画弧，交直线 AC 上方的圆弧于点 B；

③连接 BO 并延长交 $\odot O$ 于点 D；

④连接AB，BC，CD，DA.

所以四边形$ABCD$就是所求作的矩形,根据小东设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）.

（2）完成下面的证明.

证明：∵点A,C都在$\odot O$上，

∴$OA=OC$.

同理$OB=OD$.

∴四边形$ABCD$是平行四边形.

∵AC是$\odot O$的直径，

∴$\angle ABC=90°$（______）（填推理的依据）.

∴四边形$ABCD$是矩形.

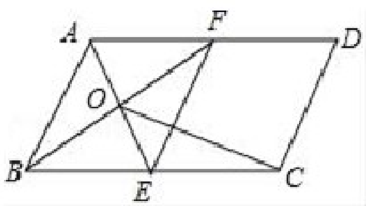
∵$AB=$____$=BO$，

∴$\angle AOB=60°$.

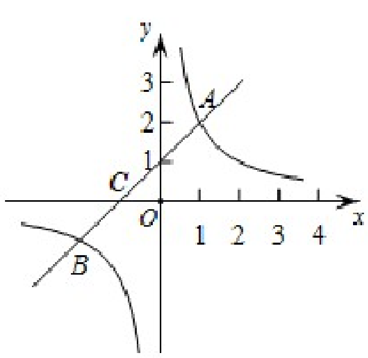
∴四边形$ABCD$是所求作的矩形.

21．（2020·北京四中九年级零模）如图，在▱ABCD中，BC＝2AB，E，F分别是BC，AD的中点，AE，BF交于点O，连接EF，OC.

（1）求证：四边形ABEF是菱形；（2）若BC＝8，∠ABC＝60°，求OC的长.



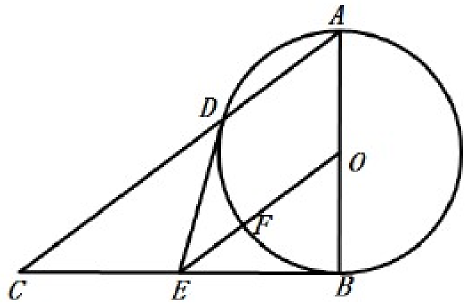
22．（2021·北京海淀区·清华附中九年级期末）如图，一次函数$y=kx+b$的图象与反比例函数$y=\dfrac{m}{x}$的图象相交于$A(1,2)$，$B(-2,n)$两点.



（1）求一次函数和反比例函数的表达式；

（2）直线 AB 交 x 轴于点 C，点 P 是 x 轴上的点，若 $\triangle ACP$ 的面积是 4，求点 P 的坐标．

23．（2021·全国九年级专题练习）如图，$\triangle ABC$ 是直角三角形，$\angle ABC=90°$，以 AB 为直径的 $\odot O$ 与边 AC 交于点 D，过 D 作 $\odot O$ 的切线 DE 交 BC 于 E，连接 OE，交 $\odot O$ 于 F．



（1）求证：$OE//AC$；

（2）若 $AB=6$，$AD=\frac{18}{5}$，求线段 EF 的长．

24．（2020·北京海淀区·人大附中九年级其他模拟）已知关于 x 的一元二次方程 $2x^2+4x+m=0$ 有两个不相等的实数根．

（1）求 m 的取值范围；

（2）若 m 为正整数，求该方程的根．

25．（2020·北京海淀区 101 中学温泉校区九年级其他模拟）为了推动全社会自觉尊法学法守法用法，促进全面依法治国，某区每年都举办普法知识竞赛，该区某单位甲、乙两个部门各有员工 200 人，要在这两个部门中挑选一个部门代表单位参加今年的竞赛，为了解这两个部门员工对法律知识的掌握情况，进行了抽样调查，从甲、乙两个部门各随机抽取 20 名员工，进行了法律知识测试，获得了他们的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行整理，描述和分析，下面给出了部分信息．

a．甲部门成绩的频数分布直方图如下（数据分成 6 组：$40\le x<50$，$50\le x<60$，$60\le x<70$，$70\le x<80$，$80\le x<90$，$90\le x\le 100$）

b．乙部门成绩如下：

40 52 70 70 71 73 77 78 80 81

82 82 82 82 83 83 83 86 91 94

c．甲、乙两部门成绩的平均数、方差、中位数如下：

	平均数	方差	中位数
甲	79.6	36.84	78.5
乙	77	147.2	m

d．近五年该单位参赛员工进入复赛的出线成绩如下：

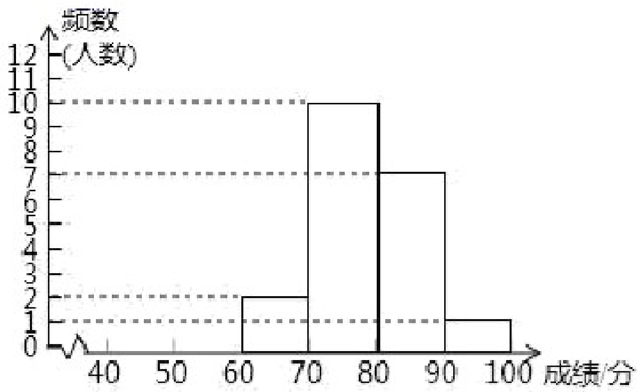
	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年
出线成绩（百分制）	79	81	80	81	82

根据以上信息，回答下列问题：

（1）写出表中 m 的值；

（2）可以推断出选择_____部门参赛更好，理由为_____；

（3）预估（2）中部门今年参赛进入复赛的人数为_____.



26. （2021·北京西城区·九年级期末）已知抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+x$.

