

# 数学试卷 (A)

2021. 10

本试卷共 8 页，三道大题，28 个小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。考生务必将答案填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，请交回答题卡。

## 一、选择题 (本题共 16 分，每小题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。



1. 已知  $3x = 4y$  ( $y \neq 0$ )，那么下列比例式中成立的是

- (A)  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$       (B)  $\frac{x}{3} = \frac{4}{y}$       (C)  $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$       (D)  $\frac{x}{4} = \frac{y}{3}$

2. 抛物线  $y = (x+2)^2 - 3$  的顶点坐标是

- (A)  $(-2, -3)$       (B)  $(-2, 3)$       (C)  $(2, -3)$       (D)  $(2, 3)$

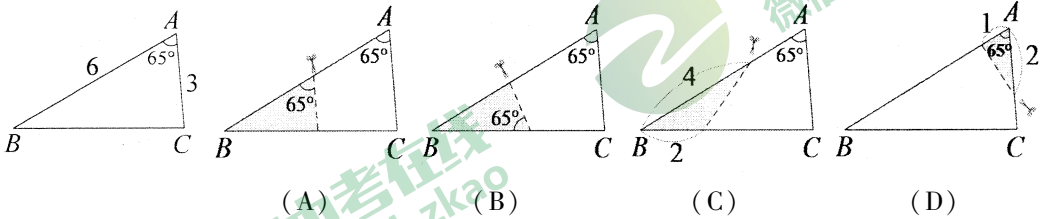
3. 如果一个矩形的宽与长的比等于黄金数  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  (约为 0.618)，就称这个矩形为黄金矩形. 若矩形  $ABCD$  为黄金矩形，宽  $AD = \sqrt{5}-1$ ，则长  $AB$  为

- (A) 1      (B) -1      (C) 2      (D) -2

4. 将抛物线  $y = x^2$  先向右平移 3 个单位长度，再向上平移 5 个单位长度，所得抛物线的解析式为

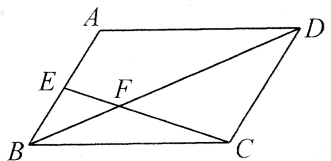
- (A)  $y = (x+3)^2 + 5$       (B)  $y = (x-3)^2 + 5$   
 (C)  $y = (x+5)^2 + 3$       (D)  $y = (x-5)^2 + 3$

5. 如图， $\triangle ABC$  中， $\angle A = 65^\circ$ ， $AB = 6$ ， $AC = 3$ ，将  $\triangle ABC$  沿下图中的虚线剪开，剪下的阴影三角形与原三角形不构成相似的是



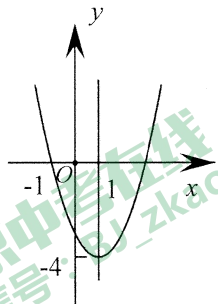
6. 如图，在  $\square ABCD$  中， $E$  是  $AB$  的中点， $EC$  交  $BD$  于点  $F$ ，则  $\triangle BEF$  与  $\triangle DCF$  的面积比为

- (A)  $\frac{4}{9}$       (B)  $\frac{1}{9}$   
 (C)  $\frac{1}{4}$       (D)  $\frac{1}{2}$



7. 二次函数的图象如图所示，则这个二次函数的表达式为

- (A)  $y = -x^2 + 2x - 3$   
 (B)  $y = -x^2 - 2x + 3$   
 (C)  $y = x^2 + 2x - 3$   
 (D)  $y = x^2 - 2x - 3$



8. 已知二次函数  $y = x^2 - 2x + m$ ，点  $A(x_1, y_1)$ ，点  $B(x_2, y_2)$  ( $x_1 < x_2$ ) 是图象上两点，下列结论正确的是

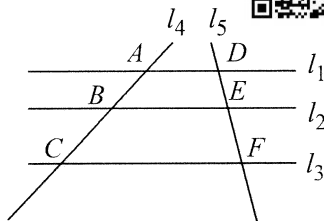
- (A) 若  $x_1 + x_2 < 2$ ，则  $y_1 > y_2$                       (B) 若  $x_1 + x_2 > 2$ ，则  $y_1 > y_2$   
 (C) 若  $x_1 + x_2 < -2$ ，则  $y_1 < y_2$                       (D) 若  $x_1 + x_2 > -2$ ，则  $y_1 > y_2$

二、填空题 (本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 请写出一个开口向下且过点  $(0, -4)$  的抛物线表达式为\_\_\_\_\_。

