



2023—2024 学年第一学期初三期中试卷

数 学

班级 _____ 姓名 _____ 座位号 _____

考生 须知	<p>1. 本试卷共 6 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。</p> <p>2. 在答题卡上准确填写班级、姓名、座位号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，选择题，作图题请用 2B 铅笔作答，其他试题请用黑色字迹签字笔作答，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 考试结束，请将答题卡交回，试卷自己保存。</p>
----------	---

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列曲线中既是轴对称图形又是中心对称图形的是



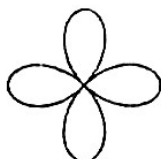
心形线

A.



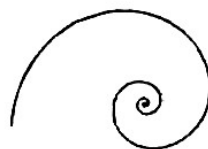
蝴蝶曲线

B.



四叶玫瑰线

C.



等角螺旋线

D.

2. 若 $2y = 5x (xy \neq 0)$ ，则下列比例式正确的是

(A) $\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$

(B) $\frac{x}{5} = \frac{2}{y}$

(C) $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$

(D) $\frac{y}{x} = \frac{2}{5}$

3. 二次函数 $y = 2(x-3)^2 + 1$ 的图象的顶点坐标是

(A) (2, 3)

(B) (2, 1)

(C) (3, -1)

(D) (3, 1)

4. 关于四个函数 $y = -2x^2$, $y = \frac{1}{3}x^2$, $y = 3x^2$, $y = -\frac{1}{3}x^2$ 的共同点，下列说法正确的是

(A) 开口向上

(B) 都有最低点

(C) 对称轴是 y 轴

(D) y 随 x 增大而增大

5. 将一元二次方程 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 通过配方转化为 $(x+a)^2 = b$ 的形式，

下列结果中正确的是

(A) $(x-3)^2 = 4$

(B) $(x-3)^2 = 5$

(C) $(x+3)^2 = 4$

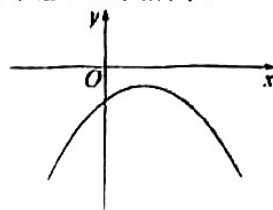
(D) $(x+3)^2 = 5$



6. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的示意图如图所示,

下列说法中正确的是

- (A) $a < 0$ (B) $b < 0$
 (C) $c > 0$ (D) $\Delta > 0$



7. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的函数值 y 随着自变量 x 的增大而增大, 则函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象所在的象限为

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

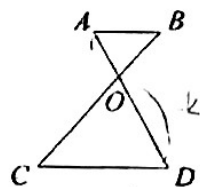
8. 正方形的面积 y 与它的周长 x 满足的函数关系是

- (A) 正比例函数 (B) 一次函数 (C) 二次函数 (D) 反比例函数

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

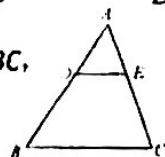
9. 如图, $AB \parallel CD$, AD, BC 交于点 O , $\frac{AO}{OD} = \frac{1}{2}$. 若 $BO = 3$,

则 OC 的长为_____.



10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是边 AB, AC 上的点, 且 $DE \parallel BC$,

若 $AD:DB=2:3$, 则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比等于_____.



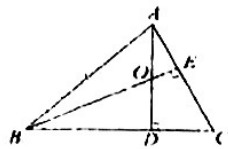
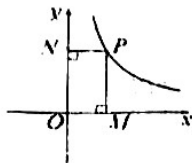
11. 已知某二次函数, 当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而增大, 解析式可以是_____.

12. 若二次函数 $y = x^2 + 2x - m$ 的图象与 x 轴有交点, 则 m 的取值范围是_____.

13. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, P 为函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 图象上一点, 过点 P

分别作 x 轴、 y 轴的垂线, 垂足分别为 M, N . 若矩形 $PMON$ 的面积为 3,

则 m 的值为_____.



14. 如图, $\triangle ABC$ 的高 AD, BE 相交于点 O , 写出一个与 $\triangle AOE$ 相似的三角形,

这个三角形可以是_____.