（1）直接写出该抛物线的对称轴，以及抛物线与 y 轴的交点坐标；

（2）已知该抛物线经过 $A(3n+4, y_1)$，$B(2n-1, y_2)$ 两点.

①若 $n<-5$，判断 y_1 与 y_2 的大小关系并说明理由；

②若 A，B 两点在抛物线的对称轴两侧，且 $y_1>y_2$，直接写出 n 的取值范围.

27. （2020·北京市京源学校九年级月考）已知 C 为线段 AB 中点，$\angle ACM=\alpha$．Q 为线段 BC 上一动点（不与点 B 重合），点 P 在射线 CM 上，连接 PA，PQ，记 $BQ=kCP$.

（1）若 $\alpha=60°$，$k=1$，

①如图 1，当 Q 为 BC 中点时，求 $\angle PAC$ 的度数；

②直接写出 PA、PQ 的数量关系；

（2）如图 2，当 $\alpha=45°$时．探究是否存在常数 k，使得②中的结论仍成立？若存在，写出 k 的值并证明；若不存在，请说明理由.

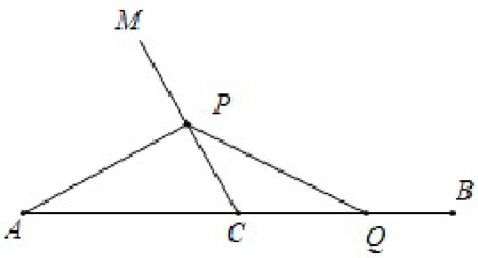


图1

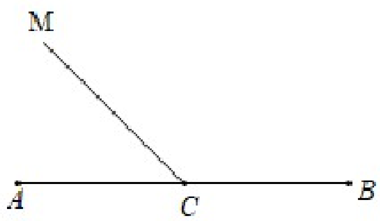


图2

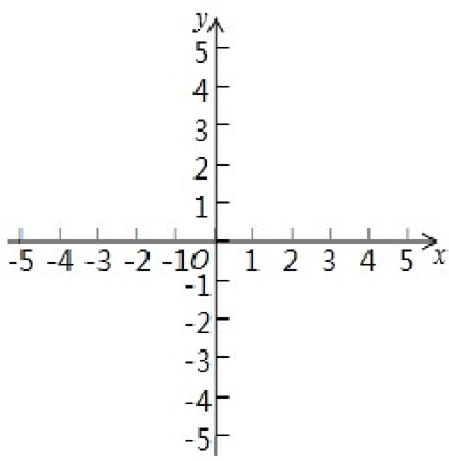
28．（2020·北京四中九年级零模）对于平面直角坐标系 xOy 上的点 P 和 $\odot C$，定义如下：若 $\odot C$ 上存在两个点 A,B，使得点 P 在射线 BC 上，且 $\angle APB=\frac{1}{4}\angle ACB\left(0^\circ<\angle ACB<180^\circ\right)$，则称 P 为 $\odot C$ 的依附点．

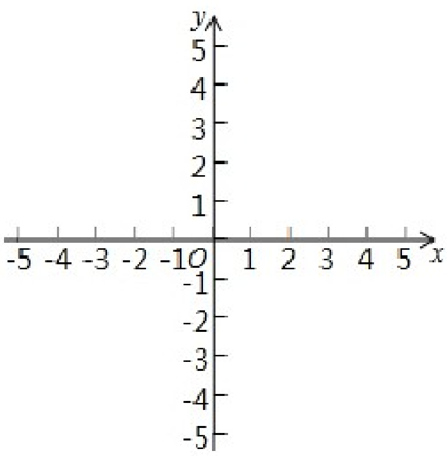
（1）当 $\odot O$ 的半径为 1 时

①已知点 $D(-2.5,0)$，$E(0,-2)$，$F(1,0)$，在点 D,E,F 中，$\odot O$ 的依附点是______；

②点 T 在直线 $y=x$ 上，若 T 为 $\odot O$ 的依附点，求点 T 的横坐标 t 的取值范围；

（2）$\odot C$ 的圆心在 x 轴上，半径为 1，直线 $y=2x+2$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 M、N，若线段 MN 上的所有点都是 $\odot C$ 的依附点，请求出圆心 C 的横坐标 x_c 的取值范围．





2021北京交大附中初三（下）开学考数学

参考答案

一、单选题

1. 【答案】A

【分析】

先根据正数都大于0，负数都小于0，可排除C、D，再根据两个负数，绝对值大的反而小，可得比-2小的数是-3.

【详解】

∵|-3|=3，|-1|=1，

又0<1<2<3，

∴-3<-2，

所以，所给出的四个数中比-2小的数是-3，

故选：A

【点睛】

本题考查了有理数的大小比较，其方法如下：（1）负数<0<正数；（2）两个负数，绝对值大的反而小.

2. 【答案】D

【分析】

根据轴对称图形的概念判断即可.

【详解】

解：A、不是轴对称图形；

B、不是轴对称图形；

C、不是轴对称图形；

D、是轴对称图形；

故选：D.

【点睛】

本题考查了轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴.

