

# 2023 北京昌平融合学区（第三组）初一（下）期中 数 学



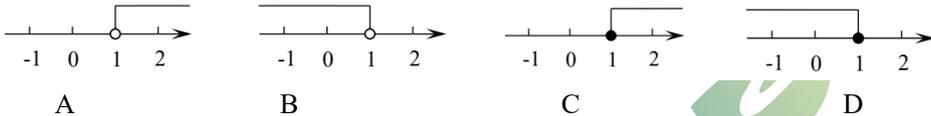
2023.4

本试卷共 4 页，三道大题，28 个小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。考生务必将答案填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，请交回答题卡。

一、选择题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 不等式  $x > 1$  的解集在数轴上表示正确的是（ ）



2. 下列方程中，是二元一次方程的为（ ）

- A.  $3x + 2 = -7$       B.  $x + 3 = 5y$       C.  $\frac{1}{x} - y$       D.  $\frac{2}{3}xy = 1$

3. 已知  $x < y$ ，则下列各式中正确的是（ ）

- A.  $x + 3 > y + 3$       B.  $\frac{x}{5} > \frac{y}{5}$       C.  $x - y > 0$       D.  $-x > -y$

4. 已知  $x$  的一半与 3 的和大于 -1，可列不等式为（ ）

- A.  $\frac{1}{2}x + 3 > -1$       B.  $\frac{1}{2}(x + 3) > -1$       C.  $2x + 3 > -1$       D.  $2(x + 3) > -1$

5. 下列运算错误的是（ ）

- A.  $a \cdot a^4 = a^5$       B.  $(a^3)^2 = a^6$       C.  $(3a)^2 = 9a^2$       D.  $a^8 \div a^2 = a^4$

6. 已知  $A = 3x^2 + x - 5$ ， $B = -x - 2x^2 + 4$ ，则  $A + B$  的结果为（ ）

- A.  $2x^2 - x - 1$       B.  $5x^2 + 2x - 9$       C.  $x^2 - 1$       D.  $4x^2 - x - 1$

7. 若关于  $x, y$  的二元一次方程组  $\begin{cases} 3x + y = 11k \\ x - 2y = 7k \end{cases}$  的解也是二元一次方程  $2x + 3y = 4$  的解，则  $k$  的值为（ ）

- A. -2      B. -1      C. 1      D. 2

8. 定义新运算“\*”，规定： $a * b = 2a - b$ 。若关于  $x$  的不等式  $x * m > -3$  的解集为  $x > -2$ ，则  $m$  的值为（ ）

- A. 2      B. 1      C. -2      D. -1

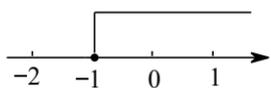
二、填空题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

9. 把方程  $2x + y - 1 = 0$  写成用含  $x$  的代数式表示  $y$  的形式\_\_\_\_\_。

10. 计算： $-20m^6 \div 5m^2 =$ \_\_\_\_\_。

11. 已知  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$  是方程  $3x + my = 5$  的解，则  $m$  的值为\_\_\_\_\_。

12. 如图，用含  $x$  的不等式表示数轴上所表示的解集\_\_\_\_\_。



13. 借助数轴分析, 不等式组  $\begin{cases} x < 2 \\ x > -1 \end{cases}$  的解集为 \_\_\_\_\_.

14. 计算:  $(-2x^2y)^3 =$  \_\_\_\_\_.

15. 写出方程  $2x + y = 8$  的一个非负整数解, 可以是 \_\_\_\_\_.

16. 观察下列各等式:

第一个等式:  $\frac{2^2 - 1^2 - 1}{2} = 1$ , 第二个等式:  $\frac{3^2 - 2^2 - 1}{2} = 2$ , 第三个等式:  $\frac{4^2 - 3^2 - 1}{2} = 3 \dots$

根据上述等式反映出的规律直接写出第五个等式为 \_\_\_\_\_; 猜想第  $n$  个等式 (用含  $n$  的代数式表示) 为 \_\_\_\_\_.