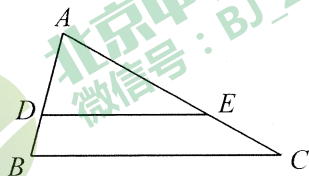


10. 如图，直线  $l_1 // l_2 // l_3$ ，直线  $l_4, l_5$  被直线  $l_1, l_2, l_3$  所截，截得的线段分别为  $AB, BC, DE, EF$ 。若  $AB = 4, BC = 6, DE = 3$ ，则  $EF$  的长是\_\_\_\_\_。



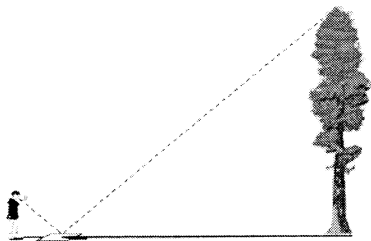
11. 把二次函数  $y = x^2 - 4x + 5$  化为  $y = a(x - h)^2 + k$  ( $a \neq 0$ ) 的形式，那么  $h + k =$ \_\_\_\_\_。

12. 如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D, E$  分别在  $AB, AC$  上，且  $DE // BC$ 。若  $AD = 2, AB = 3, DE = 4$ ，则  $BC$  的长为\_\_\_\_\_。



13. 已知抛物线为  $y = (x - 1)^2$  有点  $A(0, y_1)$  和  $B(3, y_2)$ ，则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (用“>”，“<”，“=”填写)。

14. 如图，为了测量操场上一棵大树的高度，小英拿来一面镜子，平放在离树根部 5m 的地面上，然后她沿着树根和镜子所在的直线后退，当她后退 1m 时，正好在镜中看见树的顶端。小英估计自己的眼睛到地面的距离为 1.6m，则大树的高度是\_\_\_\_\_ m。

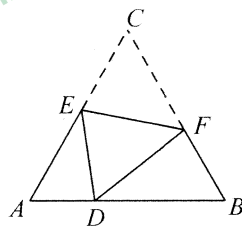


15. 已知一次函数  $y_1 = kx + m$  ( $k \neq 0$ ) 和二次函数  $y_2 = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 部分自变量和对应的函数值如表所示:

$x$	...	-1	0	2	4	5	...
$y_1$	...	0	1	3	5	6	...
$y_2$	...	0	-1	0	5	9	...

当  $y_2 < y_1$  时, 自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

16. 如图, 将等边  $\triangle ABC$  折叠, 使得点  $C$  落在  $AB$  边上的点  $D$  处, 折痕为  $EF$ , 点  $E, F$  分别在  $AC$  和  $BC$  边上. 若  $AC = 8$ ,  $AD = 2$ , 则  $\triangle AED$  周长为 \_\_\_\_\_,  $\frac{CE}{CF}$  的值为 \_\_\_\_\_.



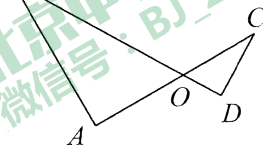
- 三、解答题 (本题共 12 小题, 第 17 - 22 题, 每小题 5 分, 第 23 - 26 题, 每小题 6 分, 第 27、28 题, 每小题 7 分, 共 68 分)

17. 已知: 二次函数  $y = x^2 - 1$ .

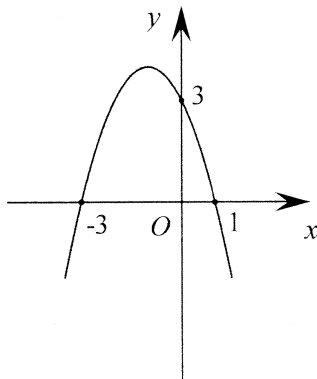
- (1) 写出此函数图象的开口方向、对称轴、顶点坐标;  
 (2) 画出它的图象.



18. 如图,  $AC, BD$  相交于点  $O$ , 且  $\angle ABO = \angle C$ .  
 求证:  $\triangle AOB \sim \triangle DOC$ .



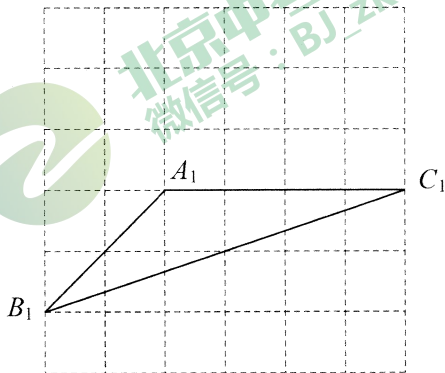
19. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象如图所示, 求此二次函数表达式.



20. 如图是边长为 1 的正方形网格， $\triangle A_1B_1C_1$  的顶点均在格点上.

(1) 在该网格中画出  $\triangle A_2B_2C_2$  ( $\triangle A_2B_2C_2$  的顶点均在格点上)，使  $\triangle A_2B_2C_2 \sim \triangle A_1B_1C_1$ ;

(2) 说明  $\triangle A_2B_2C_2$  和  $\triangle A_1B_1C_1$  相似的依据，并直接写出  $\angle B_2A_2C_2$  的度数.