3. 【答案】D

【解析】

试题分析：A．圆柱的主视图为矩形，∴A 不符合题意；

B．正方体的主视图为正方形，∴B 不符合题意；

C．球体的主视图为圆形，∴C 不符合题意；

D．圆锥的主视图为三角形，∴D 符合题意．

故选 D．

考点：简单几何体的三视图．

4. 【答案】A

【分析】

科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数．

【详解】

解：数字 55000 用科学记数法表示为 5.5×10^4．

故选：A．

【点睛】

此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

5. 【答案】B

【分析】

根据同弧所对的圆心角等于圆周角的 2 倍得到∠BOC=2∠BDC=40°，即可求出答案．

【详解】

∵ $\angle BDC=20°$，

∴∠BOC=2∠BDC=40°，

∴∠AOC=180°-∠BOC=140°，

故选：B．

【点睛】

此题考查了圆周角定理：同弧所对的圆心角等于圆周角的 2 倍，邻补角的定义．

6. 【答案】B

【分析】

先根据一次函数的增减性判断出 k 的符号，再将各项坐标代入解析式进行逐一判断即可．

【详解】

∵一次函数 $y=kx+3$ 的函数值 y 随 x 的增大而减小，

∴$k<0$,

A．当 x=-1，y=2 时，-k+3=2，解得 k=1＞0，此选项不符合题意；

B．当 x=1，y=-2 时，k+3=-2,解得 k=-5＜0，此选项符合题意；

C．当 x=2，y=3 时，2k+3=3，解得 k=0，此选项不符合题意；

D．当 x=3，y=4 时，3k+3=4，解得 k=$\frac{1}{3}$ ＞0，此选项不符合题意，

故选：B．

【点睛】

本题考查了一次函数的性质、待定系数法，熟练掌握一次函数图象上点的坐标特征是解答的关键．

7. 【答案】A

【分析】

确定 $\angle A$ 所在的直角三角形，找出直角，然后根据三角函数的定义求解；

【详解】

由题可知，△ABD 是直角三角形，$\angle BDA=90°$，

$\therefore \sin A=\frac{BD}{AB}$， $\cos A=\frac{AD}{AB}$, $\tan A=\frac{BD}{AD}$.

∴选项 B、C、D 都是错误的，

故答案选 A．

【点睛】

本题主要考查了解直角三角形中三角函数的定义理解，准确理解是解题的关键．

8. 【答案】A

【分析】

根据图象可得出重叠部分三角形的边长为 x,根据特殊角三角函数可得高为 $\frac{\sqrt{3}}{2}x$,由此得出面积 y 是 x 的二次函数,直到重合面积固定,再往右移动重叠部分的边长变为(4−x),同时可得

【详解】

C 点移动到 F 点,重叠部分三角形的边长为 x,由于是等边三角形,则高为 $\frac{\sqrt{3}}{2}x$,面积为 $y=x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}x\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$， B 点移动到 F 点,重叠部分三角形的边长为(4−x),高为 $\frac{\sqrt{3}}{2}\ 4-x$,面积为

y=(4 −x)· $\frac{\sqrt{3}}{2}\ 4-x\ \cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}\left(4-x\right)^2$,

两个三角形重合时面积正好为 $\sqrt{3}$.

由二次函数图象的性质可判断答案为 A,

故选 A.

【点睛】

本题考查三角形运动面积和二次函数图像性质,关键在于通过三角形面积公式结合二次函数图形得出结论.

第 II 卷（非选择题）

请点击修改第 II 卷的文字说明

二、填空题

9. 【答案】$x\ge 2$

【分析】

根据被开方式是非负数列式求解即可.

【详解】

依题意，得 $x-2\ge 0$，

解得：$x\ge 2$，

故答案为 $x\ge 2$.

【点睛】

本题考查了函数自变量的取值范围，函数有意义时字母的取值范围一般从几个方面考虑：①当函数解析式是整式时，字母可取全体实数；②当函数解析式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；③当函数解析式是二次根式时，被开方数为非负数．④对于实际问题中的函数关系式，自变量的取值除必须使表达式有意义外，还要保证实际问题有意义.

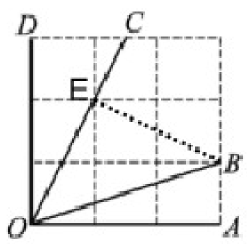
10. 【答案】45；

【分析】

如图，连接 BE，证出△OBE 为等腰直角三角形，得出∠EOB=45°，即可求得 $\angle AOB+\angle COD$ 的度数.

【详解】

解：如图，连接 BE，



设每个小方格的边长为 1，

则 OE=BE= $\sqrt{5}$，OB= $\sqrt{10}$，

可得 $OE^2+BE^2=OB^2$，

即△OBE 为等腰直角三角形，

∴∠EOB=45°，

$\therefore \angle AOB+\angle COD=\angle DOA-\angle EOB=90^\circ-45^\circ=45^\circ$，

故答案为：45．

【点睛】

本题考查了勾股定理的逆定理，在方格纸上求出三角形各边的长度是解题的关键．

11．【答案】$a(a-1)(a+1)$

【解析】

$a^3-a=a(a^2-1)=a(a-1)(a+1)$

12．【答案】$\dfrac{20}{3}$

【分析】

根据矩形的性质可得出 $AB/\!/CD$，进而可得出∠*FAE*=∠*FCD*，结合∠*AFE*=∠*CFD*（对顶角相等）可得出△*AFE*∽△*CFD*，利用相似三角形的性质可得出 $\dfrac{CF}{AF}=\dfrac{CD}{AE}=2$，利用勾股定理可求出 *AC* 的长度，再结合 $CF=\dfrac{CF}{CF+AF}\bullet AC$，即可求出 *CF* 的长．

【详解】

∵四边形 *ABCD* 为矩形，∴*AB*=*CD*，*AD*=*BC*，$AB/\!/CD$，∴∠*FAE*=∠*FCD*．

又∵∠*AFE*=∠*CFD*，∴△*AFE*∽△*CFD*，∴ $\dfrac{CF}{AF}=\dfrac{CD}{AE}=2$．

∵$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=10$，∴$CF=\dfrac{CF}{CF+AF}\bullet AC=\dfrac{2}{2+1}\times 10=\dfrac{20}{3}$．

故答案为 $\frac{20}{3}$.

【点睛】

本题考查了相似三角形的判定与性质、矩形的性质以及勾股定理，利用相似三角形的性质找出 CF：AF=2 是解题的关键.

