

数学学科

考生须知

1. 本试卷共 8 页，共 3 道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 90 分钟。
2. 答案一律在答题纸上用黑色字迹签字笔作答。

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）第 1-10 题均有四个选项，符合题意的只有一个。

1. 4 的算术平方根是 ( )

- A. 16                      B. 2                      C.  $\pm 2$                       D.  $\sqrt{2}$

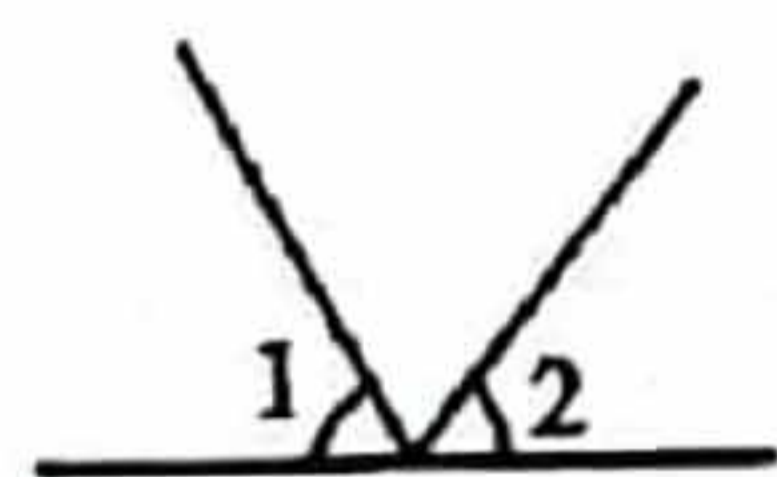
2. 在平面直角坐标系中，点  $P(3,2)$  在 ( )

- A. 第一象限              B. 第二象限              C. 第三象限              D. 第四象限

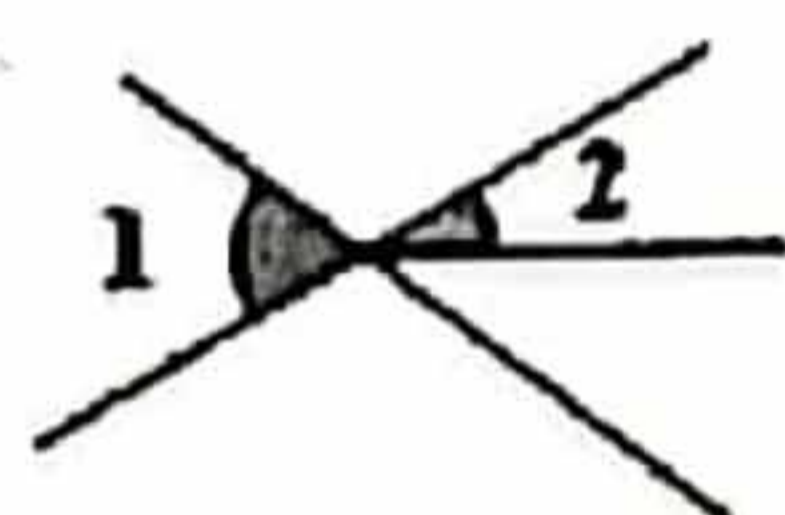
3. 在实数  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{9}$ , 3.1415,  $\frac{23}{7}$  中，无理数是 ( )

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{9}$                       C. 3.1415                      D.  $\frac{23}{7}$

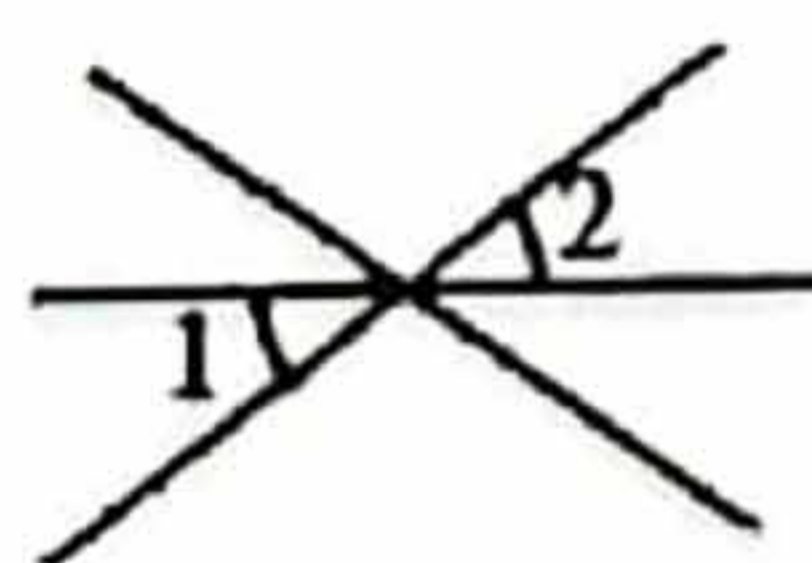
4. 下面四个图形中， $\angle 1$  与  $\angle 2$  是对顶角的是 ( )



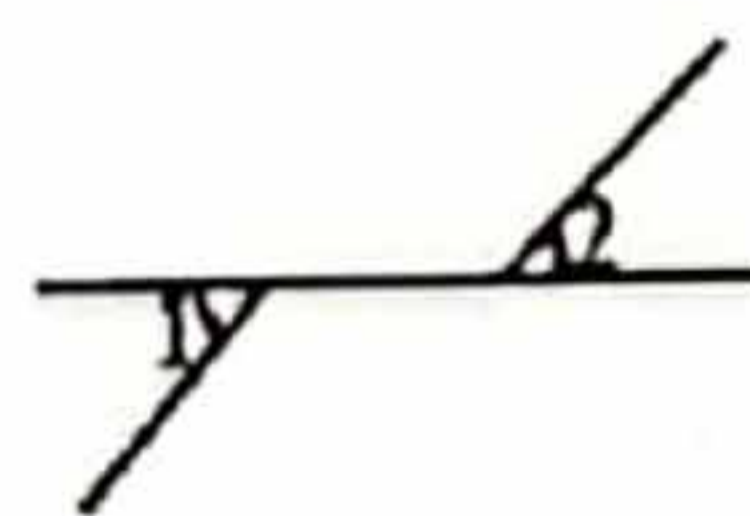
A.



B.



C.



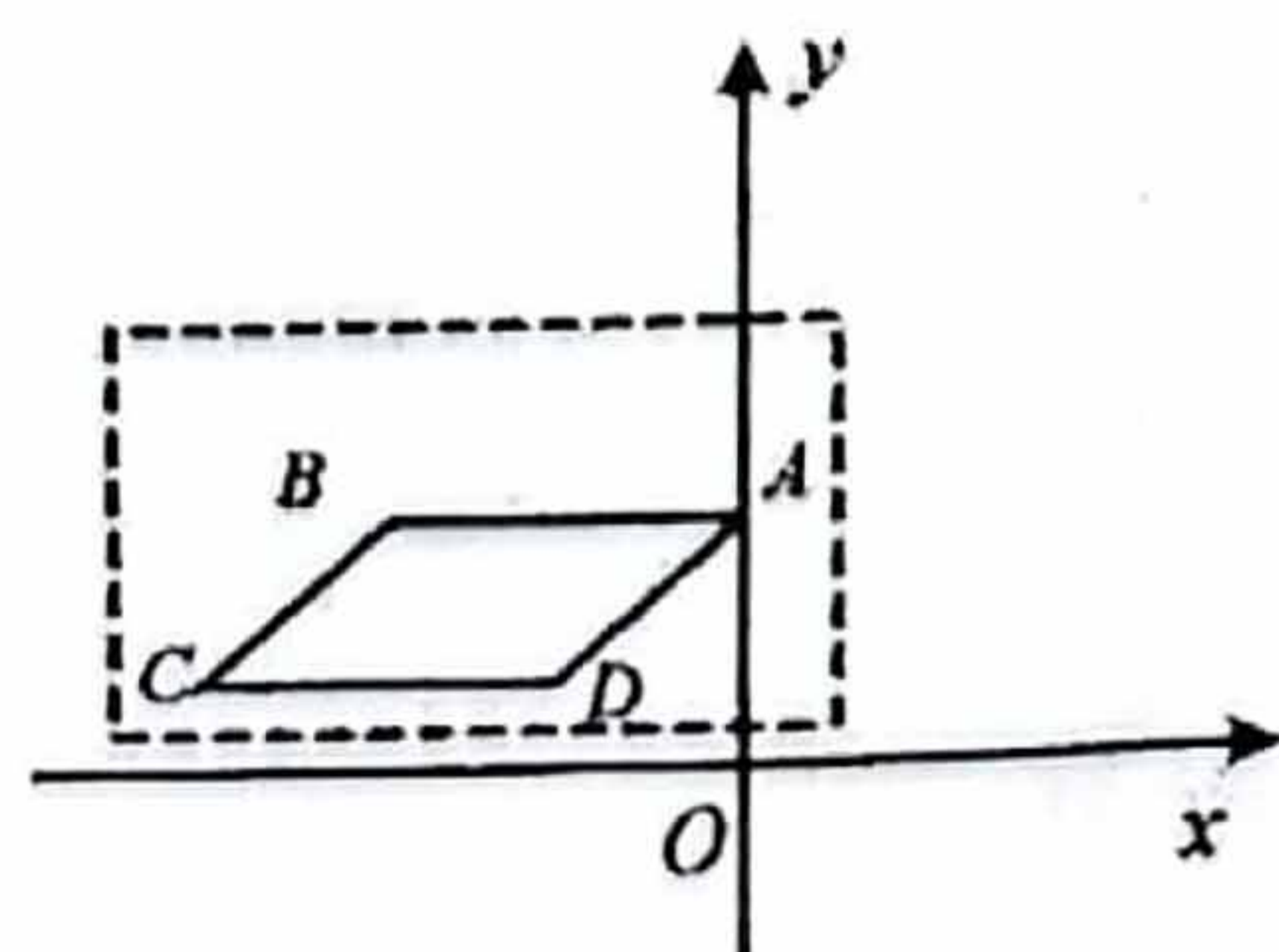
D.

