

2015-2016 学年北京市人大附中初二上学期期中数学试题

一、选择题：（每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列四个图形中不是轴对称图形的是 ( ).



A.

B.

C.

D.

2. 若分式  $\frac{x-4}{x+2}$  的值为 0，则  $x$  的值为 ( ).

A. -2

B. 4

C. -2 或 4

D. 无法确定

3. 在下列运算中，正确的是 ( ).

A.  $a^5 + a^5 = 2a^5$

B.  $(a^2)^3 = a^5$

C.  $a^6 \div a^2 = a^3$

D.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$

4. 在直角坐标系中，点  $M(1,2)$  关于  $y$  轴对称的点的坐标为 ( ).

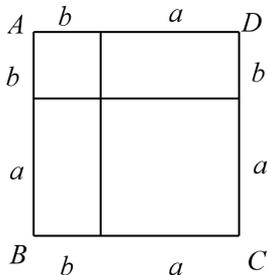
A. (1,-2)

B. (2,-1)

C. (-1,2)

D. (-1,-2)

5. 如图，通过计算正方形  $ABCD$  的面积，可以说明下列哪个等式成立 ( ).



A.  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

B.  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

C.  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

D.  $a(a-b) = a^2 - ab$

6. 若  $x+p$  与  $x+2$  的乘积中不含  $x$  的一次项，则  $p$  的值为 ( ).

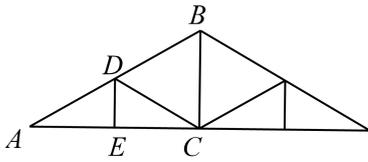
A. 2

B. -2

C. 1

D. 0

7. 右图是屋架设计图的一部分，点  $D$  是斜架  $AB$  的中点，立柱  $BC$ ， $DE$  分别垂直横梁  $AC$ ， $AB=8\text{cm}$ ， $\angle A=30^\circ$ ，则  $DE$  等于 ( ).

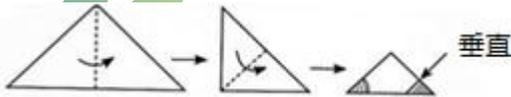


- A. 1cm                      B. 2cm                      C. 3cm                      D. 4cm

8. 如图,  $BD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线,  $DE \parallel BC$ ,  $DE$  交  $AB$  于  $E$ , 若  $AB = BC$ , 则下列结论中错误的是 ( ).

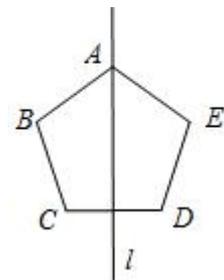
- A.  $BD \perp AC$               B.  $\angle A = \angle EDA$               C.  $2AD = BC$               D.  $BE = ED$

9. 将一个等腰直角三角形对折后再对折, 得到如图所示的图形, 然后将阴影部分剪掉, 把剩余部分展开后的平面图形是 ( ).



- A.                      B.                      C.                      D.

10. 如图所示, 在正五边形的对称轴直线  $l$  上找点  $P$ , 使得  $\triangle PCD$ 、 $\triangle PDE$  均为等腰三角形, 则满足条件的点  $P$  有 ( ).



- A. 4个                      B. 5个                      C. 6个                      D. 7个

二、填空题: (19 题后两空各一分, 其余每空 2 分, 共 20 分)

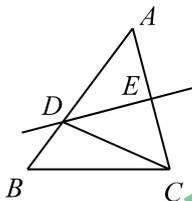
11. 计算  $(\pi - 3)^0$  的结果是\_\_\_\_\_.

12. 如果分式  $\frac{1}{x-5}$  有意义, 那么  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

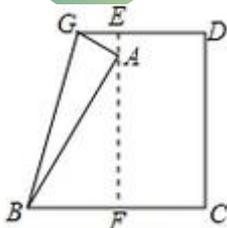
13.  $3^{2016} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{2015} =$ \_\_\_\_\_.

14. 已知  $x+y=7$ ,  $xy=7$ , 则  $x^2+y^2$  的值是\_\_\_\_\_.

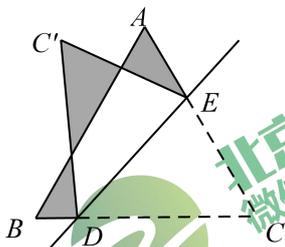
15. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $DE$  是  $AC$  的垂直平分线,  $AB=6\text{cm}$ ,  $BC=4\text{cm}$ , 则  $\triangle BCD$  的周长为\_\_\_\_\_.



16. 如图, 将正方形纸片对折, 折痕为  $EF$ , 展开后继续折叠, 使点  $A$  落在  $EF$  上, 折痕为  $GB$ , 则  $\angle ABG$  的度数为\_\_\_\_\_.