13. 【答案】45°

【分析】

利用多边形的外角和为 360°以及三角形内角和为 180°，然后通过计算即可求解.

【详解】

解：∵多边形的外角和为 360°，∴∠1+∠2+∠3+∠DEF+∠EDF=360°，又∵∠1+∠2+∠3=225°，∴∠DEF+∠EDF=135°，∵∠DEF+∠EDF+∠DFE=180°，∴∠DFE=180°-135°=45°.

故答案是为 45°.

【点睛】

本题考查了多边形的外角和和三角形的内角和定理.

14. 【答案】$\frac{3}{7}$

【解析】

【分析】

根据随机事件概率大小的求法，找准两点：①符合条件的情况数目，②全部情况的总数，二者的比值就是其发生的概率的大小.

【详解】

解：∵不透明袋子中装有 7 个球，其中有 2 个红球、3 个绿球和 2 个蓝球，

∴从袋子中随机取出 1 个球，则它是绿球的概率是 $\frac{3}{7}$.

故答案为：$\frac{3}{7}$.

【点睛】

本题考查概率的求法与运用，一般方法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 P（A）$=\frac{m}{n}$，难度适中.

15. 【答案】（240-150）x=150×12

【分析】

根据两马的速度之差×快马出发的时间=慢马的速度×慢马提前出发的时间，即可得出关于 x 的一元一次方程.

【详解】

解：题中已设快马 x 天可以追上慢马，

则根据题意得：（240-150）x=150×12.

故答案为：（240-150）x=150×12.

【点睛】

本题考查了一元一次方程的应用问题，找到等量关系，正确列出一元一次方程是解题的关键.

16. 【答案】①②④

【分析】

如图，设 C（m，$\frac{6}{m}$），D（n，$\frac{6}{n}$），则 P（n，$\frac{6}{m}$），利用反比例函数 k 的几何意义得到 $S_{\triangle AOC}=3$，$S_{\triangle BOD}=3$，则可对①进行判断；根据三角形面积公式可对②进行判断；通过计算 $S_{四边形OAPB}$ 和 $S_{\triangle ACD}$ 得到 m 与 n 的关系可对对③进行判断.

【详解】

解：如图，设 C（m，$\frac{6}{m}$），D（n，$\frac{6}{n}$），则 P（n，$\frac{6}{m}$），

∵$S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}\times m\times\frac{6}{m}=3$，$S_{\triangle BOD}=\frac{1}{2}\times(-n)\times(-\frac{6}{n})=3$，

∴$S_{\triangle AOC}=S_{\triangle BOD}$；所以①正确；

∵$S_{\triangle POA}=\frac{1}{2}\times(-n)\times\frac{6}{m}=-\frac{3n}{m}$，$S_{\triangle POB}=\frac{1}{2}\times(-n)\times\frac{6}{m}=-\frac{3n}{m}$，

∴$S_{\triangle POA}=S_{\triangle POB}$；所以②正确；

∵$S_{\triangle PCD}=\frac{1}{2}\times(m-n)\times(\frac{6}{m}-\frac{6}{n})=-\frac{3(m-n)^2}{mn}$，

∴当 $-\frac{3(m-n)^2}{mn}=10$ 时，即 $3m^2+4mn+3n^2=0$，

∵$\triangle=4^2-4\times3\times3=-20<0$，

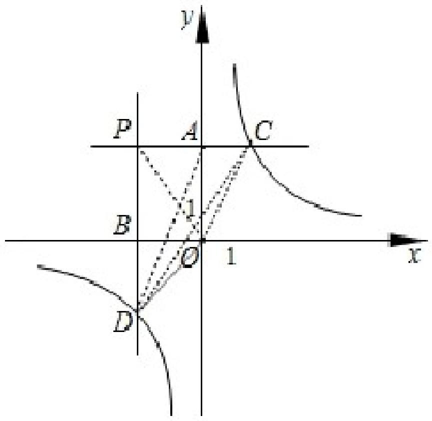
∴不存在点 P 使 $S_{\triangle PCD}=10$；所以③错误；

∵$S_{四边形OAPB}=-n\times\frac{6}{m}=-\frac{6n}{m}$，$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}\times m\times(\frac{6}{m}-\frac{6}{n})=3-\frac{3m}{n}$，

∴当 $-\frac{6n}{m}=3-\frac{3m}{n}$ 时，即 $m^2-mn-2n^2=0$，

∴$m=2n$（舍去）或 $m=-n$，此时 P 点为无数个，所以④正确.

故答案为：①②④.



【点睛】

本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义：在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象中任取一点，过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线，与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$．也考查了反比例函数图象上点的坐标特征．

三、解答题

17. 【答案】$\sqrt{2}+1$

【分析】

直接利用二次根式、特殊角的三角函数值、绝对值的性质以及零指数幂的性质进行化简，进而求出答案．

【详解】

解：原式 $=3\sqrt{2}-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+2-\sqrt{2}-1$

$=\sqrt{2}+1$

【点睛】

本题考查了二次根式、特殊角的三角函数值、绝对值的性质以及零指数幂的性质，熟练掌握各自计算法则和性质是解题的关键．

18. 【答案】$-2<x<3$．

【解析】

分析：分别解不等式，找出解集的公共部分即可．

详解：$\begin{cases}3(x+1)>x-1① \\ \frac{x+9}{2}>2x②\end{cases}$

由①得，$x>-2$，

由②得，$x<3$，

∴不等式的解集为$-2<x<3$.

点睛：考查解一元一次不等式组，比较容易，分别解不等式，找出解集的公共部分即可.

19. 【答案】$\frac{a-3}{a+3}$，-5

【分析】

把括号内通分，并把除法转化为乘法，约分化简后，再把$a=-2$代入计算即可.