5. 在平面直角坐标系中，点  $B(2,3)$  到  $x$  轴的距离为 ( )

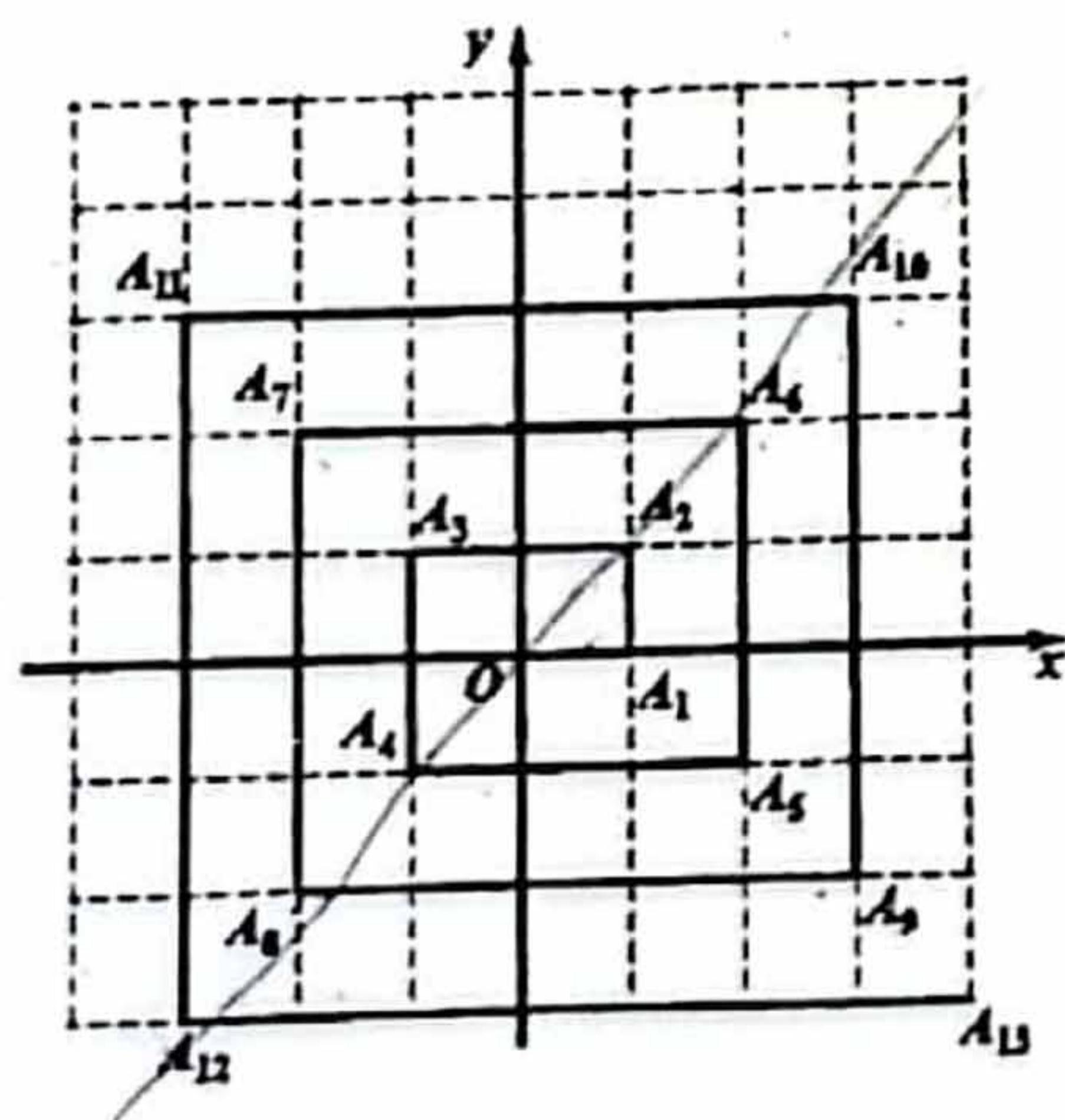
- A. 3                      B. 2                      C. -3                      D. -2

6. 在如图所示的平面直角坐标系内，画在透明胶片上的平行四边形  $ABCD$ ，点  $A$  的坐标是  $(0,2)$ ，现将这张胶片平移，使点  $A$  落在点  $A'(3,-1)$  处，则此平移可以是 ( )

- A. 向右平移 3 个单位，再向下平移 1 个单位    B. 向右平移 3 个单位，再向下平移 3 个单位  
C. 向左平移 3 个单位，再向下平移 1 个单位    D. 向左平移 3 个单位，再向下平移 3 个单位



6 题图



9 题图

7. 估算  $\sqrt{15}$  的值在 ( )

- A. 6 和 7 之间              B. 5 和 6 之间              C. 4 和 5 之间              D. 3 和 4 之间



8. 已知命题：①如果 $|x|=x$ ，那么 $x>0$ ；②如果 $a^2=9$ ，那么 $a=3$ ；③等角的余角相等；

④两个相等的角是对顶角。其中真命题有（ ）

- A. 1个                      B. 2个                      C. 3个                      D. 4个

9. 如图， $A_1(1,0)$ ， $A_2(1,1)$ ， $A_3(-1,1)$ ， $A_4(-1,-1)$ ， $A_5(2,-1)$ ，... 按此规律，点 $A_{2022}$ 的坐标为（ ）

- A. (505,505)              B. (506,-505)              C. (506,506)              D. (-506,506)

10. 在数轴上有三个互不重合的点 $A$ ， $B$ ， $C$ ，它们代表的实数分别为 $a$ ， $b$ ， $c$ ，下列结论中：

- ①若 $abc>0$ ，则 $A$ ， $B$ ， $C$ 三点中，至少有一个点在原点右侧；  
 ②若 $a+b+c=0$ ，则 $A$ ， $B$ ， $C$ 三点中，至少有一个点在原点右侧；  
 ③若 $a+c=2b$ ，则点 $B$ 为线段 $AC$ 的中点；  
 ④ $O$ 为坐标原点且 $A$ ， $B$ ， $C$ 均不与 $O$ 重合，若 $OB-OC=AB-AC$ ，则 $bc>0$ 。

所有正确结论的序号是（ ）

- A. ①②                      B. ③④                      C. ①②③                      D. ①②③④

二、填空题（本题共15分，11-16每小题2分，17题3分）

11.  $-\sqrt{3}$ 的相反数是\_\_\_\_\_，绝对值是\_\_\_\_\_。

12. 已知 $(x-1)^2 + \sqrt{y} = 0$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 比大小： $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  \_\_\_\_\_ 0.5. (填“>”、“=”、“<”)

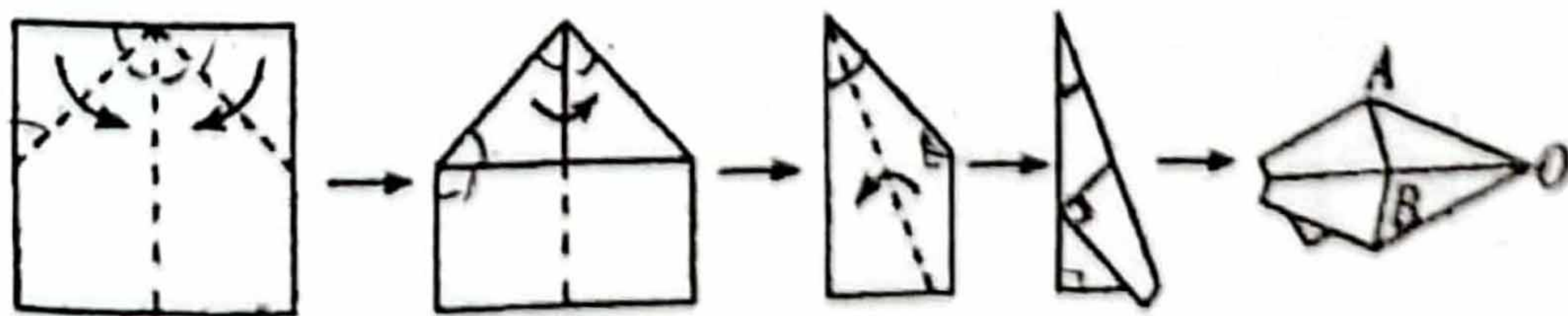
14. 把命题“内错角相等，两直线平行”改写成“如果……，那么……”的形式：

如果\_\_\_\_\_，那么\_\_\_\_\_。

15. 如图，已知线段 $AB$ 上有两点 $C$ ， $D$ ，且 $AC:CD:DB=2:3:4$ ， $E$ ， $F$ 分别为 $AC$ ， $DB$ 的中点， $EF=2.4cm$ ，则 $AB = \underline{\hspace{2cm}} cm$ .