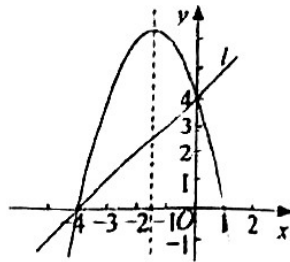


15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 + 2$ 可以看作是由抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ 经过怎样的平移得到的, 平移过程为_____.

16. 平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $C: y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$

与直线 $l: y = kx + n (k \neq 0)$ 如图所示, 有下面四个推断:

- ①二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 有最大值;
- ②抛物线 C 关于直线 $x = \frac{3}{2}$ 对称;
- ③关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = kx + n$ 的两个实数根为



(第 16 题)

$x_1 = -4, x_2 = 0$;

- ④若过动点 $M(m, 0)$ 垂直于 x 轴的直线与抛物线 C 和直线 l 分别交于点 $P(m, y_1)$ 和 $Q(m, y_2)$, 则当 $y_1 < y_2$ 时, m 的取值范围是 $-4 < m < 0$.

其中所有正确推断的序号是_____.

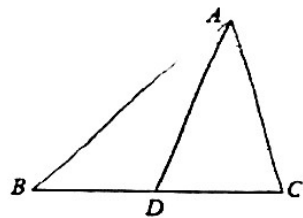
三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-20 题, 每小题 5 分; 第 21-23 题, 每小题 6 分; 第 24-25 题, 每小题 5 分; 第 26 题 6 分; 第 27-28 题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. $\sqrt{27} - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} + 2023^0 + |\sqrt{3} - 4|$

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, 且满足

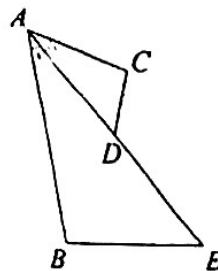
$CA^2 = CD \cdot CB, \angle BAC = 68^\circ$.

- (1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle DAC$
- (2) 求 $\angle ADC$ 的度数.



19. 如图, AE 平分 $\angle BAC, D$ 为 AE 上一点, $\angle B = \angle C$.

- (1) 求证: $\triangle ABE \sim \triangle ACD$;
- (2) 若 D 为 AE 中点, $BE = 4$, 求 CD 的长.



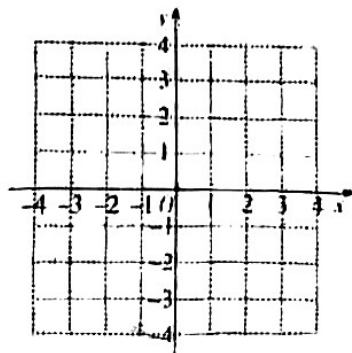


20. 已知二次函数 $y=x^2 - 2x - 3$.

(1) 求二次函数 $y=x^2 - 2x - 3$ 图象的顶点坐标;

(2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 画出二次函数 $y=x^2 - 2x - 3$ 的示意图;

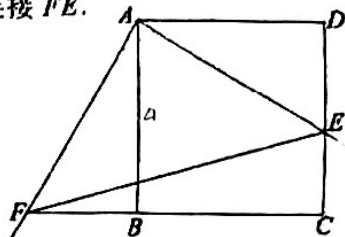
(3) 结合图象直接写出自变量 $0 \leq x \leq 3$ 时, 函数的最大值和最小值.



21. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 射线 AE 与边 CD 交于点 E , 将射线 AE 绕点 A 顺时针旋转, 与 CB 的延长线交于点 F , $BF=DE$, 连接 FE .

(1) 求证: $AF=AE$;

(2) 若 $\angle DAE=30^\circ$, $DE=2$, 求 $\triangle AEF$ 的面积.



22. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m-4)x + 3 - m = 0$.

(1) 求证: 该方程总有两个实数根;

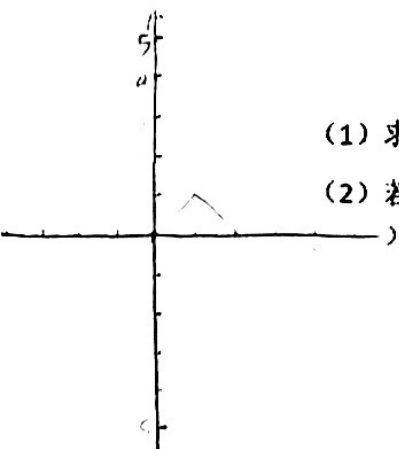
(2) 若该方程恰有一个实数根为非负数, 求 m 的取值范围.

