

# 2024 北京房山初二（上）期末

## 数 学

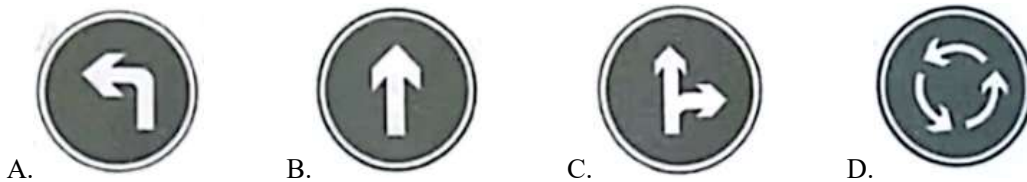
本试卷共 4 页，共 100 分，考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回，试卷自行保存。

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分），下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 下列式子为最简二次根式的是（ ）

- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $\sqrt{4}$                       C.  $\sqrt{8}$                       D.  $\sqrt{\frac{1}{2}}$

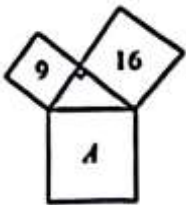
2. 下面的四个图案分别是“向左转弯”、“直行”、“直行和向右转弯”和“环岛行驶”的交通标志，其中可以看作是轴对称图形的是（ ）



3. 如果分式  $\frac{2x-3}{x+2}$  的值为 0，那么  $x$  的值是（ ）

- A.  $x = 2$                       B.  $x = -2$                       C.  $x = \frac{2}{3}$                       D.  $x = \frac{3}{2}$

4. 如图，数字代表所在正方形的面积，则  $A$  所代表的正方形的面积为（ ）

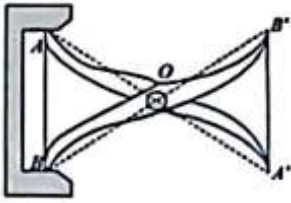


- A. 5                              B. 25                              C. 27                              D.  $5\sqrt{2}$

5. 下列事件中，属于随机事件的是（ ）

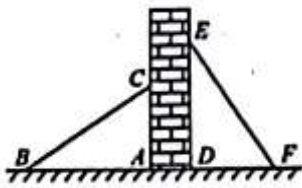
- A. 用长度分别是 1cm，2cm，3cm 的细木条首尾顺次相连可组成一个三角形  
B. 用长度分别是 3cm，4cm，5cm 的细木条首尾顺次相连可组成一个直角三角形  
C. 如果一个三角形有两个角相等，那么这两个角所对的边也相等  
D. 有两组对应边和一组对应角分别相等的两个三角形全等

6. 如图，把两根钢条的中点连在一起，可以做成一个测量工件内槽宽的工具（卡钳）。卡钳交叉点  $O$  为  $AA'$ ， $BB'$  的中点，只要量出  $A'B'$  的长度，就可以知道该零件内径  $AB$  的长度。依据是（ ）



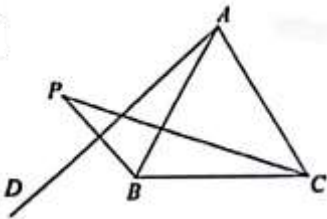
- A. 两边和它们的夹角分别相等的两个三角形全等  
 B. 两角和它们的夹边分别相等的两个三角形全等  
 C. 三边分别相等的两个三角形全等  
 D. 两点之间线段最短

7. 如图，有两个长度相同的滑梯靠在一面墙的两侧，已知左边滑梯的高度  $AC$  与右边滑梯水平方向的宽度  $DF$  相等，则这两个滑梯与墙面的夹角  $\angle ACB$  与  $\angle DEF$  的度数和为 ( )



- A.  $60^\circ$                       B.  $75^\circ$                       C.  $90^\circ$                       D.  $120^\circ$

8. 如图，在等边  $\triangle ABC$  外作射线  $AD$ ，使得  $AD$  和  $AC$  在直线  $AB$  的两侧， $\angle BAD = \alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ )。点  $B$  关于直线  $AD$  的对称点为  $P$ ，连接  $PB$ ， $PC$ 。则  $\angle BPC$  的度数是 ( )



- A.  $60^\circ - \alpha$                       B.  $45^\circ - \frac{\alpha}{2}$                       C.  $30^\circ$                       D.  $30^\circ + \alpha$

**二、填空题 (本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分)**

9. 等腰三角形的腰长为  $m$ ，则底边  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 任意掷一枚骰子，面朝上的点数大于 2 的可能性是\_\_\_\_\_.