16. 如图，小明将一张正方形纸片按如图所示的顺序折叠成纸飞机，当机翼展开在同一平面时（机翼间无缝隙），图中 $\angle AOB = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。

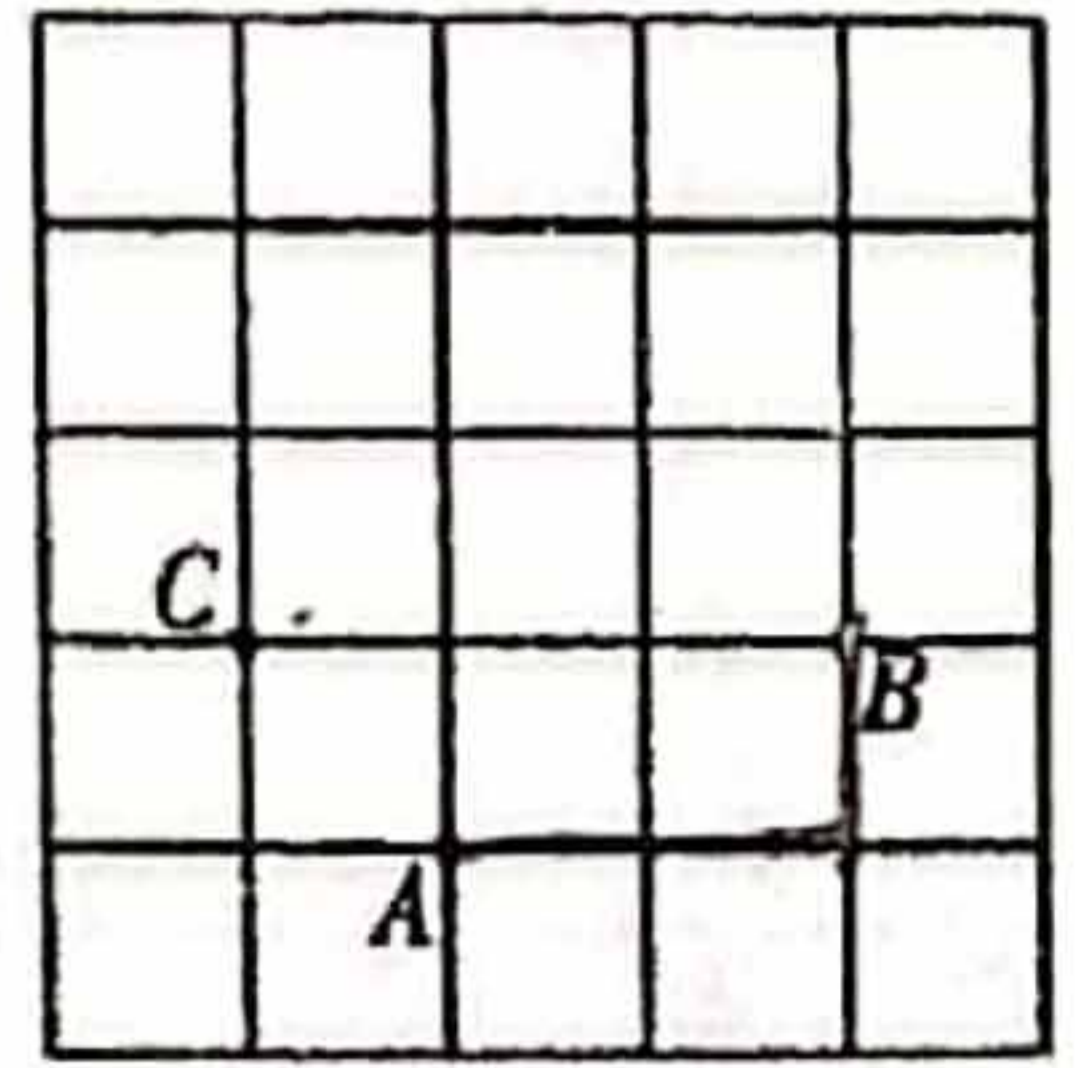


17. 已知整点（横纵坐标都是整数） $P$ 在平面直角坐标系内做“跳马运动”（即中国象棋“日”字型跳跃）。例如：如图，从点 $A$ 做一次“跳马运动”，可以到点 $B$ ，但是到达不了点 $C$ 。设 $P_0$ 做一次跳马运动到点 $P_1$ ，做第二次跳马运动到点 $P_2$ ，做第三次跳马运动到点 $P_3$ ，...，如此依次进行。

(1) 若 $P_0(1,0)$ ，则 $P_1$ 可能是下列的点 \_\_\_\_\_。

$D(-1,2)$ ； $E(-2,0)$ ； $F(0,2)$

(2) 已知点 $P_0(4,2)$ ， $P_2(1,3)$ ，则点 $P_1$ 的所有可能坐标为 \_\_\_\_\_。



三、解答题（本题共 55 分，第 18, 19 每小题各 6 分，20, 21, 22, 23, 26 每小题 4 分，第 24, 25 题，每小题 5 分，第 27 题 6 分，28 题 7 分）

18. 计算： (1)  $\sqrt{16} + \sqrt[3]{-27}$  (2)  $2(\sqrt{3}+1) + |\sqrt{3}-2|$ .

解：

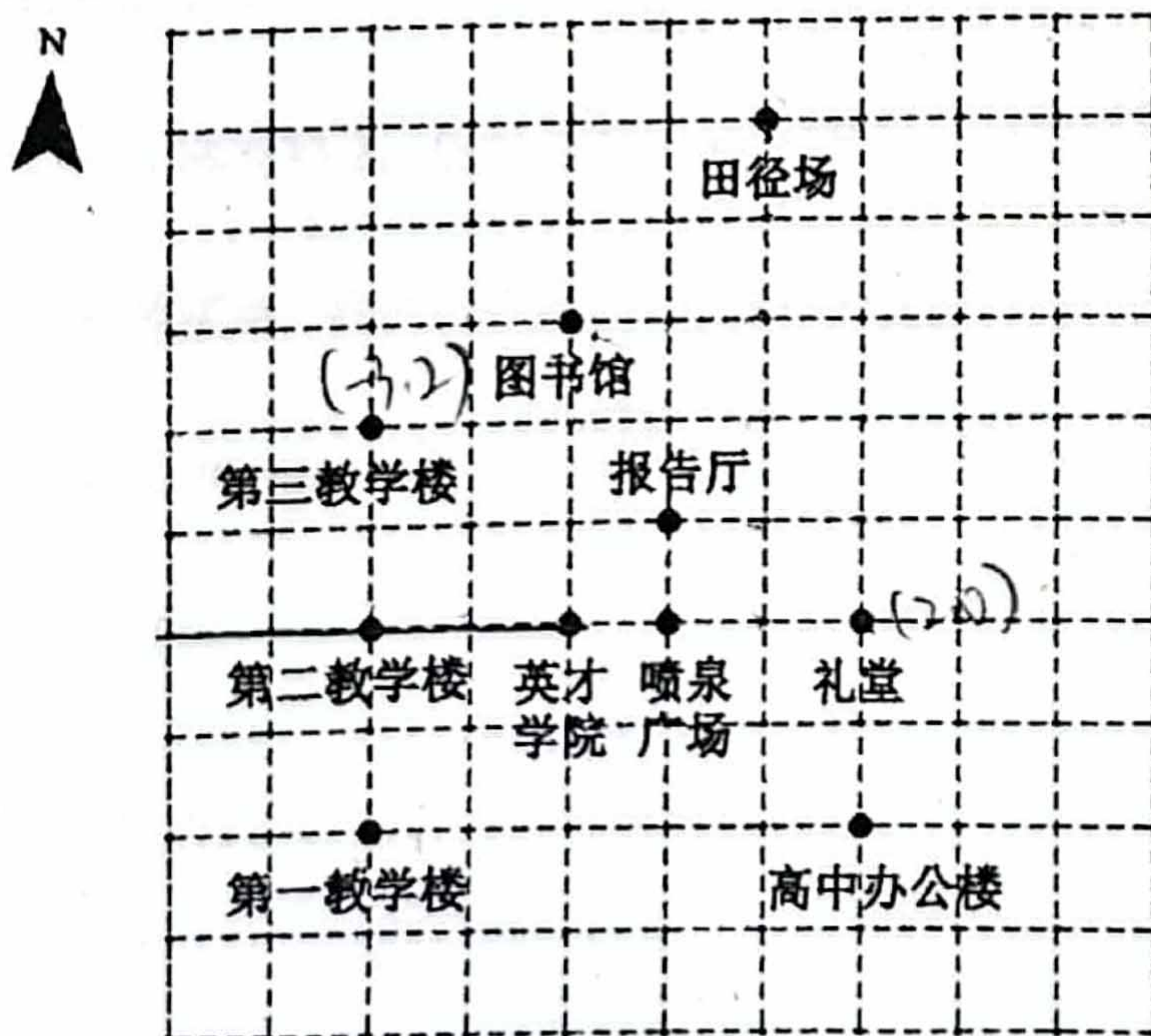
19. 求出下列等式中  $x$  的值：

(1)  $5x^2 = 35$ ;

(2)  $\frac{x^3}{8} + 2 = 3$ .