17. 如图, 等边  $\triangle ABC$  中,  $AB=5$ ,  $D$ 、 $E$  分别是  $BC$ 、 $AC$  上的点, 将  $\triangle EDC$  沿直线  $DE$  翻折后, 点  $C$  落在点  $C'$  处, 且点  $C'$  在  $\triangle ABC$  的外部, 则图中阴影部分的周长为\_\_\_\_\_.



18. 对于实数  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , 规定一种运算  $\left| \begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix} \right| = ad - bc$ , 如  $\left| \begin{matrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{matrix} \right| = 1 \times (-2) - 0 \times 2 = -2$ ,

那么当  $\left| \begin{matrix} (x+1) & (x+2) \\ (x-3) & (x-1) \end{matrix} \right| = 27$  时, 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

专注北京中考升学

19. 平面直角坐标系中有一点  $A(1,1)$  对点  $A$  进行如下操作:

第一步, 做点  $A$  关于  $x$  轴的对称点  $A_1$ , 延长线段  $AA_1$  到点  $A_2$ , 使得  $2A_1A_2 = AA_1$ ;

第二步, 做点  $A_2$  关于  $y$  轴的对称点  $A_3$ , 延长线段  $A_2A_3$  到点  $A_4$ , 使得  $2A_3A_4 = A_2A_3$ ;

第三步, 做点  $A_4$  关于  $x$  轴的对称点  $A_5$ , 延长线段  $A_4A_5$  到点  $A_6$ , 使得  $2A_5A_6 = A_4A_5$ ;

.....

则点  $A_2$  的坐标为 \_\_\_\_\_, 点  $A_{2015}$  的坐标为 \_\_\_\_\_;

若点  $A_n$  的坐标恰好为  $(4^m, 4^m)$  ( $m, n$  均为正整数), 请写出  $m$  和  $n$  的关系式 \_\_\_\_\_.

三、简答题: (每小题 4 分, 共 28 分)

20. 计算: (1)  $x^4 \div x^2 + (x+6)(x-3)$ ; (2)

$(2x+y)(2x-y) + (x+2y)^2$ .

21. 分解因式: (1)  $5ax^2 - 5ay^2$ ; (2)  $9m^2n - 6mn + n$ .

22. 先化简, 再求值:

(1)  $(a^2b - 2ab^2 - b^3) \div b - (a+b)(3a+b)$ , 其中  $a=1.5, b=-1$ .

(2)  $(2x+1)^2 - x(x-1) + (x+2)(x-2)$ , 其中  $4x^2 + 5x - 1 = 0$ .

23. 尺规作图: 请做出线段  $AB$  的垂直平分线  $CD$ , 并说明作图依据.

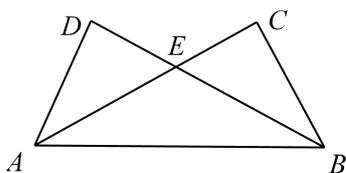


结论: \_\_\_\_\_;

作图依据: \_\_\_\_\_.

四、解答题: (每小题 4 分, 共 12 分)

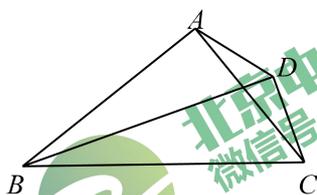
24. 如图,  $AD=BC$ ,  $AC$  与  $BD$  相交于点  $E$ , 且  $AC=BD$ , 求证:  $AE=BE$ .



25. 列方程解应用题:

如果一个正方形的边长增加4厘米,那么它的面积就增加40平方厘米,则这个正方形的边长是多少?

26. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $BD$ 为 $\angle ABC$ 的平分线, $CD \perp BD$ 于 $D$ ,且 $\angle DAC = \angle DCA$ ,请判断 $AB$ 和 $AC$ 的位置关系,并证明.



27. 阅读理解应用

待定系数法:设某一多项式的全部或部分系数为未知数,利用当两个多项式为恒等式时,同类项系数相等的原理确定这些系数,从而得到待求的值.

待定系数法可以应用到因式分解中,例如问题:因式分解 $x^3 - 1$ .

因为 $x^3 - 1$ 为三次多项式,若能因式分解,则可以分解成一个一次多项式和一个二次多项式的乘积.

故我们可以猜想 $x^3 - 1$ 可以分解成 $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + ax + b)$ ,展开等式右边得:

$x^3 + (a - 1)x^2 + (b - a)x - b$ ,根据待定系数法原理,等式两边多项式的同类项的对应系数相等,

$a - 1 = 0$ ,  $b - a = 0$ ,  $-b = -1$ ,可以求出 $a = 1$ ,  $b = 1$ .

