海淀区九年级第一学期期中测评

数 学 试 卷

（分数：120 分　时间：120 分钟）　　　　2015.11

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的．请将正确选项前的字母填在表格中相应的位置.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1．一元二次方程 $2x^2-x-3=0$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是

A． $2,1,3$　　B． $2,1,-3$　　C． $2,-1,3$　　D． $2,-1,-3$

2．下列图形是中心对称图形的是

A．　　B．　　C．　　D．

3．二次函数 $y=-(x+1)^2-2$ 的最大值是

A． -2　　B． -1　　C． 1　　D． 2

4．已知⊙O 的半径是 4，OP 的长为 3，则点 P 与⊙O 的位置关系是

A．点 P 在圆内　　B．点 P 在圆上　　C．点 P 在圆外　　D．不能确定

5．将抛物线 $y=x^2$ 沿 y 轴向下平移 2 个单位，得到的抛物线的解析式为

A． $y=x^2+2$　　B． $y=x^2-2$　　C． $y=(x+2)^2$　　D． $y=(x-2)^2$

6．已知扇形的半径为 6，圆心角为 $60°$，则这个扇形的面积为

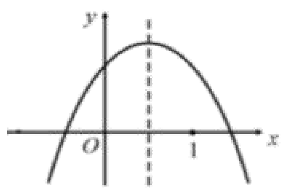
A． 9π　　B． 6π　　C． 3π　　D． π

7．用配方法解方程 $x^2+4x=3$，下列配方正确的是

A． $(x-2)^2=1$　　B． $(x-2)^2=7$　　C． $(x+2)^2=7$

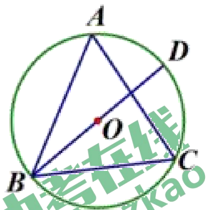
D． $(x+2)^2=1$

8．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则下列选项中不正确的是



A．$a<0$　　B．$c>0$　　C．$0<-\frac{b}{2a}<1$　　D．$a+b+c<0$

9．如图，$\triangle ABC$ 内接于⊙O，BD 是⊙O 的直径．若 $\angle DBC=33^\circ$，则 $\angle A$ 等于



A．33°　　B．57°　　C．67°　　D．66°

10．小明乘坐摩天轮转一圈，他离地面的高度 y（米）与旋转时间 x（分）之间的关系可以近似地用二次函数来刻画.经测试得出部分数据如下表：

x/分	…	2.66	3.23	3.46	…
y/米	…	69.16	69.62	68.46	…

下列选项中，最接近摩天轮转一圈的时间的是

A．7分　　B．6.5分　　C．6分　　D．5.5分

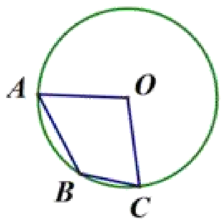
二、填空题（本题共18分，每小题3分）

11．方程 $x^2-4=0$ 的解为____________．

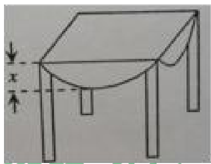
12．请写出一个开口向上且经过(0, 1)的抛物线的解析式________．

13．若二次函数 $y=2x^2-5$ 的图象上有两个点 $A(2,a)$、$B(3,b)$，则 a____ b（填“<”或“=”或“>”）．

14．如图，A、B、C 三点在⊙O 上，$\angle AOC=100^\circ$，则 $\angle ABC=$______°．



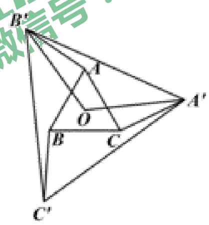
15．用一块直径为4米的圆桌布平铺在对角线长为4米的正方形桌面上（如示意图），若四周下垂的最大长度相等，则这个最大长度 x 为______米（$\sqrt{2}$ 取1.4）．