解：

20. 下图是一零一校园内一些地点的分布示意图，在图中，分别以正东、正北方向为  $x$  轴、 $y$  轴的正方向建立平面直角坐标系。当表示礼堂的点的坐标为  $(2,0)$ ，表示第三教学楼的点的坐标为  $(-3,2)$  时，在图中画出平面直角坐标系，并写出田径场、图书馆和第一教学楼的坐标。

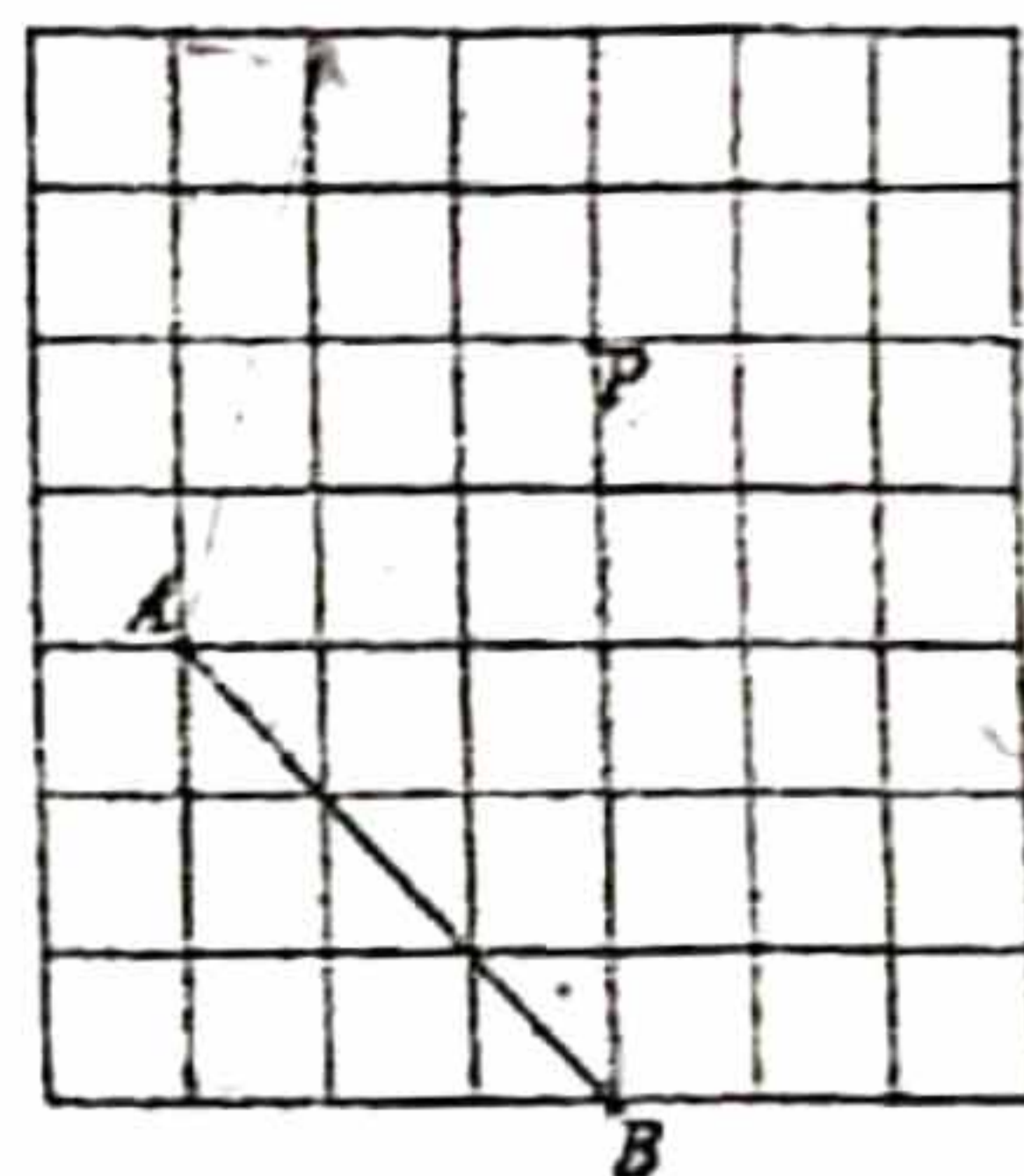


21. 如图，在方格纸中有一条线段  $AB$  和一格点  $P$ ，仅用直尺完成下列问题：

(1) 过点  $P$  画直线  $l \parallel AB$ ；

(2) 在图中方格纸中，有不同于点  $P$  的格点  $M$ ，使  $\triangle ABM$  的面积等于  $\triangle ABP$  的面积，符合条件的格点  $M$  共有 \_\_\_\_\_ 个；

(3) 在线段  $AB$  上找一点  $N$ ，使得  $AN + PN + BN$  距离和最小。



22. 若实数  $a+9$  的一个平方根是  $-5$ ， $2b-a$  的立方根是  $-2$ ，求  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  的值。

23. 完成下面的证明过程：

已知：如图， $\angle D = 120^\circ$ ， $\angle EFD = 60^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，求证： $\angle 3 = \angle B$



证明： $\because \angle D = 120^\circ$ ， $\angle EFD = 60^\circ$ （已知）

$$\therefore \angle D + \angle EFD = 180^\circ$$

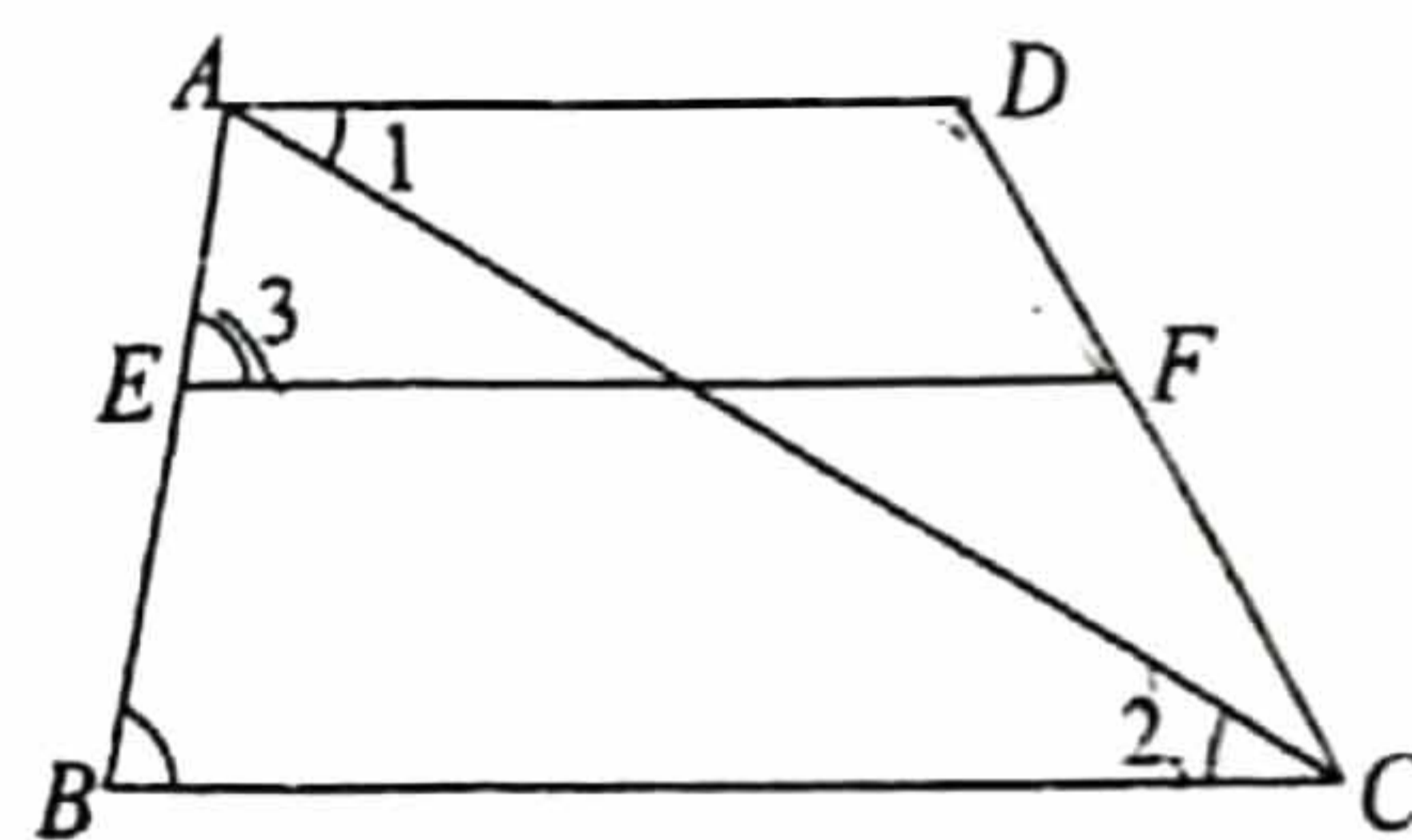
$$\therefore AD \parallel EF \text{ ( )}$$