所以 $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$ .

(1) 若 $x$ 取任意值,等式 $x^2 + 2x + 3 = x^2 + (3 - a)x + 3$ 恒成立,则 $a =$ \_\_\_\_\_;

(2) 已知多项式 $3x^3 + x^2 + 4x - 4$ 有因式 $3x - 2$ ,请用待定系数法求出该多项式的另一因式;

(3) 因式分解: $x^3 - 2x^2 - 2x + 1$ .

28. 已知,点 $D$ 是 $\triangle ABC$ 内一点,满足 $AD = AC$ .

(1) 已知 $\angle CAD = 2\angle BAD$ ,  $\angle ABD = 30^\circ$ .

①如图1,若 $\angle BAC = 60^\circ$ ,  $\angle ACB = 80^\circ$ ,请判断 $BD$ 和 $CD$ 的数量关系

(直接写出答案)

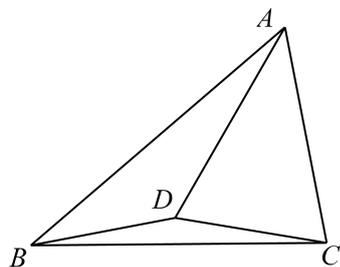


图1

②如图2当  $\angle BAC \neq 60^\circ$ ,  $\angle ACB \neq 80^\circ$  时, 请问①的结论还成立吗? 并说明理由.

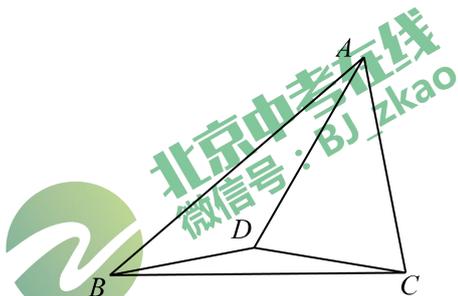


图2

(2) 如图3, 若  $\angle ACB = 2\angle ABC$ ,  $BD = CD$ , 试证明  $\angle CAD = 2\angle BAD$ .

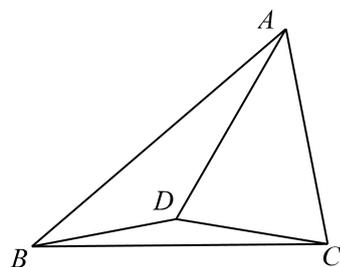
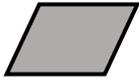


图3



### 2015-2016 学年北京市人大附中初二上学期期中数学试题解析

#### 一、选择题：（每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列四个图形中不是轴对称图形的是（ ）。



A.

B.

C.

D.

【答案】A

【解析】平行四边形不是轴对称图形。

2. 若分式  $\frac{x-4}{x+2}$  的值为 0，则  $x$  的值为（ ）。

A. -2

B. 4

C. -2 或 4

D. 无法确定

【答案】B

【解析】  $x-4=0$ ,  $x+2 \neq 0$ ,  $\therefore x=4$ .

3. 在下列运算中, 正确的是 ( ).

- A.  $a^5 + a^5 = 2a^5$       B.  $(a^2)^3 = a^5$       C.  $a^6 \div a^2 = a^3$       D.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$

【答案】 A

【解析】 幂的乘方底数不变指数相乘,  $(a^2)^3 = a^6$ , 故 B 错误;

同底数幂的除法底数不变指数相减,  $a^6 \div a^2 = a^4$ , 故 C 错误;

同底数幂的乘法底数不变指数相加,  $a^2 \cdot a^3 = a^5$ , 故 D 错误;

所以选 A.

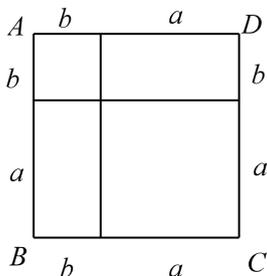
4. 在直角坐标系中, 点  $M(1,2)$  关于  $y$  轴对称的点的坐标为 ( ).

- A.  $(1,-2)$       B.  $(2,-1)$       C.  $(-1,2)$       D.  $(-1,-2)$

【答案】 C

【解析】 两点关于  $y$  轴对称, 纵坐标相同, 横坐标互为相反数.  $\therefore$  点  $M(1,2)$  关于  $y$  轴对称的点的坐标为  $(-1,2)$ .

5. 如图, 通过计算正方形  $ABCD$  的面积, 可以说明下列哪个等式成立 ( ).