23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数图象上部分点的横坐标 x , 纵坐标 y 的对应值如下表:

x	...	-1	0	1	2	...
y	...	-3	0	1	0	...

(1) 求这个二次函数的表达式;

(2) 若 $y < -3$, 直接写出 x 的取值范围.





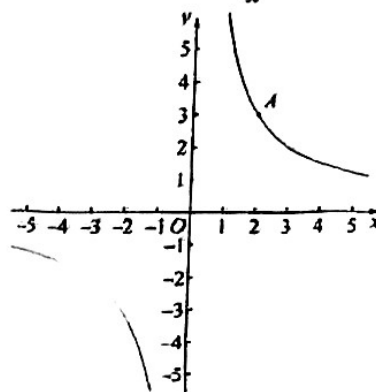
24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象过点 $A(2, 3)$.

(1) 求 k 的值;

(2) 过点 $P(m, 0) (m \neq 0)$ 作 x 轴的垂线, 分别交反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$, $y = -\frac{4}{x}$ 的图象于点 M, N .

① 当 $m = -2$ 时, 求 MN 的长;

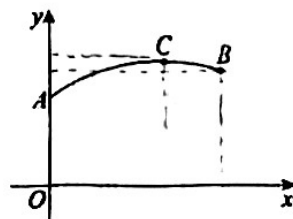
② 若 $MN \geq 5$, 直接写出 m 的取值范围.



25. 某篮球队员的一次投篮命中, 篮球从出手到命中行进的轨迹可以近似看作抛物线的一部分, 表示篮球距地面的高度 y (单位: m) 与行进的水平距离 x (单位: m) 之间关系的图象如图所示. 已知篮球出手位置 A 与篮筐的水平距离为 4.5 m, 篮筐距地面的高度为 3.05 m; 当篮球行进的水平距离为 3 m 时, 篮球距地面的高度达到最大为 3.3 m.

(1) 图中点 B 表示篮筐, 其坐标为 _____, 篮球行进的最高点 C 的坐标为 _____;

(2) 求篮球出手时距地面的高度.



26. 已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax (a \neq 0)$.

(1) 直接写出抛物线的顶点坐标(用含 a 的式子表示);

(2) 若点 $(x_1, 3), (x_2, 6)$ 在抛物线上, 直接写出 a 的取值范围;

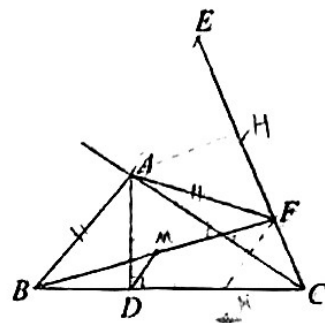
(3) 若 $A(m-1, y_1), B(m, y_2), C(m+3, y_3)$ 都在抛物线上, 是否存在实数 m , 使得 $y_1 < y_3 < y_2 \leq -a$ 恒成立? 若存在, 求出 m 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.



27. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的高, 点 B 关于直线 AC 的对称点为 E , 连接 CE , F 为线段 CE 上一点 (不与点 E 重合), $AF=AB$.

(1) 用等式表示线段 BD , EF 的数量关系, 并证明;

(2) 连接 BF , 取 BF 的中点 M , 连接 DM . 判断 DM 与 AC 的位置关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 我们给出如下定义: 将点 M 绕直线 $x=3$ 上某一点 P 顺时针旋转 90° , 再关于直线 $x=3$ 对称, 得到点 N , 我们称点 N 为点 M 关于点 P 的二次关联点. 已知点 $A(0, 1)$.

(1) 若点 P 的坐标是 $(3, 0)$, 直接写出点 A 关于点 P 的二次关联点的坐标 _____;

(2) 若点 A 关于点 P 的二次关联点与点 A 重合, 求点 P 的坐标 (画出图形、写出结果即可);

(3) 若点 A 关于点 P 的二次关联点在直线 $y=-x+2$ 上, 求此时点 A 的二次关联点的坐标及 P 点坐标.