16．如图，O 是边长为1的等边$\triangle ABC$ 的中心，将 AB、BC、CA 分别绕点 A、点 B、点 C 顺时针旋转 α（$0^\circ<\alpha<180^\circ$），得到 AB'、BC'、CA'，连接 $A'B'$、$B'C'$、$A'C'$、OA'、OB'．

（1）$\angle A'OB'=$______°；

（2）当 $\alpha=$________°时，$\triangle A'B'C'$ 的周长最大．



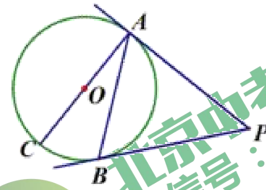
三、解答题（本题共 72 分，第 17~26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17. 解方程：$x^2=3x-2$.

18. 若抛物线 $y=x^2+3x+a$ 与 x 轴只有一个交点，求实数 a 的值.

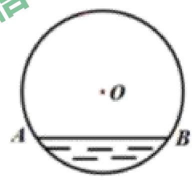
19. 已知点 $(3,0)$ 在抛物线 $y=-3x^2+(k+3)x-k$ 上，求此抛物线的对称轴.

20. 如图，AC 是⊙O 的直径，PA，PB 是⊙O 的切线，A，B 为切点，$\angle BAC=25^\circ$. 求 $\angle P$ 的度数.



21．已知 $x=1$ 是方程 $x^2-5ax+a^2=0$ 的一个根，求代数式 $3a^2-15a-7$ 的值．

22．一圆柱形排水管的截面如图所示，已知排水管的半径为 1m，水面宽 AB 为 1.6m．由于天气干燥，水管水面下降，此时排水管水面宽变为 1.2m，求水面下降的高度．



23．已知关于 x 的方程 $3x^2-(a-3)x-a=0(a>0)$．

（1）求证：方程总有两个不相等的实数根；

（2）若方程有一个根大于 2，求 a 的取值范围．

24．在设计人体雕像时，若使雕像的上部（腰以上）与下部（腰以下）的高度的比等于下部与全部（全身）的高度比，则可以增加视觉美感．按此比例，如果雕像的高为 2m，那么它的下部应设计为多高（$\sqrt{5}$ 取 2.2 ）．

25．已知 AB 是⊙O 的直径，AC、AD 是⊙O 的弦，AB=2，$AC=\sqrt{2}$，AD=1，求∠CAD 的度数．

26．抛物线 $y_1=x^2+bx+c$ 与直线 $y_2=-2x+m$ 相交于 $A(-2,n)$、$B(2,-3)$ 两点．

（1）求这条抛物线的解析式；

（2）若 $-4\le x\le 1$，则 y_2-y_1 的最小值为________．

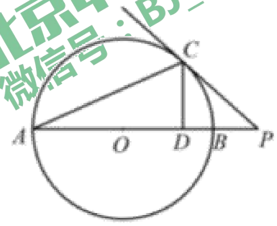
27．如图，AB 为⊙O 的直径，C 为⊙O 上一点，CD⊥AB 于点 D．P 为 AB 延长线上一点，$\angle PCD=2\angle BAC$．

（1）求证：CP 为⊙O 的切线；

（2）BP=1，$CP=\sqrt{5}$．

①求⊙O 的半径；

②若 M 为 AC 上一动点，则 OM+DM 的最小值为____________．



28.**探究活动：**

利用函数 $y=(x-1)(x-2)$ 的图象(如图 1)和性质，探究函数 $y=\sqrt{(x-1)(x-2)}$ 的图象与性质.