A.  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

B.  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

C.  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

D.  $a(a-b) = a^2 - ab$

【答案】 A

【解析】 由图可知, 正方形  $ABCD$  的面积为  $(a+b)^2$ , 由两个面积为  $ab$  的矩形和两个面积分别为  $a^2$ ,  $b^2$  的正方形组成,  $\therefore$  得  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

6. 若  $x+p$  与  $x+2$  的乘积中不含  $x$  的一次项, 则  $p$  的值为 ( ).

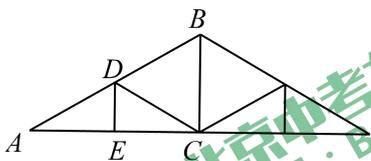
- A. 2                      B. -2                      C. 1                      D. 0

【答案】B

【解析】 $(x+p)(x+2) = x^2 + (p+2)x + 2p$ ,  $x+p$  与  $x+2$  的乘积中不含  $x$  的一次项,  $\therefore$

$$p+2=0, \quad p=-2.$$

7. 右图是屋架设计图的一部分, 点  $D$  是斜架  $AB$  的中点, 立柱  $BC$ ,  $DE$  分别垂直横梁  $AC$ ,  $AB=8\text{cm}$ ,  $\angle A=30^\circ$ , 则  $DE$  等于 ( ).



- A. 1cm                      B. 2cm                      C. 3cm                      D. 4cm

【答案】B

【解析】 $\because BC, DE$  分别垂直横梁  $AC$ ,

$\therefore BC \parallel DE$

$\because$  点  $D$  是斜架  $AB$  的中点,

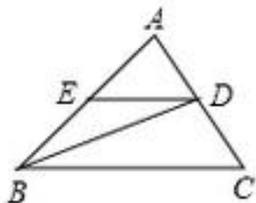
$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC,$$

$\because AB=8\text{cm}, \angle A=30^\circ,$

$\therefore BC=4\text{cm},$

$\therefore DE=2\text{cm}.$

8. 如图,  $BD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线,  $DE \parallel BC$ ,  $DE$  交  $AB$  于  $E$ , 若  $AB=BC$ , 则下列结论中错误的是 ( ).



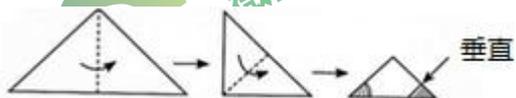
- A.  $BD \perp AC$                       B.  $\angle A = \angle EDA$                       C.  $2AD = BC$                       D.  $BE = ED$

【答案】C

【解析】 $\because BD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线,  $AB=BC$ ,  
 $\therefore AD=DC$ ,  $BD \perp AC$  (三线合一),  $\angle A=\angle C$   
 $\therefore DE \parallel BC$ ,  
 $\therefore \angle ADE=\angle C$ ,  $\angle EDB=\angle DBC$ ,  
 $\therefore \angle A=\angle EDA$ ,  
 $\therefore BD$  平分  $\angle ABC$ ,  
 $\therefore \angle ABD=\angle DBC$ ,  
 $\therefore \angle ADB=\angle EDB$ ,  
 $\therefore EB=ED$ .

若  $2AD=BC$ , 则  $AC=BC$ , 条件不充分, 与题意不符, 故 C 错.

9. 将一个等腰直角三角形对折后再对折, 得到如图所示的图形, 然后将阴影部分剪掉, 把剩余部分展开后的平面图形是 ( ).



A.

B.

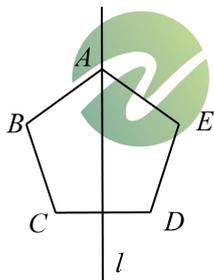
C.

D.

【答案】A

【解析】左侧阴影是一个圆心角为  $45^\circ$  的扇形, 展开后是半圆, 右侧阴影为等腰直角三角形, 展开后是直角, 故选 A.

10. 如图所示, 在正五边形的对称轴直线  $l$  上找点  $P$ , 使得  $\triangle PCD$ 、 $\triangle PDE$  均为等腰三角形, 则满足条件的点  $P$  有 ( ).



A. 4 个

B. 5 个

C. 6 个

D. 7 个

【答案】B

【解析】∵点P在对称轴直线l上，

∴PC=PD，此时△PCD为等腰三角形，

作DE的垂直平分线交直线l于一点P，此时PE=PD，

分别以D，E为圆心，DE长为半径作圆，交直线l于四点，此时△PCD、△PDE均为等腰三角形，

∴满足条件的点P有5个。

二、填空题：（19题后两空各一分，其余每空2分，共20分）

11. 计算 $(\pi-3)^0$ 的结果是\_\_\_\_\_。

【答案】1

【解析】任何非零实数的0次幂均为1。

12. 如果分式 $\frac{1}{x-5}$ 有意义，那么x的取值范围是\_\_\_\_\_。

【答案】 $x \neq 5$

【解析】分式 $\frac{1}{x-5}$ 有意义，即 $x-5 \neq 0$ ， $x \neq 5$ 。

13.  $3^{2016} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{2015} =$ \_\_\_\_\_。