又： $\because \angle 1 = \angle 2$ （已知）

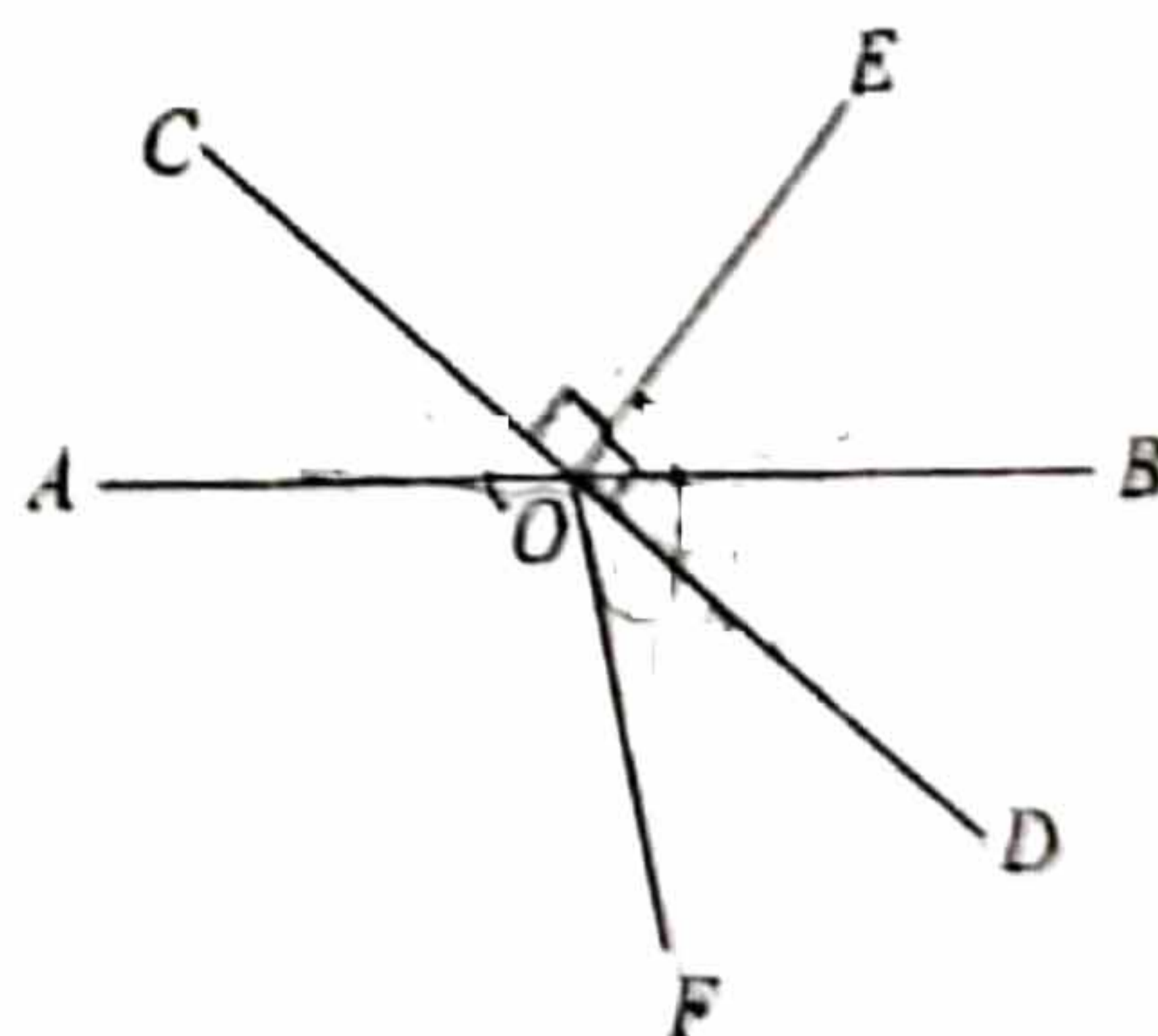
$$\therefore \underline{\quad} \parallel BC \text{ (内错角相等，两直线平行)}$$