下面是小东的探究过程，请补充完整：

(1)函数 $y=\sqrt{(x-1)(x-2)}$ 的自变量 x 的取值范围是__________；

(2)如图 2，他列表描点画出了函数 $y=\sqrt{(x-1)(x-2)}$ 图象的一部分，请补全函数图象；

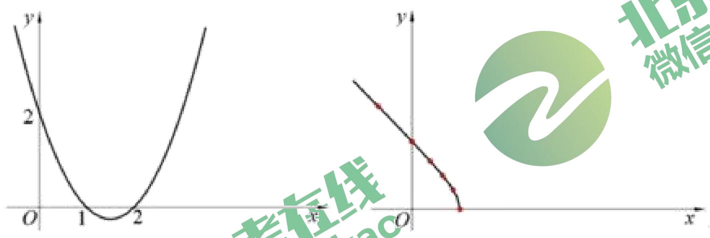


图 1　　　　　　图 2

解决问题：

设方程 $\sqrt{(x-1)(x-2)}-\frac{1}{4}x-b=0$ 的两根为 x_1、x_2，且 $x_1<x_2$，方程 $x^2-3x+2=\frac{1}{4}x+b$ 的两根为 x_3、x_4，且 $x_3<x_4$.若 $1<b<\sqrt{2}$，则 x_1、x_2、x_3、x_4 的大小关系为________________（用"<"连接）.

29．在平面直角坐标系 xOy 中，半径为 1 的⊙O 与 x 轴负半轴交于点 A，点 M 在⊙O 上，将点 M 绕点 A 顺时针旋转 60°得到点 Q. 点 N 为 x 轴上一动点（N 不与 A 重合），将点 M 绕点 N 顺时针旋转 60°得到点 P. PQ 与 x 轴所夹锐角为 α.

（1） 如图 1，若点 M 的横坐标为 $\frac{1}{2}$，点 N 与点 O 重合，则 $\alpha=$________；

（2） 若点 M、点 Q 的位置如图 2 所示，请在 x 轴上任取一点 N，画出直线 PQ，并求 α 的度数；

（3） 当直线 PQ 与⊙O 相切时，点 M 的坐标为________.

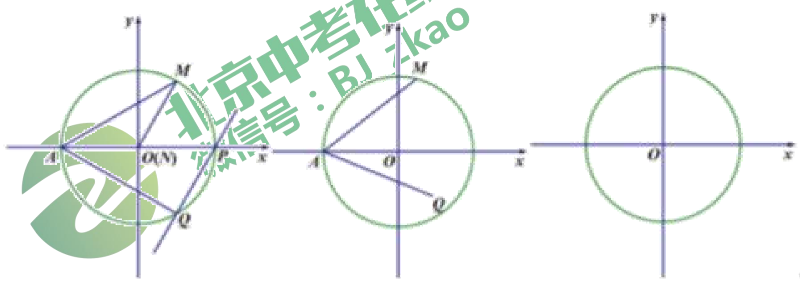


图 1　　　　图 2　　　　备用图

海淀区九年级第一学期期中测评

数学试卷参考答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	A	A	B	B	C	D	B	C

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

题 号	11	12	13	14	15	16
答 案	$x_1=2,\ x_2=-2$	$y=x^2+1$（答案不唯一）	<	130	0.6	120，150

三、解答题（本题共 72 分，第 17~26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17．解：$x^2-3x+2=0$. ……………………………………1 分

$(x-1)(x-2)=0$． ……………………………………3 分

$\therefore x-1=0$或 $x-2=0$．

$\therefore x_1=1, x_2=2$． ……………………………………5 分

18．解：∵抛物线 $y=x^2+3x+a$与 x轴只有一个交点，

$\therefore \Delta=0$， ……………………………………2 分

即 $9-4a=0$． ……………………………………4 分

$\therefore a=\frac{9}{4}$． ……………………………………5 分

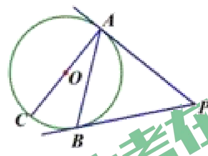
19．解：∵点$(3,0)$在抛物线 $y=-3x^2+(k+3)x-k$ 上，