【答案】3

【解析】 $3^{2016} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{2015} = 3 \times 3^{2015} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{2015} = 3 \times \left(3 \times \frac{1}{3}\right)^{2015} = 3$ 。

14. 已知 $x+y=7$ ， $xy=7$ ，则 $x^2+y^2$ 的值是\_\_\_\_\_。

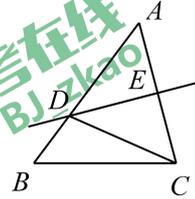
【答案】35

【解析】∵ $x+y=7$ ，

$$\therefore (x+y)^2 = 7^2 = 49,$$

$$\therefore x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 49 - 2 \times 7 = 35$$

15. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $DE$  是  $AC$  的垂直平分线,  $AB=6\text{cm}$ ,  $BC=4\text{cm}$ , 则  $\triangle BCD$  的周长为\_\_\_\_\_.



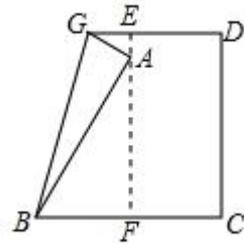
【答案】10cm

【解析】 $\because DE$  是  $AC$  的垂直平分线,

$$\therefore DC = DA,$$

$$\therefore \triangle BCD \text{ 的周长为 } BC + BD + CD = BC + BD + AD = BC + AB = 4 + 6 = 10(\text{cm})$$

16. 如图, 将正方形纸片对折, 折痕为  $EF$ , 展开后继续折叠, 使点  $A$  落在  $EF$  上, 折痕为  $GB$ , 则  $\angle ABG$  的度数为\_\_\_\_\_.



【答案】 $15^\circ$

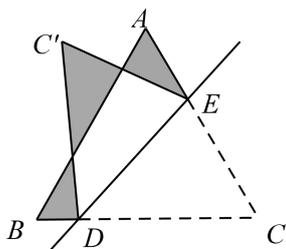
【解析】 $\because AF \perp BC$ ,  $BF = \frac{1}{2}AB$ ,

$$\therefore \angle BAF = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABG = \frac{1}{2}(90^\circ - 60^\circ) = 15^\circ.$$

17. 如图, 等边  $\triangle ABC$  中,  $AB=5$ ,  $D$ 、 $E$  分别是  $BC$ 、 $AC$  上的点, 将  $\triangle EDC$  沿直线  $DE$  翻折后, 点  $C$  落在点  $C'$  处, 且点  $C'$  在  $\triangle ABC$  的外部, 则图中阴影部分的周长为\_\_\_\_\_.



【答案】15

【解析】∵点  $C'$  和点  $C$  关于  $DE$  对称,

$$\therefore CE = C'E, C'D = CD,$$

∴阴影部分的周长即是  $\triangle ABC$  的周长.

$$\therefore \text{周长为 } 5 \times 3 = 15.$$

18. 对于实数  $a, b, c, d$ , 规定一种运算  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ , 如  $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & (-2) \end{vmatrix} = 1 \times (-2) - 0 \times 2 = -2$ ,

那么当  $\begin{vmatrix} (x+1) & (x+2) \\ (x-3) & (x-1) \end{vmatrix} = 27$  时, 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

【答案】22

【解析】由题意得:  $(x+1)(x-1) - (x-3)(x+2) = 27$ ,

$$\therefore x^2 - 1 - x^2 + x + 6 = 27,$$

$$\therefore x = 22$$

19. 平面直角坐标系中有一点  $A(1,1)$  对点  $A$  进行如下操作:

第一步, 做点  $A$  关于  $x$  轴的对称点  $A_1$ , 延长线段  $AA_1$  到点  $A_2$ , 使得  $2A_1A_2 = AA_1$ ;

第二步, 做点  $A_2$  关于  $y$  轴的对称点  $A_3$ , 延长线段  $A_2A_3$  到点  $A_4$ , 使得  $2A_3A_4 = A_2A_3$ ;

第三步, 做点  $A_4$  关于  $x$  轴的对称点  $A_5$ , 延长线段  $A_4A_5$  到点  $A_6$ , 使得  $2A_5A_6 = A_4A_5$ ;

.....

专注北京中考升学

则点  $A_2$  的坐标为\_\_\_\_\_，点  $A_{2015}$  的坐标为\_\_\_\_\_；

若点  $A_n$  的坐标恰好为  $(4^m, 4^n)$  ( $m, n$  均为正整数)，请写出  $m$  和  $n$  的关系式\_\_\_\_\_。

【答案】  $(1, -2)$ ；  $(2^{504}, 2^{505})$ ；  $m = n$  .