$$\therefore EF \parallel BC \text{ ( )}$$

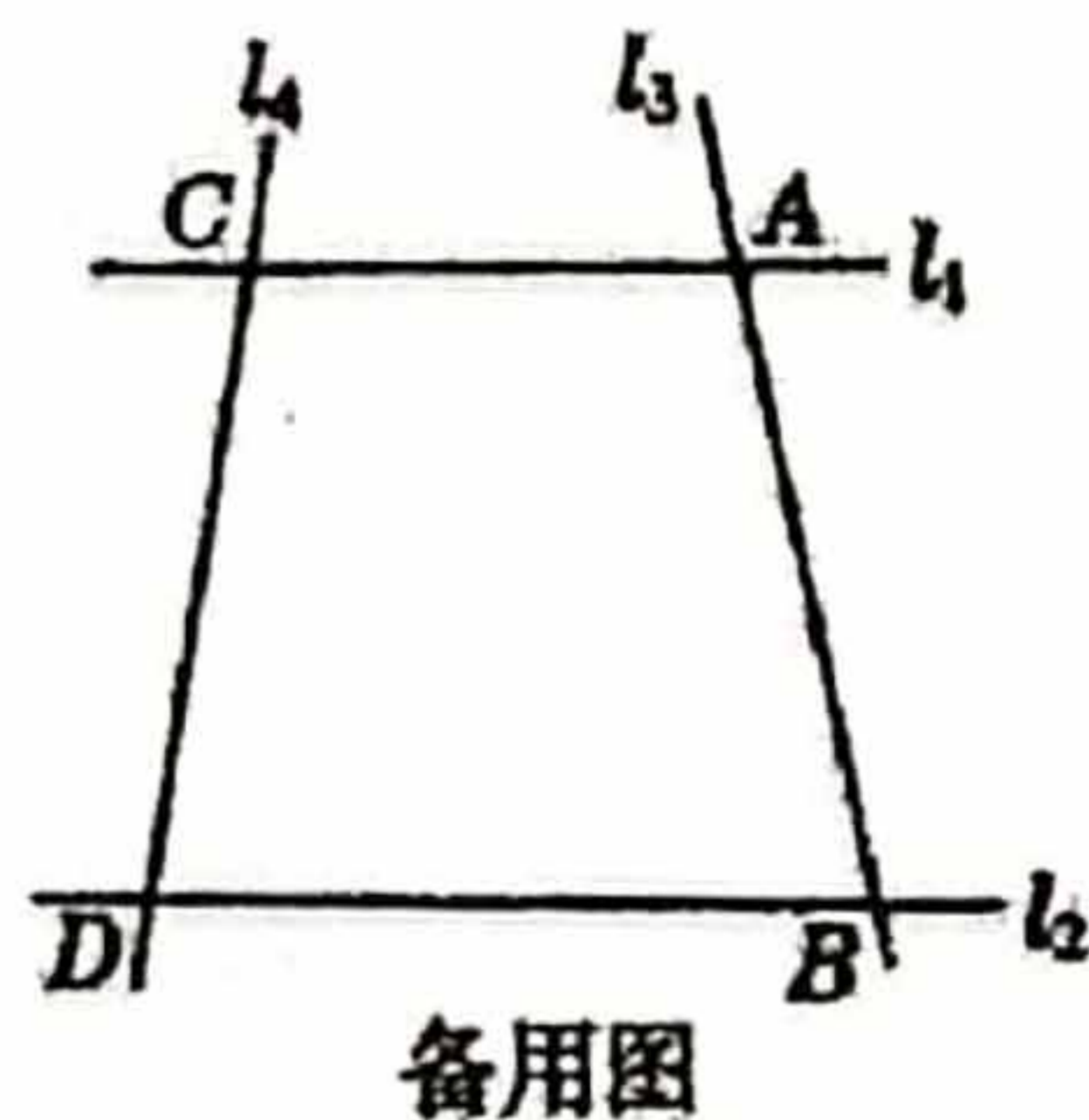
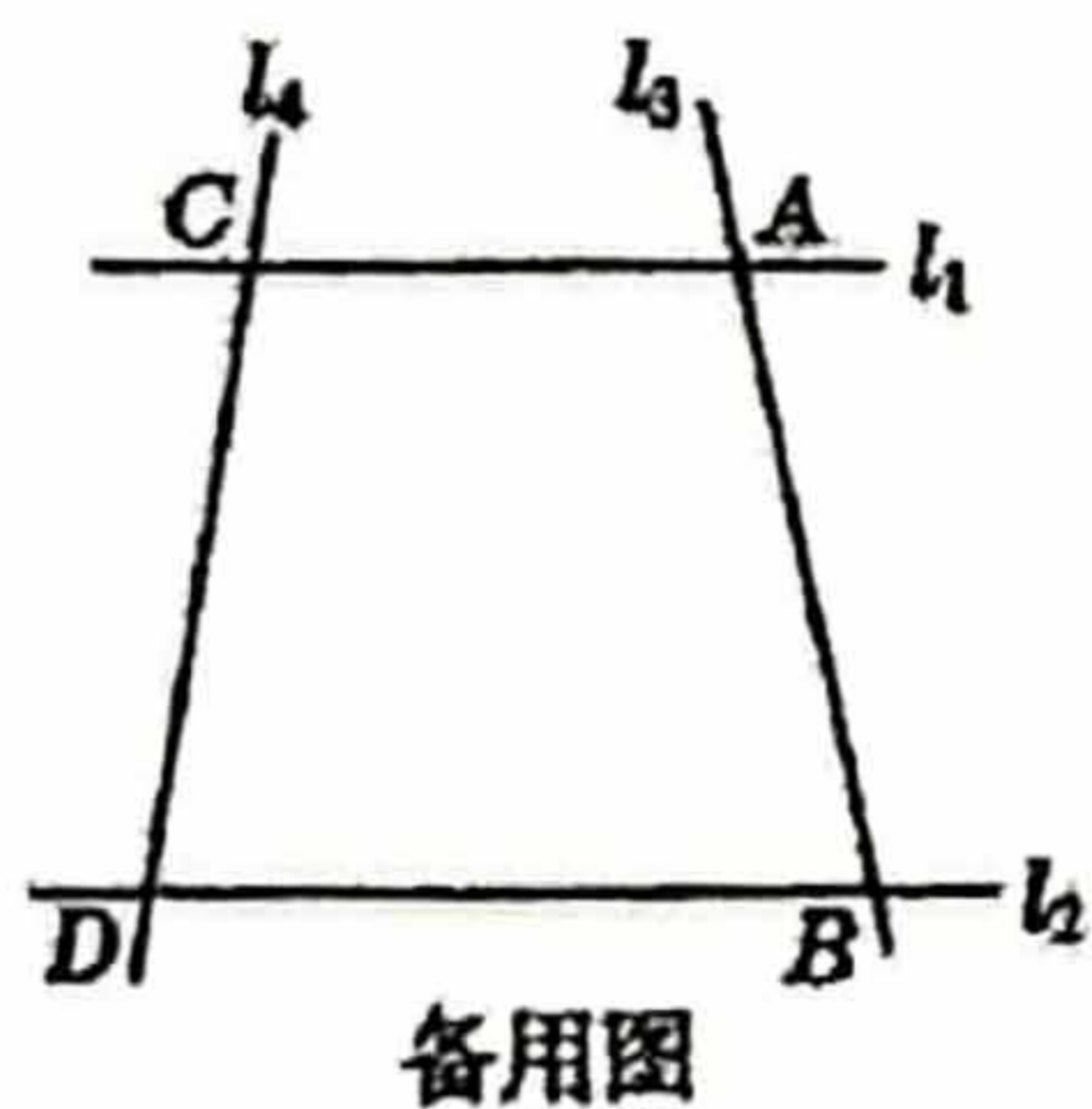
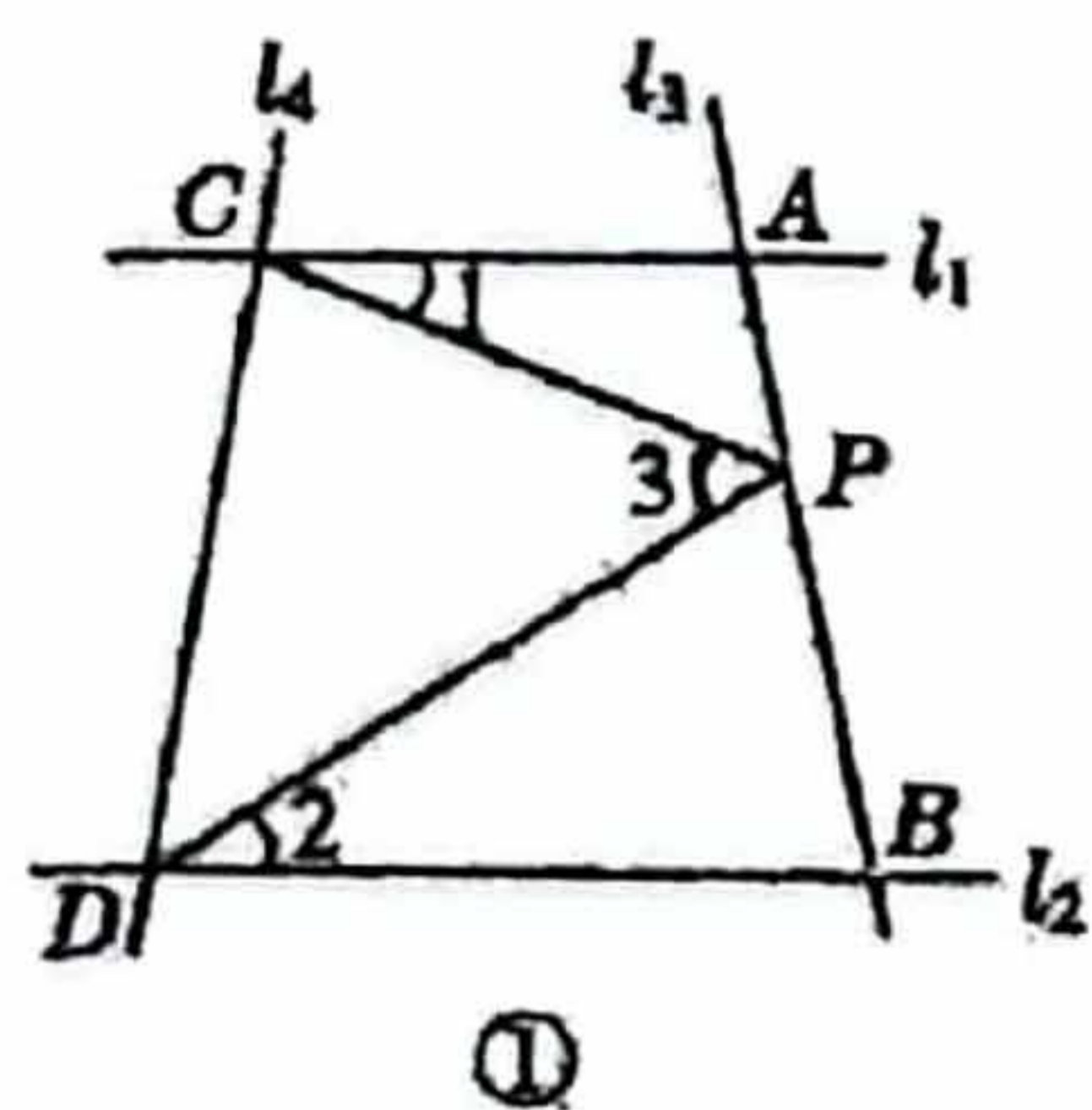
$$\therefore \angle 3 = \angle B \text{ ( )}$$



24. 如图，直线  $AB$ ， $CD$  相交于点  $O$ ， $OD$  平分  $\angle BOF$ ， $OE \perp CD$  于点  $O$ ， $\angle AOC = 40^\circ$ ，求  $\angle EOF$  的度数。



25. 如图①, 已知直线  $l_1 \parallel l_2$ , 且  $l_3$  和  $l_1, l_2$  分别相交于  $A, B$  两点,  $l_4$  和  $l_1, l_2$  分别相交于  $C, D$  两点, 记  $\angle ACP = \angle 1$ ,  $\angle BDP = \angle 2$ ,  $\angle CPD = \angle 3$ , 点  $P$  在线段  $AB$  上.



(1) 用等式表示  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$  之间的等量关系, 并证明;



(2) 如果点  $P$  在直线  $l_3$  上且在  $A, B$  两点外侧运动时, 其他条件不变, 试探究  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$  之间的等量关系(点  $P$  和  $A, B$  两点不重合), 直接写出结论.

26. 材料 1: 两数和的完全平方公式: 两个数的和的平方, 等于它们的平方和, 加上它们的积的 2 倍, 即  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ , 比如  $(x+6)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 6 + 6^2 = x^2 + 12x + 36$ .