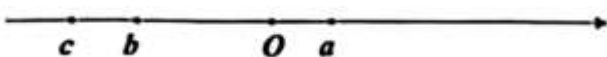
11. 若  $\sqrt{3x+1}$  在实数范围内有意义，则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

12. 比较大小： $2\sqrt{2}$  \_\_\_\_\_ 3 (填“>”，“=”或“<”).

13. 在 50 件同种产品中，有 5 件次品. 检验员从中随机取出了一件进行检验，他取出次品的可能性大小是\_\_\_\_\_.

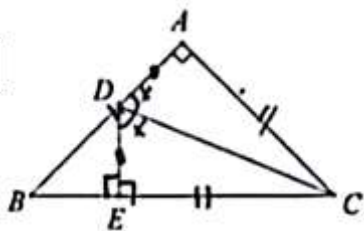
14. 计算  $(\sqrt{5})^2 - (1-3\sqrt{2})(1+3\sqrt{2}) =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知数  $a$ ， $b$ ， $c$  在数轴上的位置如图所示：\_\_\_\_\_.



化简： $\sqrt{b^2} - |a-b| + \sqrt{(c-a)^2} - |c| =$ \_\_\_\_\_.

16. 如图所示，在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， $CD$  平分  $\angle ACB$  交  $AB$  于点  $D$ ， $DE \perp BC$  于点  $E$ ，若  $\triangle DEB$  的周长为 15cm，则  $AC$  的长为\_\_\_\_\_cm.



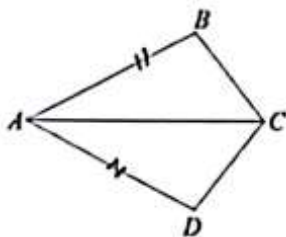
三、解答题（本题共 11 道小题，第 17-25 题每题 6 分，第 26-27 题每题 7 分，共 68 分）

17. 计算： $\sqrt{12} + (3.14 - \pi)^0 - \sqrt[3]{27} + |\sqrt{3} - 2|$ .

18. 计算： $\sqrt{8} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2} - 1)^2$ .

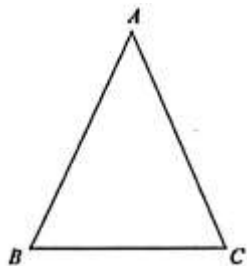
19. 计算： $\left(\frac{1}{a-1} - 1\right) \div \frac{a^2 - 2a}{a^2 - 2a + 1}$ .

20. 如图，在  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADC$  中， $AB = AD$ ，请添加一个条件\_\_\_\_\_，使得  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ；并写出证明  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$  的过程.



21. 解方程： $\frac{2x-3}{x^2-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x-1}$ .

22. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ， $\angle A = 50^\circ$ .

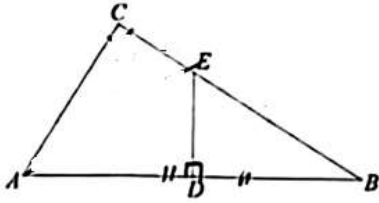


- (1) 作线段  $AB$  的垂直平分线交  $AC$  于点  $D$ ，交  $AB$  于点  $E$ ，要求：不写作法，保留作图痕迹；
- (2) 连接  $BD$ ，则  $\angle DBC$  的度数为\_\_\_\_\_.

23. 先化简，再代入求值： $\frac{x^2}{x-2} \cdot \left(\frac{4}{x} + x - 4\right)$ ，其中  $x = \sqrt{2}$ .

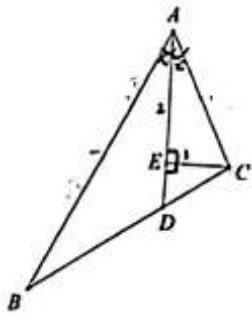
24. 已知  $\triangle ABC$ ， $\angle C = 90^\circ$ ， $D$  是  $AB$  中点，过点  $D$  作  $DE \perp AB$  交  $BC$  于点  $E$ . 若  $AC = 4$ ,

$CE = 2$ ，求  $BC$  的长.

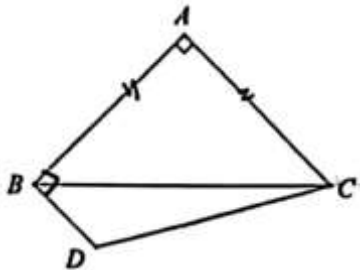


25. 随着 5G 网络技术的发展，市场对 5G 产品的需求越来越大. 为满足市场需求，某大型 5G 生产厂家更新技术后，加快了生产速度，现在平均每天比更新技术前多生产 30 万件产品，现在生产 500 万件产品所需时间与更新技术前生产 400 万件产品所需时间相同. 求现在每天生产多少万件产品？

26. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = 2AC$ ， $AD$  平分  $\angle BAC$ ， $CE \perp AD$  于点  $E$ ，若  $AE = 2$ ， $CE = 1$ ，求  $BC$  的长.