【解析】由题意得： $A_1(1, -1)$ ， $A_2(1, -2)$ ， $A_3(-1, -2)$ ， $A_4(-2, -2)$ ， $A_5(-2, 2)$ ， $A_6(-2, 4)$ ， $A_7(2, 4)$ ， $A_8(4, 4)$ ，

$\because 2015 \div 8 = 251$  余 7，

$\therefore$  点  $A_{2015}$  为第 252 循环组的第一象限的倒数第二个点，

$\therefore A_{2015}(2^{504}, 2^{505})$ ，

点  $A_n$  的坐标恰好为  $(4^m, 4^n)$  ( $m, n$  均为正整数)，

$\therefore m = n$  .

故答案为： $(1, -2)$ ；  $(2^{504}, 2^{505})$ ；  $m = n$  .

三、简答题：（每小题 4 分，共 28 分）

20. 计算：（1）  $x^4 \div x^2 + (x+6)(x-3)$ . (2)

$(2x+y)(2x-y) + (x+2y)^2$ .

【答案】

【解析】（1）  $x^4 \div x^2 + (x+6)(x-3)$

$$= x^2 + x^2 + 3x - 18$$

$$= 2x^2 + 3x - 18 .$$

（2）  $(2x+y)(2x-y) + (x+2y)^2$

$$= 4x^2 - y^2 + x^2 + 4xy + 4y^2$$

$$= 5x^2 + 4xy + 3y^2 .$$

21. 分解因式：（1）  $5ax^2 - 5ay^2$ .

（2）  $9m^2n - 6mn + n$  .

【答案】

【解析】(1)  $5ax^2 - 5ay^2$

$$= 5a(x+y)(x-y)$$

(2)  $9m^2n - 6mn + n$

$$= n(3m-1)^2$$

22. 先化简，再求值：

(1)  $(a^2b - 2ab^2 - b^3) \div b - (a+b)(3a+b)$ ，其中  $a=1.5$ ， $b=-1$ 。

【答案】

【解析】
$$= a^2 - 2ab - b^2 - 3a^2 - ab - 3ab - b^2$$

$$= -2a^2 - 6ab - 2b^2$$

代入  $a=1.5$ ， $b=-1$ ，

$$\begin{aligned} \text{原式} &= -2 \times 1.5^2 - 6 \times 1.5 \times (-1) - 2 \times (-1)^2 \\ &= -4.5 + 9 - 2 \\ &= 2.5 \end{aligned}$$

(2)  $(2x+1)^2 - x(x-1) + (x+2)(x-2)$ ，其中  $4x^2 + 5x - 1 = 0$ 。

【答案】

【解析】原式 
$$= 4x^2 + 4x + 1 - x^2 + x + x^2 - 4$$

$$= 4x^2 + 5x - 3$$

$$= 1 - 3$$

$$= -2$$

23. 尺规作图：请做出线段  $AB$  的垂直平分线  $CD$ ，并说明作图依据。

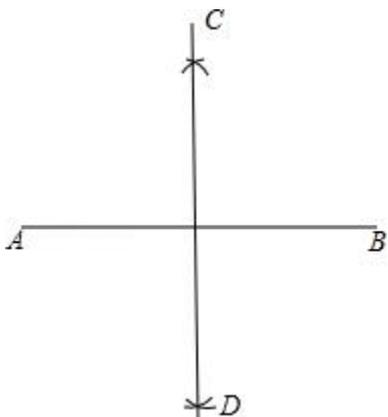


结论：\_\_\_\_\_；

作图依据：\_\_\_\_\_。

【答案】

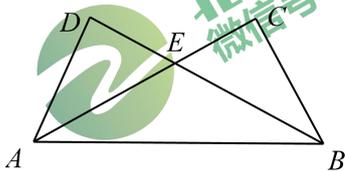
【解析】



作图依据：与一条线段两个端点距离相等的点，在这条线段的垂直平分线上。

四、解答题：（每小题4分，共12分）

24.如图， $AD=BC$ ， $AC$ 与 $BD$ 相交于点 $E$ ，且 $AC=BD$ ，求证： $AE=BE$ 。



【答案】

【解析】证明：在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BAC$ 中，

$$\begin{cases} AD=BC \\ AB=BA, \\ AC=BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle BAC \text{ (SSS)}$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ABD$$

$$\therefore AE = BE.$$

25. 列方程解应用题：

如果一个正方形的边长增加4厘米，那么它的面积就增加40平方厘米，则这个正方形的边长是多少？

【答案】3厘米。

【解析】设这个正方形的边长是 $x$ 厘米，

由题意得：

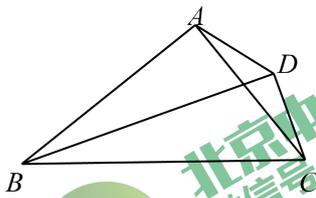
$$(x+4)^2 - x^2 = 40$$

解得：

$$x = 3,$$

∴这个正方形的边长是3厘米.

26. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $BD$  为  $\angle ABC$  的平分线,  $CD \perp BD$  于  $D$ , 且  $\angle DAC = \angle DCA$ , 请判断  $AB$  和  $AC$  的位置关系, 并证明.



【答案】

【解析】 $AB \perp AC$ .

证明:  $\because BD$  为  $\angle ABC$  的平分线,

$$\therefore \angle ABD = \angle DBC,$$

$$\because CD \perp BD,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\because BD = BD,$$

$$\therefore \triangle BCD \cong \triangle BED(ASA)$$

$$\therefore CD = ED,$$

$$\because \angle DAC = \angle DCA,$$

$$\therefore DA = DC,$$

$$\therefore DA = DC = DE,$$

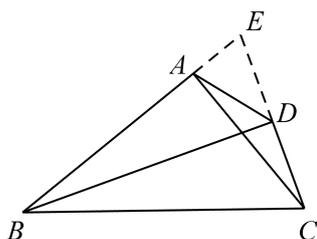
$$\therefore \angle E = \angle DAE,$$

$$\because \angle E + \angle DAE + \angle DAC + \angle DCA = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD + \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore AB \perp AC.$$



27. 阅读理解应用

待定系数法：设某一多项式的全部或部分系数为未知数，利用当两个多项式为恒等式时，同类项系数相等的原理确定这些系数，从而得到待求的值。

待定系数法可以应用到因式分解中，例如问题：因式分解  $x^3 - 1$ 。

因为  $x^3 - 1$  为三次多项式，若能因式分解，则可以分解成一个一次多项式和一个二次多项式的乘积。

故我们可以猜想  $x^3 - 1$  可以分解成  $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + ax + b)$ ，展开等式右边得：

$x^3 + (a - 1)x^2 + (b - a)x - b$ ，根据待定系数法原理，等式两边多项式的同类项的对应系数相等，

$a - 1 = 0$ ， $b - a = 0$ ， $-b = -1$ ，可以求出  $a = 1$ ， $b = 1$ 。

所以  $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$ 。

- (1) 若  $x$  取任意值，等式  $x^2 + 2x + 3 = x^2 + (3 - a)x + 3$  恒成立，则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 已知多项式  $3x^3 + x^2 + 4x - 4$  有因式  $3x - 2$ ，请用待定系数法求出该多项式的另一因式；
- (3) 因式分解： $x^3 - 2x^2 - 2x + 1$ 。

【答案】(1) 1；

(2)  $x^2 + x + 2$ ；

(3)  $x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = (x + 1)(x^2 - 3x + 1)$ 。

【解析】(1) 由题意得： $2 = 3 - a$ ， $\therefore a = 1$ 。

(2) 设  $3x^3 + x^2 + 4x - 4 = (3x - 2)(x^2 + ax + 2) = 3x^3 + (3a - 2)x^2 + (6 - 2a)x - 4$ ，

则  $3a - 2 = 1$ ， $6 - 2a = 4$ ，

$\therefore a = 1$ ，

$\therefore$  另一个因式为  $x^2 + x + 2$ 。

(3) 设  $x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = (x + 1)(x^2 + bx + 1) = x^3 + (b + 1)x^2 + (b + 1)x + 1$ ，

$\therefore b + 1 = -2$ ，

$$\therefore b = -3$$

$$\therefore x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = (x+1)(x^2 - 3x + 1).$$

28. 已知，点  $D$  是  $\triangle ABC$  内一点，满足  $AD = AC$ .

(1) 已知  $\angle CAD = 2\angle BAD$ ， $\angle ABD = 30^\circ$ .

①如图1，若  $\angle BAC = 60^\circ$ ， $\angle ACB = 80^\circ$ ，请判断  $BD$  和  $CD$  的数量关系  
(直接写出答案)

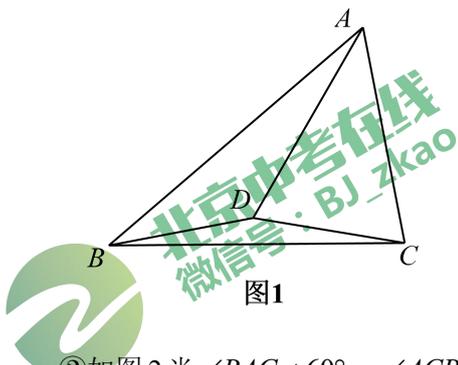


图1

②如图2当  $\angle BAC \neq 60^\circ$ ， $\angle ACB \neq 80^\circ$  时，请问①的结论还成立吗？并说明理由.