21. 已知一个二次函数图象上部分点的横坐标  $x$  与纵坐标  $y$  的对应值如下表所示:

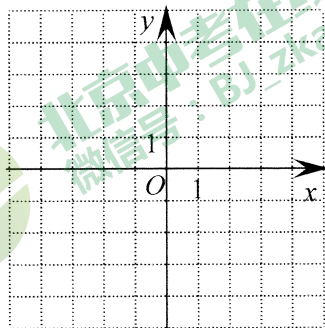
$x$	...	-3	-2	-1	0	1	...
$y$	...	0	-3	-4	-3	0	...



(1) 求这个二次函数的表达式;

(2) 在给定的平面直角坐标系中画出这个二次函数的图象;

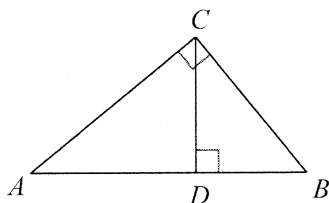
(3) 当  $-4 < x < 0$  时，直接写出  $y$  的取值范围.



22. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD$  是斜边  $AB$  上的高.

(1) 求证： $\triangle ACD \sim \triangle CBD$ ;

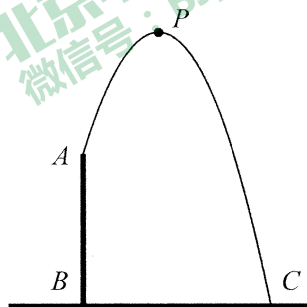
(2) 若  $AD = 3$ ， $BD = 2$ ，求  $CD$  的长.



23. 如图, 人工喷泉有一个竖直的喷水枪  $AB$ , 喷水口  $A$  距地面  $2\text{m}$ , 喷出水流的运动路线是抛物线, 如果水流的最高点  $P$  到喷水枪  $AB$  所在直线的距离为  $1\text{m}$ , 且到地面的距离为  $3.6\text{m}$ .

(1) 建立适当平面直角坐标系, 确定抛物线解析式;

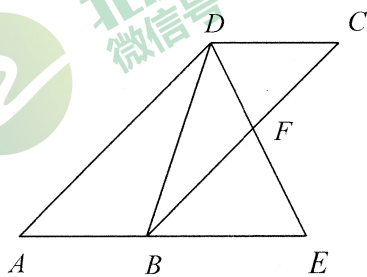
(2) 求水流的落地点  $C$  到水枪底部  $B$  的距离.



24. 如图, 在  $\square ABCD$  中, 连接  $DB$ ,  $F$  是边  $BC$  上一点, 连接  $DF$  并延长, 交  $AB$  的延长线于  $E$ , 且  $\angle EDB = \angle A$ .

(1) 求证:  $\triangle BDF \sim \triangle BCD$ ;

(2) 如果  $BD = 3\sqrt{5}$ ,  $BC = 9$ , 求  $\frac{AB}{BE}$  的值.



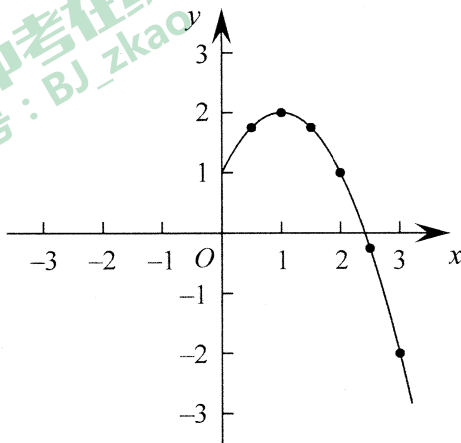
25. 下面给出六个函数解析式：

$$y = \frac{1}{2}x^2, y = \sqrt{3}x^2 + 1, y = -x^2 - \frac{1}{2}|x|,$$

$$y = 2x^2 - 3|x| - 1, y = -x^2 + 2|x| + 1, y = -3x^2 - |x| - 4.$$

小明根据学习二次函数的经验，分析了上面这些函数解析式的特点，研究了它们的图象和性质. 下面是小明的分析和研究过程，请补充完整：

- (1) 观察上面这些函数解析式，它们都具有共同的特点，可以表示为形如  $y =$  \_\_\_\_\_，其中  $x$  为自变量；
- (2) 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，画出了函数  $y = -x^2 + 2|x| + 1$  的部分图象，用描点法将这个函数的图象补充完整；



(3) 对于上面这些函数，下列四个结论：

- ①函数图象关于  $y$  轴对称；
- ②有些函数既有最大值，同时也有最小值；
- ③存在某个函数，当  $x > m$  ( $m$  为正数) 时， $y$  随  $x$  的增大而增大，当  $x < -m$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小；
- ④函数图象与  $x$  轴公共点的个数只可能是 0 个或 2 个或 4 个。

所有正确结论的序号是 \_\_\_\_\_；

(4) 结合函数图象，解决问题：

若关于  $x$  的方程  $-x^2 + 2|x| + 1 = -x + k$  有一个实数根 3，则该方程其它的实数根为 \_\_\_\_\_。

26. 已知抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 + x$ .