$\therefore 0=-3\times3^2+3(k+3)-k$． ……………………………………2 分

$\therefore k=9$． ……………………………………3 分

∴抛物线的解析式为 $y=-3x^2+12x-9$．

∴对称轴为 $x=2$．……………………………………………5分



20．解：∵PA,PB 是⊙O 的切线，

∴$PA=PB$．……………………………………………1分

∴$\angle PAB=\angle PBA$．……………………………………………2分

∵AC 为⊙O 的直径，

∴$CA\perp PA$．

∴$\angle PAC=90°$．……………………………………………3分

∵$\angle BAC=25°$，

∴$\angle PAB=65°$．……………………………………………4分

∴$\angle P=180°-2\angle PAB=50°$．……………………………………………5分

21．解：∵$x=1$是方程$x^2-5ax+a^2=0$的一个根，

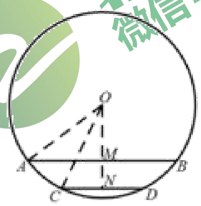
∴$1-5a+a^2=0$．……………………………………………2分

∴$a^2-5a=-1$．……………………………………………3分

∴原式$=3(a^2-5a)-7$ ……………………………………………4分

$=-10$．……………………………………………5分

22．解：如图，下降后的水面宽 CD 为 1.2m，连接 OA, OC，过点 O 作 $ON\perp CD$ 于 N，交 AB 于 M．………………………… 1分



∴$\angle ONC=90°$．

∵$AB\parallel CD$，

∴$\angle OMA=\angle ONC=90°$．

∵$AB=1.6$，$CD=1.2$，

∴$AM=\frac{1}{2}AB=0.8$，$CN=\frac{1}{2}CD=0.6$．…………………………2分

在 Rt△OAM 中，

$\because OA = 1$，

$\therefore OM = \sqrt{OA^2 - AM^2} = 0.6$． ……………………………………3 分

同理可得 $ON = 0.8$． ………………………………4 分

$\therefore MN = ON - OM = 0.2$.