【详解】

解：原式=$\left[\frac{a+3}{(a+3)(a-3)}+\frac{a-3}{(a+3)(a-3)}\right]\times\frac{a^2-6a+9}{2a}$

$=\frac{2a}{(a+3)(a-3)}\times\frac{(a-3)^2}{2a}$

$=\frac{a-3}{a+3}$，

当$a=-2$时，

原式=$\frac{-2-3}{-2+3}=-5$.

【点睛】

本题考查了分式的混合运算，熟练掌握分式的运算法则是解答本题的关键. 分式的混合运算，要注意运算顺序，式与数有相同的混合运算顺序；先算乘除，再算加减，有括号的先算括号里面的；最后结果分子、分母要进行约分，注意运算的结果要化成最简分式或整式.

20. 【答案】（1）见解析；（2）直径所对圆周角为直角，AO.

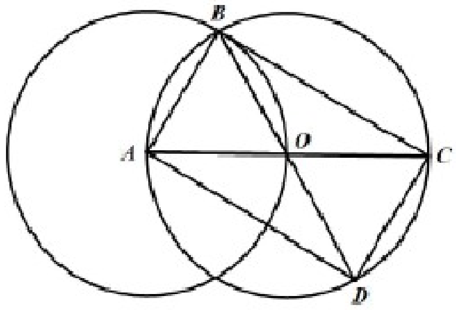
【分析】

（1）根据作法画出对应的几何图形即可；

（2）先根据圆的基本性质得 OA=OA，OB=OD，从而可以判断四边形 ABCD 是平行四边形. 再根据直径所对的圆周角是直角得$\angle ABC=90°$，从而可得四边形 ABCD 是矩形.

【详解】

（1）如图，四边形 ABCD 为所作；



（2）完成下面的证明.

证明：∵点 A,C 都在$\odot O$ 上，

∴ $OA=OC$.

同理 $OB=OD$.

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

∵ AC 是$\odot O$ 的直径，

∴ $\angle ABC=90^\circ$（直径所对圆周角为直角）.

∴四边形 $ABCD$ 是矩形.

∵ $AB=\text{AO}=BO$，

∴ $\angle AOB=60^\circ$.

∴四边形 $ABCD$ 是所求作的矩形.

【点睛】

本题考查了作图-复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．也考查了圆周角定理和矩形的判定方法.

21. 【答案】（1）见解析；（2）$OC=2\sqrt{7}$.

【解析】

【分析】

（1）根据邻边相等的平行四边形是菱形即可证明；

（2）过点 O 作 OG⊥BC 于点 G．分别在 Rt△OEG，Rt△OCG 中解直角三角形即可；

【详解】

解：（1）证明：∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴BC∥AD，BC＝AD．

∵E，F 分别是 BC，AD 的中点，

$\therefore BE=\frac{1}{2}BC$， $AF=\frac{1}{2}AD$.

∴BE＝AF.

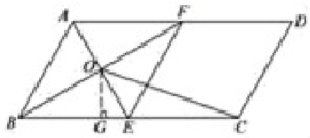
∴四边形 ABEF 是平行四边形.

∵BC＝2AB，

∴AB＝BE.

∴平行四边形 ABEF 是菱形.

（2）过点 O 作 OG⊥BC 于点 G.



∵E 是 BC 的中点，BC＝8，

∴BE＝CE＝4.

∵四边形 ABEF 是菱形，∠ABC＝60°，

∴∠OBE＝30°，∠BOE＝90°.

∴OE＝2，∠OEB＝60°.

∴GE＝1，OG＝ $\sqrt{3}$.

∴GC＝5.

∴OC＝2 $\sqrt{7}$.

【点睛】

考查平行四边形的性质、菱形的判定和性质、解直角三角形、直角三角形中 30 度角的性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题.

22. 【答案】（1） $y=x+1$， $y=\frac{2}{x}$；（2）点 P 的坐标为 $(-5,0)$ 或 $(3,0)$.

【分析】

（1）将点 A 坐标代入反比例函数解析式求出 m 的值，得到反比例函数解析式，再求出点 B 坐标，用待定系数法求出一次函数解析式；

（2）先求出点 C 坐标， $\triangle ACP$ 的面积可以用点 A 到 x 轴的距离为高，CP 的长为底求解，由面积是 4，高是 2，即可求出底 CP 的长，就得到了点 P 的坐标.

【详解】

（1）∵反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 经过点 $A(1,2)$，

$\therefore 2=\frac{m}{1}$，

$\therefore m=2$，

∴反比例函数的表达式为 $y=\frac{2}{x}$，

把点 B 的坐标 $(-2,n)$ 代入 $y=\frac{2}{x}$ 得，$n=\frac{2}{-2}$，解得 $n=-1$，

∴点 B 的坐标为 $(-2,-1)$，

分别把点 A，点 B 的坐标代入 $y=kx+b$ 得 $\begin{cases}k+b=2\\-2k+b=-1\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=1\\b=1\end{cases}$，

∴一次函数的表达式为 $y=x+1$；

（2）把 $y=0$ 代入 $y=x+1$，解得 $x=-1$，

∴点 C 的坐标为 $(-1,0)$，

∵ $\triangle ACP$ 的面积是 4，点 A 的纵坐标等于 2，

$\therefore \frac{1}{2}PC\times 2=4$，

解得 $CP=4$，

∴点 P 的坐标为 $(-5,0)$ 或 $(3,0)$．

【点睛】

本题考查反比例函数和一次函数综合，解题的关键是掌握函数表达式的求法和三角形面积的表示方法．

23．【答案】（1）证明见解析；（2）$EF=2$．

【分析】

（1）方法一：连接 BD 交 EO 于 G，利用切线长定理可得 $BE=DE$，$\angle DEO=\angle BEO$，可得 $EO\perp BD$，利用圆周角定理证明 $\angle ADB=90°$，从而可得结论；方法二：证明 $DE=CE=BE$，结合 $OA=OB$，利用三角形的中位线的性质可得结论；