(1) 直接写出该抛物线的对称轴, 以及抛物线与  $y$  轴的交点坐标;

(2) 已知该抛物线经过  $A(3n+4, y_1)$ ,  $B(2n-1, y_2)$  两点.

①若  $n < -5$ , 判断  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系并说明理由;

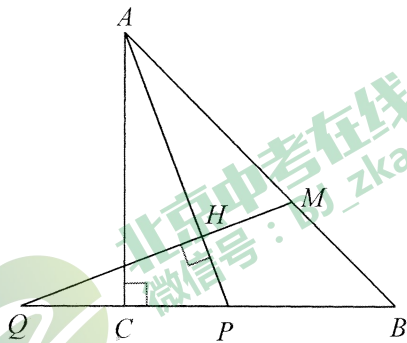
②若  $A, B$  两点在抛物线的对称轴两侧, 且  $y_1 > y_2$ , 直接写出  $n$  的取值范围.



27. 在等腰直角  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $P$  是线段  $BC$  上一动点 (与点  $B, C$  不重合), 连接  $AP$ , 延长  $BC$  至点  $Q$ , 使得  $CQ = CP$ , 过点  $Q$  作  $QH \perp AP$  于点  $H$ , 交  $AB$  于点  $M$ .

(1) 若  $\angle PAC = \alpha$ , 求  $\angle AMQ$  的大小 (用含  $\alpha$  的式子表示).

(2) 用等式表示线段  $MB$  与  $PQ$  之间的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，对于点  $P(x,y)$  和  $Q(x,y')$ ，给出如下定义：

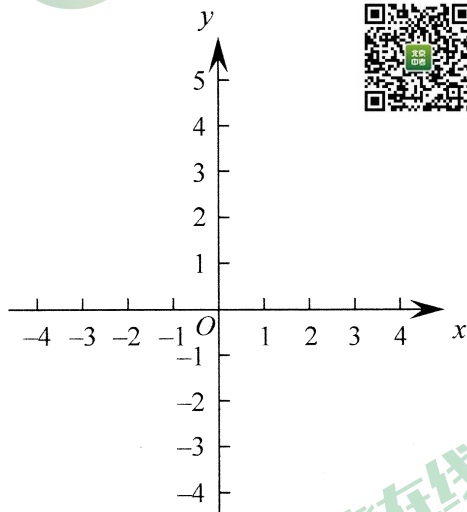
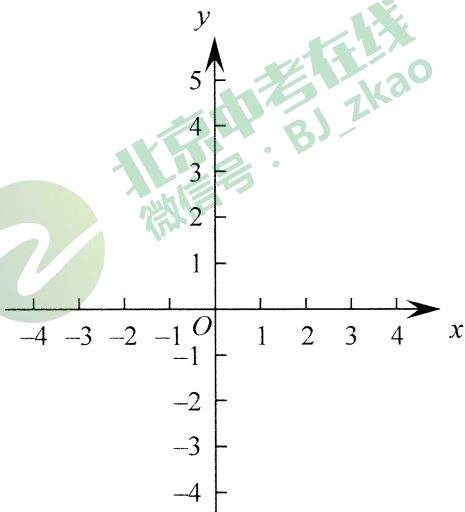
如果  $y' = \begin{cases} y(x \geq 0) \\ -y(x < 0) \end{cases}$ ，那么称点  $Q$  为点  $P$  的“关联点”。

例如点  $(5,6)$  的“关联点”为点  $(5,6)$ ，点  $(-5,6)$  的“关联点”为点  $(-5,-6)$ 。

(1) 在点  $E(0,0)$ ， $F(2,5)$ ， $G(-1,-1)$ ， $H(-3,5)$  中，\_\_\_\_\_的“关联点”在函数  $y=2x+1$  的图象上；

(2) 如果一次函数  $y=x+3$  图象上点  $M$  的“关联点”是  $N(m,2)$ ，求点  $M$  的坐标；

(3) 如果点  $P$  在函数  $y=-x^2+4(-2 < x \leq a)$  的图象上，其“关联点” $Q$  的纵坐标  $y'$  的取值范围是  $-4 < y' \leq 4$ ，求实数  $a$  的取值范围。



(备用图)