三、解答题 (本题共 12 道小题, 第 17—22 题, 每小题 5 分, 第 23—26 题, 每小题 6 分, 第 27、28 题, 每小题 7 分, 共 68 分)

17. 解不等式  $2(x-1) > 3x-4$ , 并把解集表示在数轴上.



18. 解不等式组  $\begin{cases} 5x - 4 > 3x, \\ \frac{x-2}{3} < \frac{x}{2}. \end{cases}$

19. 解方程组  $\begin{cases} y = 1 + x, \\ 2x + y = 4. \end{cases}$

20. 解方程组  $\begin{cases} 2x - y = 2, \\ x + 2y = 1. \end{cases}$

21. 计算:  $(x-1)^2 + (x+2)(x-3)$ .

22. 计算:  $x(x+1)^2 - x(x+x^2) - x + 2$ .

23. 先化简, 再求值:  $(a^2b - 2ab^2 - b^3) \div b = (a+b)(a-b)$ , 其中  $a = -\frac{1}{2}$ ,  $b = 1$ .

24. 我们知道根据几何图形的面积关系可以说明一些等式成立.

例如: 如图 1, 根据这个图形的面积可以用代数式  $2x(x+y)$  表示, 也可以用代数式  $2x^2 + 2xy$  表示. 说明等式  $2x(x+y) = 2x^2 + 2xy$  成立.

即这个图形可以表示  $2x(x+y) = 2x^2 + 2xy$ .

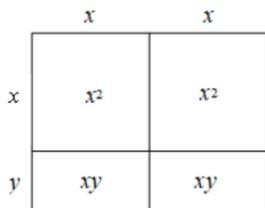


图1

根据上面的描述，完成下列问题：

(1) 利用图2中边长分别为  $a$ ,  $b$  的正方形，以及长为  $a$ , 宽为  $b$  的长方形卡片若干张拼成图3 (卡片间不重叠、无缝隙)，这个几何图形可以表示的等式是\_\_\_\_\_；

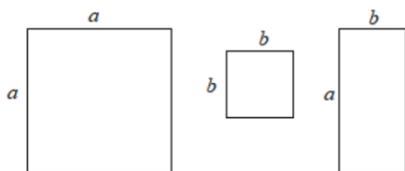


图2

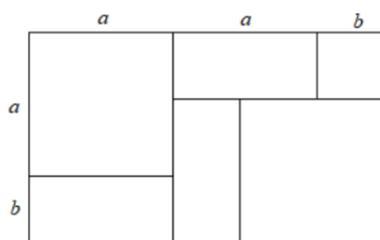


图3

(2) 请你设计一种拼图方案，使其可以表示等式  $(a+2b)(2a+b) = 2a^2 + 5ab + 2b^2$ 。

25. 用方程或方程组解决问题：

某校初一1班30名同学为“希望工程”捐款，共捐款300元，捐款情况如下表：

捐款/元	2	5	10	15
人数	5			10

表格中捐款5元和10元的人数被墨水污染了，问：捐5元和10元的人数各是多少？

26. 已知关于  $x$ ,  $y$  的方程组  $\begin{cases} x+y=m+7 \\ x-y=3m-3 \end{cases}$  的解都为正数，求  $m$  的取值范围。

27. “我运动，我健康，我快乐。”新的学期学校为响应“每天阳光运动1小时活动”的号召，计划购入足球，篮球两种球类。若购买足球15个，篮球10个，共需资金1850元；若购买足球10个，篮球12个，共需资金1740元。