材料 2: 学习了无理数后, 某数学兴趣小组开展了一次探究活动: 估算  $\sqrt{13}$  的近似值. 小明的方法:

$$\because \sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}, \text{ 设 } \sqrt{13} = 3+k(0 < k < 1), \therefore (\sqrt{13})^2 = (3+k)^2,$$

$$\therefore 13 = 9 + 6k + k^2, \therefore 13 \approx 9 + 6k, \text{ 解得 } k \approx \frac{4}{6}, \therefore \sqrt{13} \approx 3 + \frac{4}{6} \approx 3.67.$$

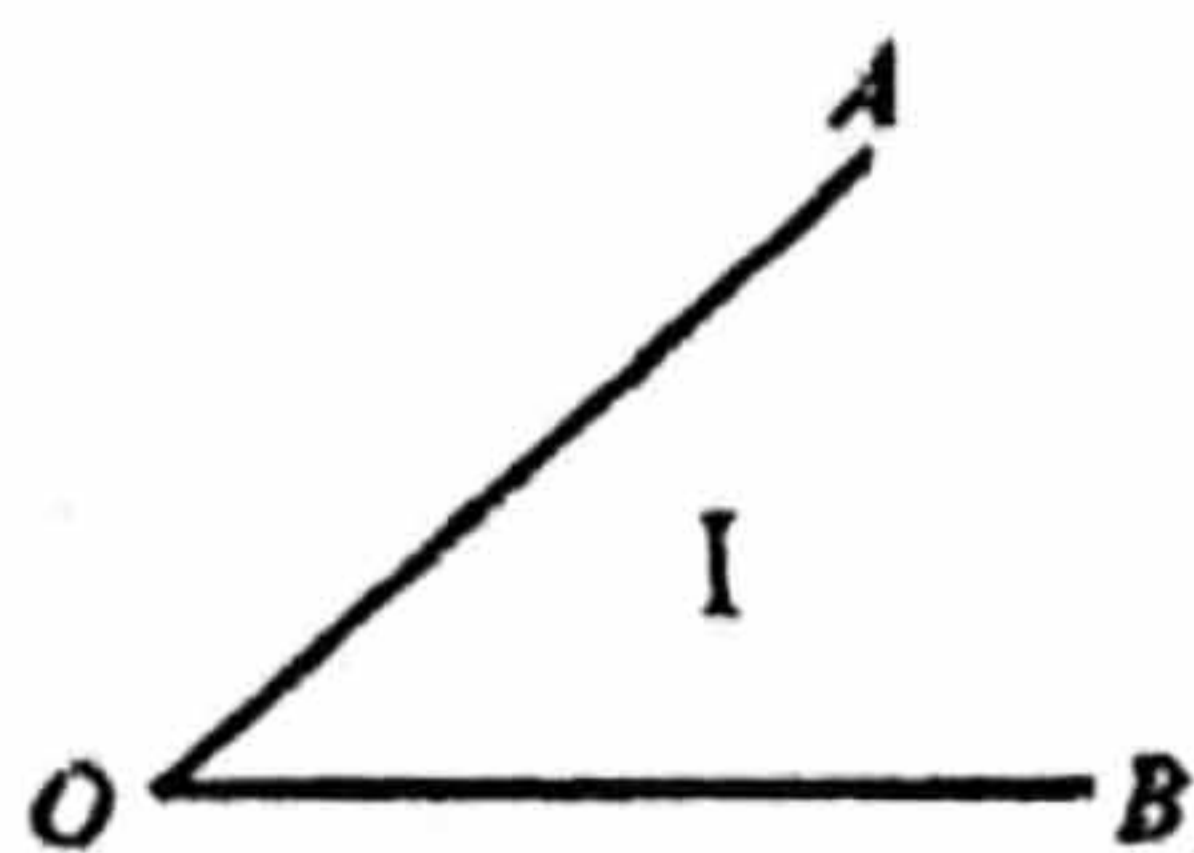
$$b^2 + 2 \cdot b \cdot k + k^2$$

(1) 请你结合材料 1 和材料 2, 估算  $\sqrt{37}$  的值(写过程, 结果保留两位小数).

(2) 请结合上述具体实例, 概括出估算  $\sqrt{m}$  的公式: 已知非负整数  $a, b, m$ , 若

$a < \sqrt{m} < a+1$ , 且  $m = a^2 + b$ , 则  $\sqrt{m} \approx$  \_\_\_\_\_ . (用含  $a, b$  的代数式表示) .

27. 我们学习过角的定义, 有公共顶点的两条射线组成的图形叫做角. 如图所示, 我们把区域 I (不包括射线  $OA$  和射线  $OB$ ) 叫做角的内部.



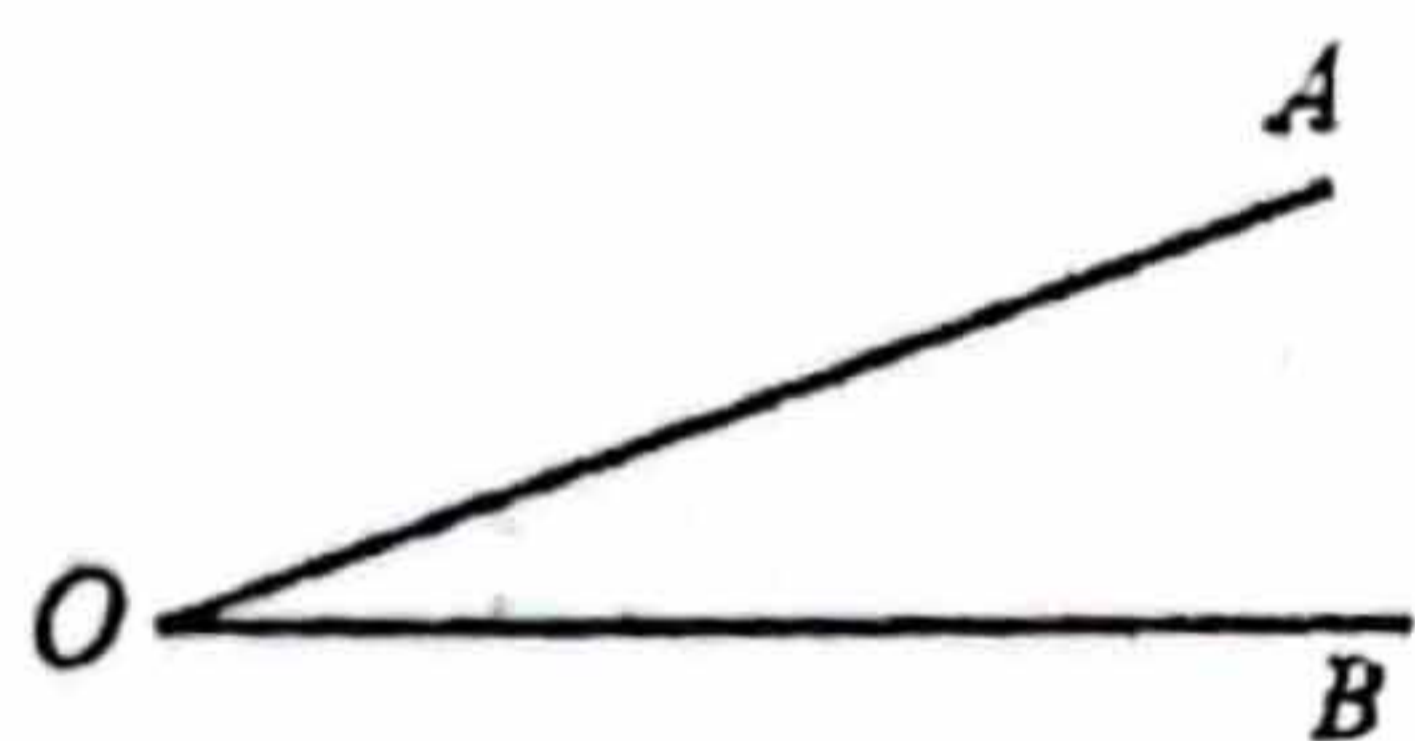
对于一个角  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 180^\circ$  且  $\alpha \neq 90^\circ$ ), 定义它的“内补角”满足以下两个条件:

① 大小是  $180^\circ - \alpha$ ; ② 与这个角有一条公共边且与这个角的内部有公共部分.