（2）连接 DO，证明 $\angle 5=\angle BEO=\angle DEO$，由 $\sin\angle 5=\frac{3}{5}$，利用等角的三角函数值相等，求解 OE，从而可得答案．

【详解】

证明（1）方法一：连接 BD 交 EO 于 G，

$\because \angle ABC=90^\circ$ 且 AB 为 $\odot O$ 直径

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线

又$\because$DE 是 $\odot O$ 的切线

$\therefore BE=DE$， $\angle DEO=\angle BEO$，

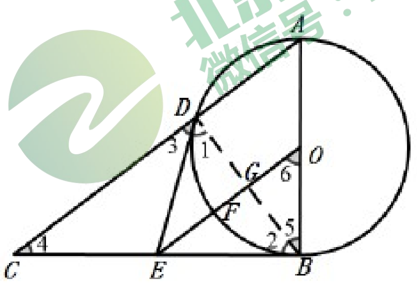
$\therefore EO\perp BD$

$\therefore \angle OGB=90^\circ$

$\because AB$ 为 $\odot O$ 直径

$\therefore \angle ADB=90^\circ$

$\therefore OE//AC$



方法二：连接 BD，

$\because \angle ABC=90^\circ$ 且 AB 为 $\odot O$ 直径

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线

又$\because DE$ 是 $\odot O$ 的切线

$\therefore BE=DE$

$\therefore \angle 1=\angle 2$

$\because AB$ 为 $\odot O$ 直径

$\therefore \angle ADB=90^\circ$

$\therefore \angle CDB=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

$\therefore \angle 1+\angle 3=\angle 2+\angle 4=90^\circ$

$\therefore \angle 3=\angle 4$

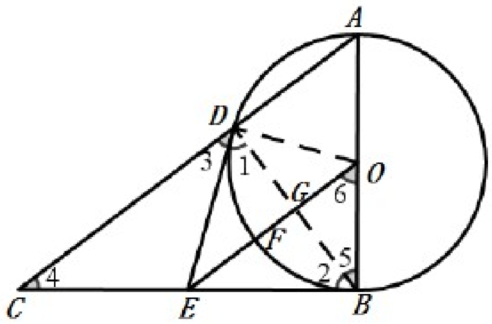
$\therefore CE=DE$

$\therefore BE=CE$

又∵ $AO=BO$

∴ $OE//AC$

（2）连接 DO，



∵ $\angle OGB=90°$

∴ $\angle 5+\angle 6=90°$

∵ $\angle ABC=90°$

∴ $\angle 6+\angle BEO=90°$

∴ $\angle 5=\angle BEO=\angle DEO$

∵ $\angle ADB=90°$

又∵ $AB=6$，$AD=\dfrac{18}{5}$

∴ $\sin\angle 5=\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{3}{5}$

∴ $\sin\angle DEO=\dfrac{DO}{EO}=\dfrac{3}{5}$

∵ $DO=\dfrac{1}{2}AB=3$

∴ $EO=5$

∴ $EF=EO-OF=5-3=2$

∴ $EF=2$．

【点睛】

本题考查的是圆周角定理，圆的切线的判定与性质，平行线的判定，直角三角形的两锐角互余，三角形的中位线的性质，等腰三角形的判定，解直角三角形，掌握以上知识是解题的关键．

24．【答案】（1）$m<2$；（2）$x_1=-1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$x_2=-1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

【分析】

（1）由题意两个不相等的实数根根据判别式大于 0 进行分析计算即可求出答案；

（2）由题意根据 m 的范围可知 m=1，代入原方程后根据一元二次方程的解法即可求出答案.

【详解】

解：（1）由题意，$\Delta=4^2-4\times2\cdot m=16-8m$

∵方程有两个不相等的实数根

$\therefore 16-8m>0$

$\therefore m<2$；

（2）∵$m<2$且为正整数

$\therefore m=1$

$\therefore 2x^2+4x+1=0$

$\therefore x=\dfrac{-4\pm\sqrt{8}}{2\times2}$

$\therefore x_1=-1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$x_2=-1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

【点睛】

本题考查一元二次方程，解题的关键是熟练运用一元二次方程的解法以及一元二次方程根的判别式.

25. 【答案】（1）81.5；（2）甲，甲的平均成绩高，且方差小，成绩稳定.（3）80 人

【分析】

（1）根据中位数的定义求解可得；

（2）依据平均数和方差的意义求解可得；

（3）利用样本估计总体思想求解可得.

【详解】

解：（1）将乙组成绩的中位数 $m=\dfrac{81+82}{2}=81.5$；

（2）可以推断出选择甲部门参赛更好，理由为甲的平均成绩高，且方差小，成绩稳定；

故答案为甲，甲的平均成绩高，且方差小，成绩稳定.

（3）预估（2）中部门今年参赛进入复赛的人数为 $200\times\dfrac{7+1}{20}=80$（人），

故答案为 80 人.