(1) 足球，篮球的单价分别是多少？

(2) 若该校计划购买这两种球类共30个，学校至多投入2100元的资金购买，则篮球最多可以购买多少个？

28. 定义：若一元一次方程的解在一元一次不等式组解集的范围內，则称该一元一次方程为该不等式组的“相伴方程”。

例如： $x-2=-1$  的解为  $x=1$ ，不等式组  $\begin{cases} x < -x+3 \\ 4x+1 \geq x-5 \end{cases}$  的解集为  $-2 \leq x < \frac{3}{2}$ ，不难发现  $x=1$  在  $-2 \leq x < \frac{3}{2}$  的范围内，所以  $x-2=-1$  是不等式组  $\begin{cases} x < -x+3 \\ 4x+1 \geq x-5 \end{cases}$  的“相伴方程”。

问题解决：

(1) 在方程①  $5-x=0$ ，②  $3x=-1$  中，不等式组  $\begin{cases} x+2 < -3 \\ 4x \leq 4 \end{cases}$  的“相伴方程”是\_\_\_\_\_ (填序号)；



(2) 若关于  $x$  的方程  $3k + x = 1$  是不等式组  $\begin{cases} x - 2 < 0 \\ 3x - 1 \leq 4x \end{cases}$  的“相伴方程”，求  $k$  的取值范围；

(3) 若方程  $x + 3 = 0$ ， $\frac{1 + 3x}{2} = -10$  都是关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x + 35 \geq 2m \\ mx - 2m < 0 \end{cases}$  的“相伴方程”，直接写出  $m$  的取值范围.





# 参考答案

## 一、选择题 (本题共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	D	A	D	C	C	D

## 二、填空题 (本题共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

题号	9	10	11	12
答案	$y = 1 - 2x$	$-4m^4$	4	$x \geq -1$
题号	13	14	15	16
答案	$-1 < x < 2$	$-8x^6y^3$	$\begin{cases} x=0 \\ y=8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1 \\ y=6 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases}$ 答案不唯一, 写出一个即可.	$\frac{6^2 - 5^2 - 1}{2} = 5;$ $\frac{(n+1)^2 - n^2 - 1}{2} = n.$

## 三、解答题 (本题共 12 道小题, 第 17—22 题, 每小题 5 分, 第 23—26 题, 每小题 6 分, 第 27, 28 题, 每小题 7 分, 共 68 分)

17. 解:  $2x - 2 > 3x - 4$  ..... 1 分  
 $2x - 3x > -4 + 2$  ..... 2 分  
 $-x > -2$  ..... 3 分  
 $x < 2$  ..... 4 分



解集表示在数轴上为: ..... 5 分

18. 解: 由①得:  $5x - 3x > 4$  ..... 1 分  
 $2x > 4$   
 $x > 2$  ..... 2 分  
 由②得:  $2(x - 2) < 3x$  ..... 3 分  
 $-x \leq 4$   
 $x > -4$  ..... 4 分  
 $\therefore$  不等式组的解集为:  $x > 2$  ..... 5 分

19. 解: 把①代入②得:  $2x + 1 + x = 4$  ..... 1 分  
 $3x = 3$   
 $x = 1$  ..... 3 分  
 把  $x = 1$  代入①得:  $y = 2$  ..... 4 分  
 $\therefore$  原方程组的解为:  $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2. \end{cases}$  ..... 5 分

20. 解: ① $\times 2$ , 得:  $4x - 2y = 4$  ③ ..... 1 分  
 ②+③, 得:  $5x = 5$  ..... 2 分