答：水面下降了 0.2 米． ……………………………5 分

23．（1）证明： $\Delta = (a-3)^2 - 4\times 3\times(-a) = (a+3)^2$． ……………………………1 分

$\because a > 0$，

$\therefore (a+3)^2 > 0$．

即 $\Delta > 0$．

$\therefore$方程总有两个不相等的实数根． ………………………………………………2 分

（2）解方程，得 $x_1 = -1, x_2 = \dfrac{a}{3}$． ……………………………………………4 分

$\because$方程有一个根大于 2，

$\therefore \dfrac{a}{3} > 2$．

$\therefore a > 6$． ……………………………………………………5 分

24.解:如图,雕像上部高度 AC 与下部高度 BC 应有 $AC : BC = BC : 2$， 即 $BC^2 = 2AC$．

设 BC 为 x m. ………………………………………1 分

依题意，得 $x^2 = 2(2-x)$． ………………………………………3 分

解得 $x_1 = -1+\sqrt{5}, x_2 = -1-\sqrt{5}$（不符合题意，舍去）． ……4 分

$\sqrt{5} - 1 \approx 1.2$．

答：雕像的下部应设计为 1.2m. ……………………………5 分

25．解：如图 1，当点 D、C 在 AB 的异侧时，连接 OD、BC．………1 分

∵ AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle ACB=90°$．

在 Rt△ACB 中，

∵ $AB=2$，$AC=\sqrt{2}$，

∴ $BC=\sqrt{2}$．

∴ $\angle BAC=45°$．………………2 分

∵ $OA=OD=AD=1$，

∴ $\angle BAD=60°$．………………3 分

∴ $\angle CAD=\angle BAD+\angle BAC=105°$．………………4 分

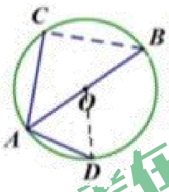


图 1

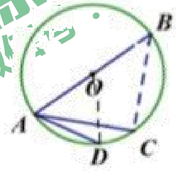


图 2

当点 D、C 在 AB 的同侧时，如图 2，同理可得 $\angle BAC=45°$，$\angle BAD=60°$．

∴ $\angle CAD=\angle BAD-\angle BAC=15°$．

∴ $\angle CAD$ 为 $15°$ 或 $105°$． …………………5 分

26．解：(1) ∵直线 $y_2=-2x+m$ 经过点 B（2，-3），

∴ $-3=-2\times 2+m$．

∴ $m=1$．…………………………………………………1 分

∵直线 $y_2=-2x+m$ 经过点 A（-2，n），

∴ $n=5$．…………………………………………………2 分

∵抛物线 $y_1=x^2+bx+c$ 过点 A 和点 B，

$$\therefore \begin{cases} 5=4-2b+c, \\ -3=4+2b+c. \end{cases}$$

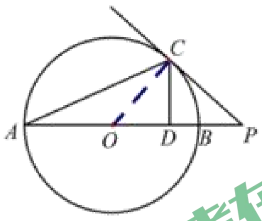
$$\therefore \begin{cases} b=-2, \\ c=-3. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} b=-2, \\ c=-3. \end{cases}$$

∴ $y_1=x^2-2x-3$．……………………………………………………4 分

(2) -12．………………………………………………………5 分

27.（1）证明：连接 OC. ………………………………1 分



∵$\angle PCD=2\angle BAC$，$\angle POC=2\angle BAC$，

∴$\angle POC=\angle PCD$. ………………………………2 分

∵$CD\perp AB$ 于点 D，

∴$\angle ODC=90°$.

∴$\angle POC+\angle OCD=90°$.

∴$\angle PCD+\angle OCD=90°$.

∴$\angle OCP=90°$.

∴半径 $OC\perp CP$.

∴CP 为⊙O 的切线. ………………………………3 分

（2）解：①设⊙O 的半径为 r.

在 Rt△OCP 中，$OC^2+CP^2=OP^2$.

∵ $BP=1, CP=\sqrt{5}$,

∴ $r^2+(\sqrt{5})^2=(r+1)^2$. ………………………………4 分

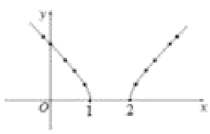
解得 $r=2$.

∴⊙O 的半径为 2. ………………………………5 分

② $\frac{2\sqrt{14}}{3}$. ………………………………7 分

28. 解：（1）$x\le 1$或$x\ge 2$； ………………………………2 分

（2）如图所示：

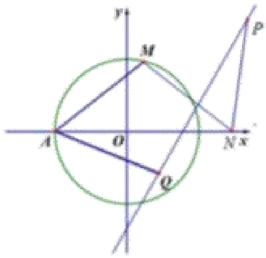


………………………………5 分

$x_1<x_3<x_4<x_2$. ………………………………7 分

29. 解：（1）60 ………………………………2 分

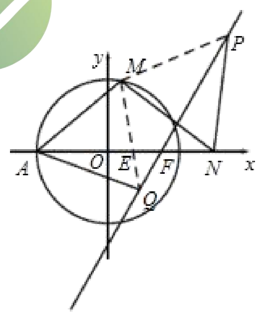
（2）



……………………………………………………3 分

连接 MQ,MP .记 MQ,PQ 分别交 x 轴于 E,F .

∵将点 M 绕点 A 顺时针旋转 60°得到点 Q，将点 M 绕点 N 顺时针旋转 60°得到点 P，



∴△ MAQ 和 △ MNP 均为等边三角形. ………………4 分

∴ $MA=MQ$，$MN=MP$，$\angle AMQ=\angle NMP=60°$.

∴ $\angle AMN=\angle QMP$.

∴△ MAN ≌△ MQP . ……………………………………5 分

∴ $\angle MAN=\angle MQP$.

∵ $\angle AEM=\angle QEF$ ，

∴ $\angle QFE=\angle AMQ=60°$.

∴ $\alpha=60°$. ………………………………………………6 分

（3）（$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{1}{2}$）或（$-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$-\frac{1}{2}$）. …………………………8 分