【点睛】

本题主要考查频数分布直方图，解题的关键是掌握中位数、平均数、方差的定义及样本估计总体思想的运用．

26．【答案】（1）$x=1$，$(0,0)$；（2）①$y_1<y_2$，理由见解析；②$-1<n<-\frac{1}{5}$

【分析】

（1）直接根据对称轴方程和令 x=0 求解即可；

（2）①根据二次函数的图象与性质求解即可；

②分点 A 在对称轴左侧和右侧两种情况列不等式组求解即可．

【详解】

解：（1）∵ $y=-\frac{1}{2}x^2+x$

∴对称轴直线 x=$-\frac{b}{2a}=-\frac{1}{2\times\left(-\frac{1}{2}\right)}=1$

当 x=0 时，y=0，

∴抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+x$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0,0)$．

（2）$x_A-x_B=(3n+4)-(2n-1)=n+5$，

$x_A-1=(3n+4)-1=3n+3=3(n+1)$，

$x_B-1=(2n-1)-1=2n-2=2(n-1)$．

①当 $n<-5$ 时，$x_A-1<0$，$x_B-1<0$，$x_A-x_B<0$．

∴ A，B 两点都在抛物线的对称轴 $x=1$ 的左侧，且 $x_A<x_B$．

∵ 抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+x$ 开口向下，

∴ 在抛物线的对称轴 $x=1$ 的左侧，y 随 x 增大而增大．

∴ $y_1<y_2$．

②若点 A 在对称轴直线 x=1 的左侧，点 B 在右侧时，

$$\begin{cases}3n+4<1\\2n-1>1\\1-(3n+4)>(2n-1)-1\end{cases},$$

此不等式组无解；

若点 A 在对称轴直线 x=1 的右侧，点 B 在左侧时，

$$\begin{cases}3n+4>1\\2n-1<1\\(3n+4)-1>1-(2n-1)\end{cases}$$

解得：$-1<n<-\frac{1}{5}$.

【点睛】

本题主要考查了二次函数的图象与性质，考查了求抛物线的对称轴，考查了求抛物线与坐标轴的交点坐标，考查了探究抛物线与三角形三边的交点情况，难点是第（2）小题，关键是正确建立 n 的不等式组.

27. 【答案】（1）①详见解析；②PA=PQ. （2）存在 $k=\sqrt{2}$，使得②中的结论成立.

【分析】

（1）①如图 1，作辅助线，构建等边三角形，证明△*ADC* 为等边三角形. 根据等边三角形三线合一可得∠*PAC*＝∠*PAD*＝30°；

②根据①中得结论：∠*PAC*＝∠*PQC*＝30°，则 *PA*＝*PQ*；

（2）存在 k=$\sqrt{2}$，如图 2，作辅助线，构建全等三角形，证明△*PAD*≌△*PQC*（*SAS*）. 可得结论.

【详解】

解：（1）①如图 1，在 *CM* 上取点 *D*，使得 *CD*＝*CA*，连接 *AD*，

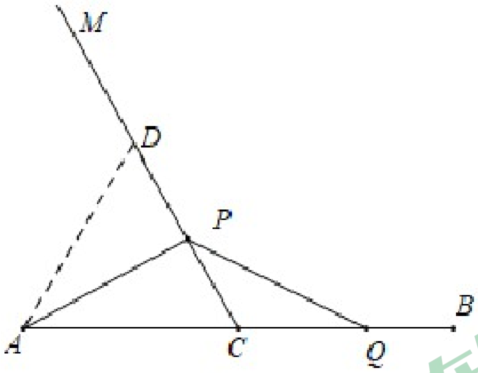


图1

∵∠*ACM*＝60°，

∴△*ADC* 为等边三角形.

∴∠*DAC*＝60°.

∵*C* 为 *AB* 的中点，*Q* 为 *BC* 的中点，

∴*AC*＝*BC*＝2*BQ*.

∵*BQ*＝*CP*，

∴*AC*＝*BC*＝*CD*＝2*CP*.

∴AP 平分∠DAC.

∴∠PAC＝∠PAD＝30°.

②∵△ADC 是等边三角形，

∴∠ACP＝60°，

∵PC＝CQ，

∴∠PQC＝∠CPQ＝30°，

∴∠PAC＝∠PQC＝30°，

∴PA＝PQ；

（2）存在 $k=\sqrt{2}$，使得②中的结论成立.

证明：过点 P 作 PC 的垂线交 AC 于点 D.

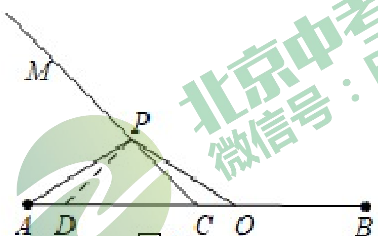


图2

∵∠ACM＝45°，

∴∠PDC＝∠PCD＝45°.

∴PC＝PD，∠PDA＝∠PCQ＝135°.

∵ $CD=\sqrt{2}PC$，， $BQ=\sqrt{2}PC$

∴CD＝BQ.

∵AC＝BC，

∴AD＝CQ.

∴△PAD≌△PQC（SAS）.

∴PA＝PQ.

【点睛】

本题是三角形的综合题，考查三角形全等的性质和判定、等边三角形、等腰直角三角形、勾股定理等知识，解题的关键是作辅助线，构建等边三角形和三角形全等，难度适中，属于中考常考题型.

28. 【答案】（1）①D、E；② $\frac{\sqrt{2}}{2}<t<\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 或 $-\frac{3\sqrt{2}}{2}<t<-\frac{\sqrt{2}}{2}$；（2）$-\sqrt{5}<x_c<-2$ 或 $\frac{\sqrt{5}}{2}-1<x_c<2$

【分析】

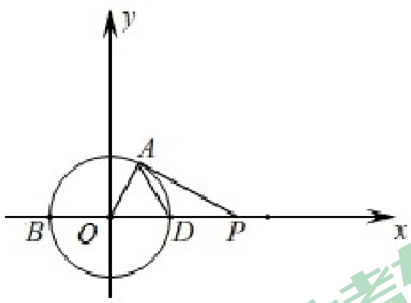
（1）①如图1中，根据 P 为⊙C 的依附点，判断出当 $r<OP<3r$（r 为⊙C 的半径）时，点 P 为⊙C 的依附点，由此即可判断．