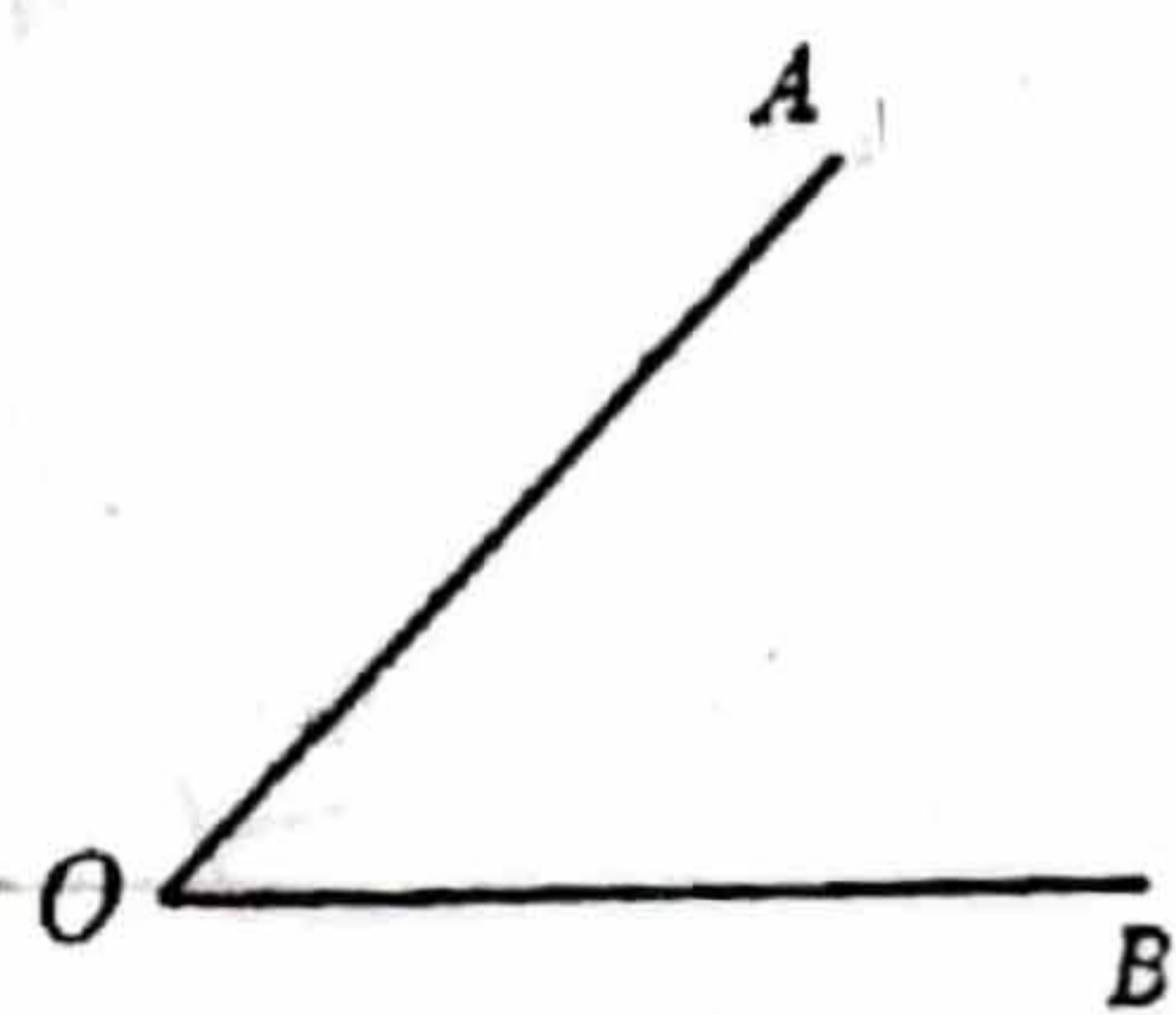
定义它的“内余角”满足以下两个条件:

① 大小是  $|90^\circ - \alpha|$ ; ② 与这个角有一条公共边且与这个角的内部有公共部分.

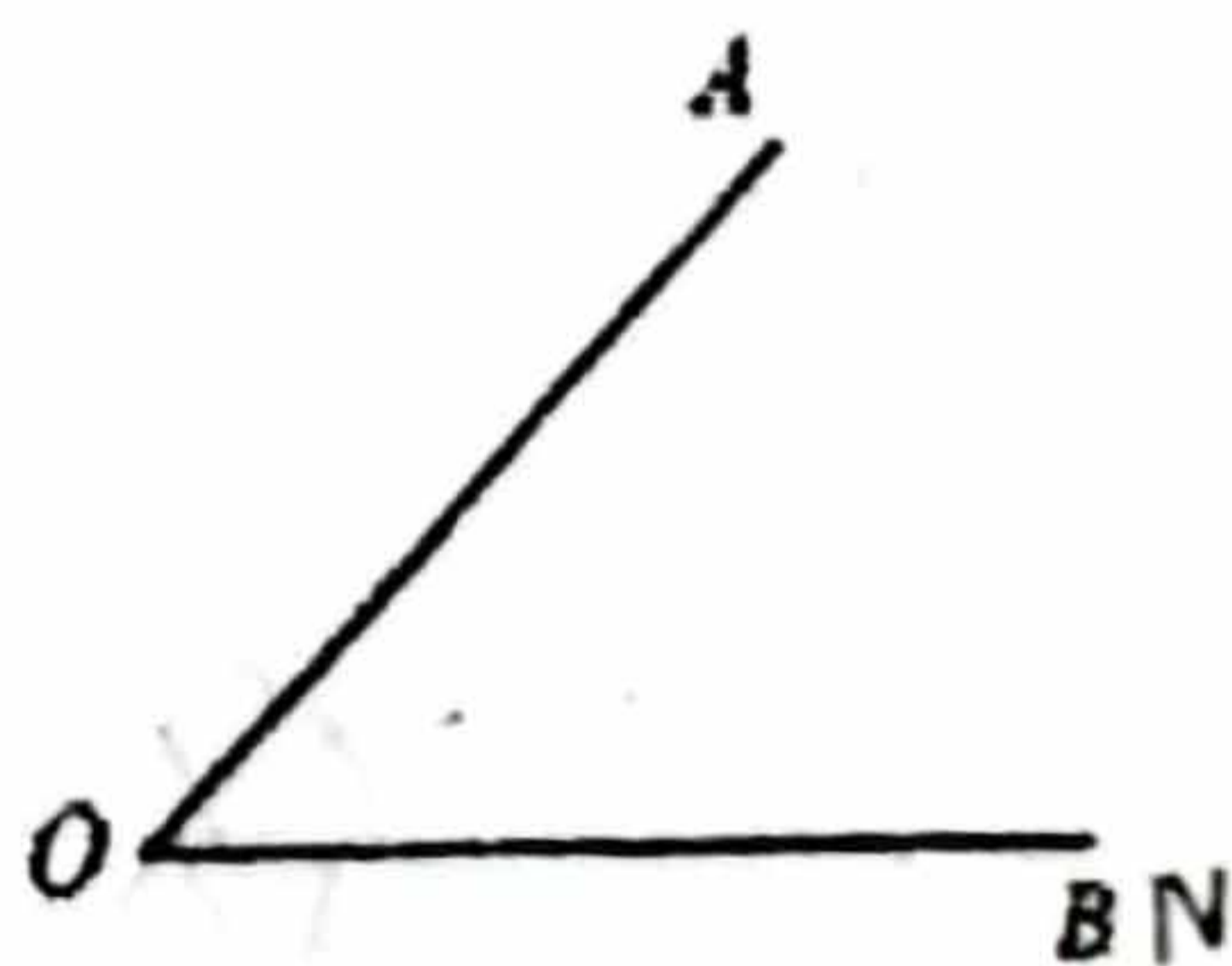
(1) 如图①, 已知  $\angle AOB = 20^\circ$ , 利用直尺和量角器, 通过计算和测量, 作出  $\angle AOB$  的所有内补角:



图①



图②



备用图

(2) 设  $\angle AOB = \alpha$ , 射线  $OM$  平分  $\angle AOB$  的内补角, 射线  $ON$  平分  $\angle AOB$  的内余角,

① 当  $\alpha = 45^\circ$  时, 如图②, 计算  $\angle MON$  的大小为 \_\_\_\_\_; (直接写答案)

② 当  $90^\circ < \alpha < 135^\circ$  时,  $\angle MON$  大小为 \_\_\_\_\_. (用含  $\alpha$  的代数式表示, 直接写答案)

28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于给定的两点  $P, Q$ , 若存在点  $M$ , 使得  $\triangle MPQ$  ( $\triangle$ 表示三角形)面积等于1 (即  $S_{\triangle MPQ} = 1$ ), 则称点  $M$  为线段  $PQ$  的“单位面积点”.

解答下列问题:

如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $P$  的坐标为  $(2, 0)$ .

(1) 在点  $A(1, 2), B(1, -1), C(2, 4)$  中, 线段  $OP$  的“单位面积点”是\_\_\_\_\_;

(2) 已知点  $D(0, 4), E(0, 5)$ , 将线段  $OP$  沿  $y$  轴方向向上平移  $t (t > 0)$  个单位长度, 使得线段  $DE$  上存在线段  $OP$  的“单位面积点”, 求  $t$  的取值范围;

(3) 已知点  $F(2, -2)$ , 点  $M$  在第一象限且  $M$  的纵坐标是3, 点  $M, N$  是线段  $PF$  的两个“单位面积点”, 若  $S_{\triangle OMN} = 3S_{\triangle PFN}$ , 且  $MN \parallel PF$ , 直接写出点  $N$  的坐标.