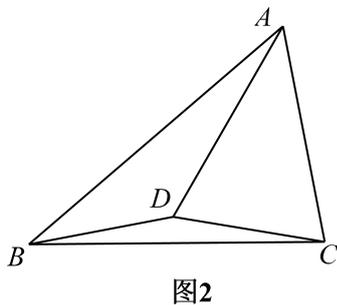


图2

(2) 如图3，若  $\angle ACB = 2\angle ABC$ ， $BD = CD$ ，试证明  $\angle CAD = 2\angle BAD$ .

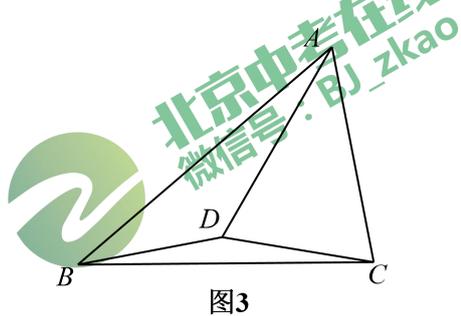


图3

【答案】

【解析】(1) ①  $BD = CD$ .

$$\because \angle CAD = 2\angle BAD, \angle BAC = 60^\circ,$$

$\therefore \angle DAC = 40^\circ, \angle BAD = 20^\circ,$   
 $\therefore AD = AC,$   
 $\therefore \angle ADC = \angle ACD = 70^\circ,$   
 $\therefore \angle ACB = 80^\circ,$   
 $\therefore \angle ABC = 40^\circ, \angle DCB = 80^\circ - 70^\circ = 10^\circ,$   
 $\therefore \angle ABD = 30^\circ,$   
 $\therefore \angle DBC = 10^\circ,$   
 $\therefore \angle DBC = \angle DCB,$   
 $\therefore BD = DC.$

②成立.

过点  $A$  作  $AE \perp CD$  于  $E$ , 过点  $D$  作  $DF \perp AB$  于  $F$ ,  
在  $\text{Rt}\triangle ADE$  和  $\text{Rt}\triangle ACE$  中,

$$\begin{cases} AD = AC \\ AE = AE \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle ACE(\text{HL})$

$\therefore DE = EC, \angle DAE = \angle CAE,$

$\therefore \angle CAD = 2\angle BAD,$

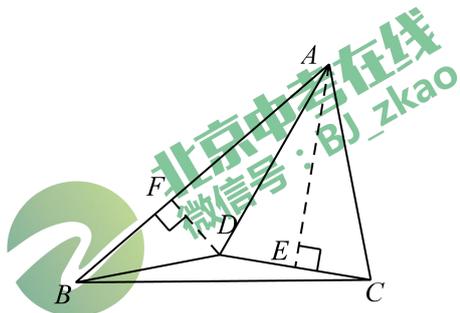
$\therefore \angle FAD = \angle EAD,$

$\therefore DF = DE,$

$\therefore \angle ABD = 30^\circ,$

$\therefore BD = 2DF,$

$\therefore BD = DC.$



(2) 作  $\angle EBC = \angle ACB$ , 使  $EB = AC$ , 连接  $AE$ , 则四边形  $AEBC$  是等腰梯形,

$\therefore AE \parallel BC,$

$\therefore \angle EAB = \angle ABC,$

$$\therefore \angle ACB = 2\angle ABC,$$

$$\therefore \angle EBA = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle EBA = \angle EAB,$$

$$\therefore EB = EA,$$

$$\therefore EA = AC = AD,$$

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle DCB,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle ACD,$$

在  $\triangle BDE$  和  $\triangle CDA$  中,

$$\begin{cases} BE = AC \\ BD = CD \\ \angle EBD = \angle ACD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDA \text{ (SAS)},$$

$$\therefore ED = AD,$$

$$\therefore ED = AD = EA,$$

$\therefore \triangle ADE$  是等边三角形,

$$\therefore \angle DAE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 60^\circ - \angle EAB = 60^\circ - \angle ABC,$$

$$\therefore 2\angle BAD = 120^\circ - 2\angle ABC = 120^\circ - \angle ACB,$$

$$\therefore AE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle EAC = 180^\circ - (60^\circ + \angle DAC),$$

$$\therefore 2\angle BAD = 120^\circ - 180^\circ + 60^\circ + \angle DAC = \angle DAC.$$