27. 如图， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， $BD \perp AB$ ， $BC = AB + BD$ .



- (1) 写出  $AB$  与  $BD$  的数量关系；
- (2) 延长  $BC$  到  $E$ ，使  $CE = BC$ ，延长  $DC$  到  $F$ ，使  $CF = DC$ ，连接  $EF$ . 求证：  $EF \perp AB$ ；
- (3) 在 (2) 的条件下，作  $\angle ACE$  的平分线交  $AF$  于点  $H$ ，求证：  $AH = FH$ .

## 参考答案

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分），下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	D	B	D	A	C	C

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

9.  $0 < x < 2m$     10.  $\frac{2}{3}$     11.  $x \geq -\frac{1}{3}$     12.  $<$     13.  $\frac{1}{10}$     14. 22    15. 0    16.  $\frac{15\sqrt{2}}{2}$

三、解答题（本题共 11 道小题，第 17—25 题每题 6 分，第 26—27 题每题 7 分，共 68 分）

17.  $\sqrt{12} + (3.14 - \pi)^0 - \sqrt[3]{27} + |\sqrt{3} - 2|$   
 $= 2\sqrt{3} + 1 - 3 + 2 - \sqrt{3} \dots\dots\dots 4$   
 $= \sqrt{3} \dots\dots\dots 6$

18.  $\sqrt{8} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2} - 1)^2$   
 $= 4 + 2 - 2\sqrt{2} + 1 \dots\dots\dots 4$   
 $= 7 - 2\sqrt{2} \dots\dots\dots 6$

19.  $(\frac{1}{a-1} - 1) \div \frac{a^2 - 2a}{a^2 - 2a + 1}$   
 $= (\frac{1}{a-1} - \frac{a-1}{a-1}) \cdot \frac{(a-1)^2}{a(a-2)} \dots\dots\dots 3$   
 $= (\frac{1-a+1}{a-1}) \cdot \frac{(a-1)^2}{a(a-2)}$   
 $= (\frac{2-a}{a-1}) \cdot \frac{(a-1)^2}{a(a-2)} \dots\dots\dots 4$   
 $= -\frac{a-1}{a} \dots\dots\dots 6$

20. 略  $\dots\dots\dots 6$

$$21. \frac{2x-3}{x+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{2}{x-1}$$

$$2x-3-(x-1)=2(x+1)$$

$$2x-3-x+1=2x+2$$

$$-x=4$$

$$x=-4 \dots\dots\dots 4$$

检验：当  $x=-4$  时，  $x+1 \neq 0$ ，  $x-1 \neq 0$ ，

$\therefore$  原分式方程的解为  $x=-4$  .  $\dots\dots\dots 6$

22. (1) 略;  $\dots\dots\dots 4$

(2)  $15^\circ$  .  $\dots\dots\dots 6$

$$23. \frac{x^2}{x-2} \cdot (\frac{4}{x} + x - 4)$$

$$= \frac{x^2}{x-2} \cdot (\frac{4+x^2-4x}{x})$$

$$= \frac{x^2}{x-2} \cdot \frac{(x-2)^2}{x}$$

$$= x(x-2) \dots\dots\dots 4$$

当  $x = \sqrt{2}$  时，

$$\text{原式} = \sqrt{2}(\sqrt{2}-2) = 2 - 2\sqrt{2} . \dots\dots\dots 6$$

24. 连接  $AE$ .

$\because D$  是  $AB$  中点，  $DE \perp AB$ ，  
 $\therefore AE = BE$  .  $\dots\dots\dots 2$

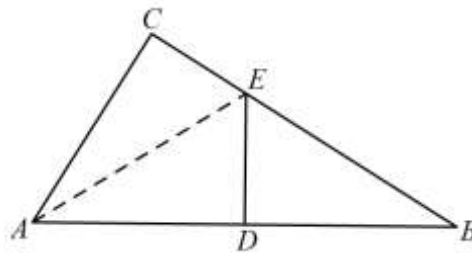
在  $Rt\triangle ACE$  中，

$\because \angle C = 90^\circ$ ，  
 $\therefore AE^2 = CE^2 + AC^2$  .