$x = 1$  ..... 3分

把  $x = 1$  代入①, 得:  $y = 0$  ..... 4分

∴ 原方程组的解为:  $\begin{cases} x = 1, \\ y = 0. \end{cases}$  ..... 5分

21. 解: 原式 =  $x^2 - 2x + 1 + (x + 2)(x - 3)$  ..... 2分

=  $x^2 - 2x + 1 + x^2 + 2x - 3x - 6$  ..... 4分

=  $2x^2 - 3x - 5$  ..... 5分

22. 解:  $x(x + 1)^2 - x(x + x^2) - x + 2$

=  $x(x^2 + 2x + 1) - (x^2 + x^3) - x + 2$  ..... 2分

=  $x^3 + 2x^2 + x - x^2 - x^3 - x + 2$  ..... 4分

=  $x^2 + 2$  ..... 5分

23. 解:  $(a^2b - 2ab^2 - b^3) \div b - (a + b)(a - b)$

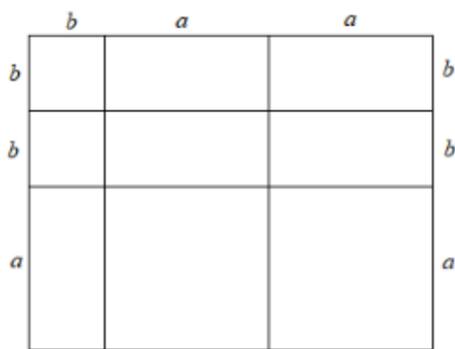
=  $a^2 - 2ab - b^2 - (a + b)(a - b)$  ..... 2分

=  $a^2 - 2ab - b^2 - a^2 + b^2$  ..... 4分

=  $-2ab$  ..... 5分

当  $a = -\frac{1}{2}$ ,  $b = 1$  时原式 =  $-2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 1 = 1$  ..... 6分

24. 解: (1)  $(2a + b)(a + b) = 2a^2 + 3ab + b^2$  ..... 3分



(2) ..... (答案不唯一) ..... 6分

25. 解: 设捐 5 元有  $x$  人, 捐 10 元有  $y$  人, ..... 1分

由题意得:  $\begin{cases} 5x + 10y + 2 \times 5 + 15 \times 10 = 300, \\ x + y = 30 - 5 - 10. \end{cases}$  ..... 3分

解得  $\begin{cases} x = 2, \\ y = 13. \end{cases}$  ..... 5分

答: 捐 5 元有 2 人, 捐 10 元有 13 人 ..... 6分



26.解：解方程组得  $\begin{cases} x = 2m + 2, \\ y = -m + 5. \end{cases}$  ..... 2分

∵原方程组的解都为正数，

∴  $\begin{cases} 2m + 2 > 0, \\ -m + 5 > 0. \end{cases}$  ..... 3分

解得  $\begin{cases} m > -1, \\ m < 5. \end{cases}$  ..... 5分

∴  $-1 < m < 5$  ..... 6分

27.解：(1) 设足球的单价为  $x$  元，篮球的单价为  $y$  元， ..... 1分

由题意得：  $\begin{cases} 15x + 10y = 1850, \\ 10x + 12y = 1740. \end{cases}$  ..... 2分

解得  $\begin{cases} x = 60, \\ y = 95. \end{cases}$  ..... 3分

答：足球的单价为 60 元，篮球的单价为 95 元.

(2) 设篮球最多可以购买  $a$  个， ..... 4分

由题意得：  $60(30 - a) + 95a \leq 2100$  ..... 5分

$a \leq \frac{60}{7}$  ..... 6分

∵  $a \leq \frac{60}{7}$  且  $a$  取最大的正整数

∴  $a = 8$  ..... 7分

答：篮球最多可以购买 8 个.

28.解：(1) ② ..... 2分

(2) 解得：  $x = 1 - 3k$  ..... 3分

解不等式组得：  $\begin{cases} x < 2, \\ x \geq -1. \end{cases}$

∴不等式组的解集为  $-1 \leq x < 2$

∴关于  $x$  的方程  $3k + x = 1$  是不等式组  $\begin{cases} x - 2 < 0, \\ 3x - 1 \leq 4x. \end{cases}$  的“相伴方程”

∴  $-1 \leq 1 - 3k < 2$

∴  $-\frac{1}{3} < k \leq \frac{2}{3}$  ..... 5分

(3)  $0 \leq m \leq 14$  ..... 7分