②分两种情形：点 T 在第一象限或点 T 在第三象限分别求解即可．

（2）分两种情形：点 C 在点 M 的右侧，点 C 在点 M 的左侧分别求解即可解决问题．

【详解】

解：（1）①如图，



$\because \angle ADB=\dfrac{1}{2}\angle AOB$，$\angle APB=\dfrac{1}{4}\angle AOB$，

$\therefore \angle ADB=2\angle APB$，

$\therefore \angle DAP=\angle APB$，

$\therefore AD=DP$，

当点 A 和点 B 重合时，$OP=3r$

当点 A 与点 D 重合时，$OP=r$，

$\because 0°<\angle ACB<180°$，

$\therefore r<OP<3r$

根据 P 为⊙C 的依附点，可知：当 $r<OP<3r$（r 为⊙C 的半径）时，点 P 为⊙C 的依附点．

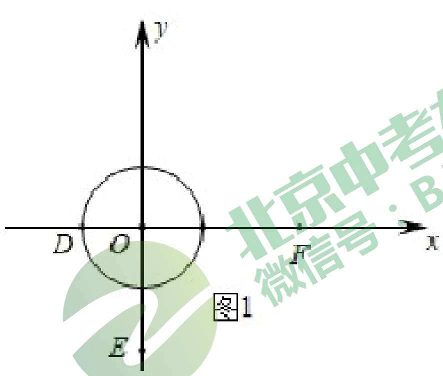


图1

如图1中，$\because D(-2.5，0)$，$E(0，-2)$，$F(1，0)$，

$\therefore OD=2.5$，$OE=2$，$OF=1$，

$\therefore 1<OD<3$，$1<OE<3$，

∴点 D，E 是⊙C 的依附点，

故答案为：D、E；

②如图 2，

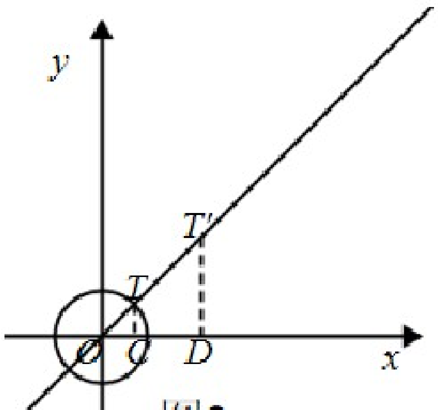


图2

∵点 T 在直线 $y=x$ 上，

∴点 T 在第一象限或第三象限，直线 $y=x$ 与 x 轴所夹的锐角为 45°，

当点 T 在第一象限，当 $OT=1$ 时，作 $CT\perp x$ 轴，易求点 C（$\frac{\sqrt{2}}{2}$，0），当 $OT=3$ 时，作 $DT\perp x$ 轴，易求 D（$\frac{3\sqrt{2}}{2}$，0），

∴满足条件的点 T 的横坐标 t 的取值范围 $\frac{\sqrt{2}}{2}<t<\frac{3\sqrt{2}}{2}$，

当点 T 在第三象限，同理可得满足条件的点 T 的横坐标 t 的取值范围 $-\frac{3\sqrt{2}}{2}<t<-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

综上所述：满足条件的点 T 的横坐标 t 的取值范围：$\frac{\sqrt{2}}{2}<t<\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 或 $-\frac{3\sqrt{2}}{2}<t<-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

（3）如图 3﹣1 中，当点 C 在点 M 的左侧时，

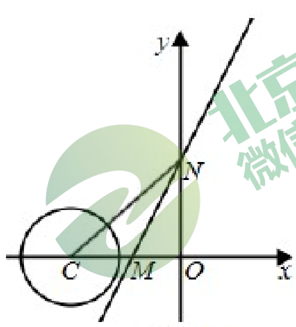


图3-1

由题意 M（﹣1，0），N（0，2）

当 $CN=3$ 时，$OC=\sqrt{CN^2-NO^2}=\sqrt{5}$，此时 C（$-\sqrt{5}$，0），

当 $CM=1$ 时，此时 C（-2，0），

∴满足条件的 x_c 的值的范围为 $-\sqrt{5}<x_c<-2$.

如图 3－2 中，当点 C 在点 M 的右侧时，

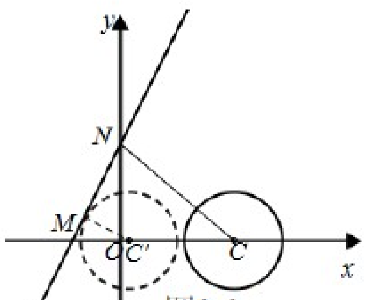


图3-2

当⊙C 与直线 MN 相切时，

由题意 M（-1，0），N（0，2）

∴$MN=\sqrt{5}$，

∴$\sin\angle OMN=\dfrac{ON}{MN}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{1}{C'M}$，

∴$C'M=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

∴$C'O=\dfrac{\sqrt{5}}{2}-1$，

∴C'（$\dfrac{\sqrt{5}}{2}-1$，0），

当 $CM=3$ 时，C（2，0），

∴满足条件的 x_c 的取值范围为 $\dfrac{\sqrt{5}}{2}-1<x_c<2$，

综上所述，满足条件的 x_c 的取值范围为：$-\sqrt{5}<x_c<-2$ 或 $\dfrac{\sqrt{5}}{2}-1<x_c<2$.

【点睛】

本题属于圆综合题，考查了直线与圆的位置关系，解直角三角形，P 为⊙C 的依附点的定义等知识，解题的关键是理解题意，学会用转化的思想思考问题，学会利用特殊位置解决数学问题，属于中考压轴题.