$\because AC = 4, CE = 2$ ，

$$\therefore AE = 2\sqrt{5} . \dots\dots\dots 4$$

$$\therefore BC = CE + BE = CE + AE = 2 + 2\sqrt{5} . \dots\dots\dots 6$$



25. 解： 设更新技术前每天生产  $x$  万件产品， 则更新技术后每天生产  $(x+30)$  万件产品，  
 依题意， 得

$$\frac{400}{x} = \frac{500}{x+30} . \dots\dots\dots 3$$

解这个方程得  $x = 120$ .

经检验,  $x = 120$  是所列方程的解, 并且符合实际问题的意义.

当  $x = 120$  时,  $x + 30 = 120 + 30 = 150$ .

答: 现在每天生产 150 万件产品. ....6

26.

延长  $CE$ , 交  $AB$  于点  $F$ , 过点  $B$  作  $BG \perp CE$  的延长线于点  $G$ . ....1

$\because AD$  平分  $\angle BAC$ ,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ .

$\because CE \perp AD$  于点  $E$ ,

$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$ .

在  $\triangle AFE$  和  $\triangle ACE$  中,

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2, \\ AE = AE, \\ \angle 3 = \angle 4 \end{cases}$$

$\therefore \triangle AFE \cong \triangle ACE$ . ....3

$\therefore FE = CE = 1, AF = AC$ .

$\because AB = 2AC$ ,

$\therefore AF = BF$ .

$\because BG \perp CE$ ,

$\therefore \angle G = 90^\circ$ .

在  $\triangle AFE$  和  $\triangle BFG$  中

$$\begin{cases} \angle AEF = \angle G, \\ \angle AFE = \angle BFG, \\ AF = BF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AFE \cong \triangle BFG$ . ....5

$\therefore FE = FG = 1, AE = BG = 2$ .

$\therefore CG = FG + FE + CE = 3$ .

在  $\text{Rt}\triangle CGB$  中,

$\because \angle G = 90^\circ$ ,

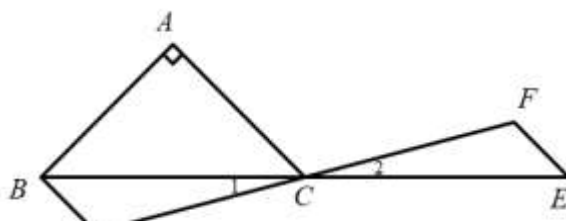
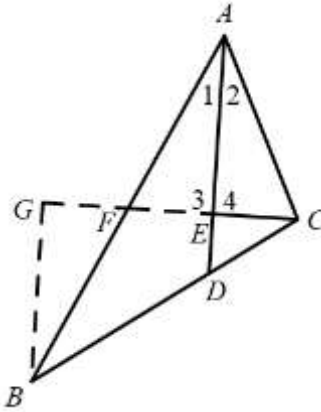
$\therefore BC^2 = CG^2 + BG^2$ .

$\therefore BC = \sqrt{13}$ . ....7

27. (1)

$(\sqrt{2}-1)AB = BD$ ; ....2

(2) 证明: 如图所示. ....3



在  $\triangle CBD$  和  $\triangle CEF$  中,

$$\begin{cases} CB = CE, \\ \angle 1 = \angle 2, \\ DC = FC \end{cases}$$

$\therefore \triangle CBD \cong \triangle CEF$ .

$\therefore \angle DBC = \angle E$ .

$\therefore EF \parallel BD$ .

$\because BD \perp AB$ ,

$\therefore EF \perp AB$  .....4

(3) 证明: 如图所示, 延长  $BA$ ,  $EF$  交于点  $M$ , 延长  $CH$  交  $ME$  于点  $G$ .

$\because EF \perp AB$ ,  $AC \perp AB$ ,

$\therefore ME \parallel AC$ .

$\therefore \angle ACG = \angle EGC$ .

$\because CH$  是  $\angle ACE$  的角平分线,

$\therefore \angle ACG = \angle ECG$ .

$\therefore \angle CGE = \angle ECG$ .

$\therefore EG = EC$ .

$\because \triangle CBD \cong \triangle CEF$ ,

$\therefore BD = EF$ ,  $CB = CE$ .

$\therefore EG = CB$ .

又  $\because BC = AB + BD$ ,

$\therefore EG = AB + BD = AC + EF$ .

即  $FG + EF = AC + EF$ .

$\therefore AC = FG$  .....6

在  $\triangle AHC$  和  $\triangle FHG$  中,

$$\begin{cases} \angle AHC = \angle FHG, \\ \angle ACH = \angle FGH, \\ AC = FG \end{cases}$$

$\therefore \triangle AHC \cong \triangle FHG$ .

$\therefore AH = FH$  .....7

