

2021 北京平谷初三（上）期末

数 学

2021 年 1 月

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

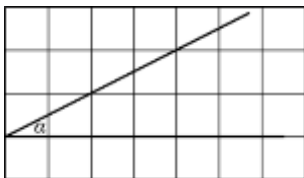
1. 已知 $2x = 3y (xy \neq 0)$ ，则下列比例式成立的是

- (A) $\frac{x}{2} = \frac{3}{y}$ (B) $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ (C) $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ (D) $\frac{y}{x} = \frac{3}{2}$

2. 抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ 的顶点坐标为

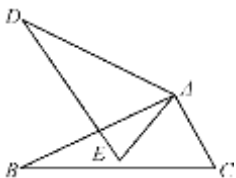
- (A) (-1,2) (B) (0,2) (C) (1,2) (D) (2,1)

3. 如图所示的正方形网格中有 $\angle \alpha$ ，则 $\tan \alpha$ 的值为



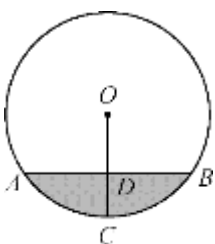
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (D) 2

4. 如图， $\angle DAB = \angle CAE$ ，请你再添加一个条件_____，使得 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 。则下列选项不成立的是



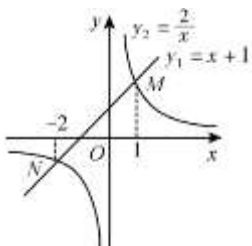
- (A) $\angle D = \angle B$ (B) $\angle E = \angle C$
 (C) $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ (D) $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$

5. 如图，是某供水管道的截面图，里面尚有一些水，若液面宽度 $AB = 8$ cm，半径 $OC \perp AB$ 于 D ，液面深度 $CD = 2$ cm，则该管道的半径长为



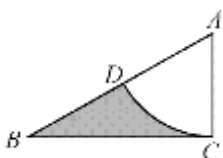
- (A)6cm (B)5.5cm (C)5cm (D)4cm

6. 如图，函数 $y_1=x+1$ 与函数 $y_2=\frac{2}{x}$ 的图象相交于点 $M(1, m)$ ， $N(-2, n)$ 。若 $y_1 > y_2$ ，则 x 的取值范围是



- (A) $x < -2$ 或 $0 < x < 1$ (B) $x < -2$ 或 $x > 1$
 (C) $-2 < x < 0$ 或 $0 < x < 1$ (D) $-2 < x < 0$ 或 $x > 1$

7. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ， $AC=1$ ，以 A 为圆心 AC 为半径画圆，交 AB 于点 D ，则阴影部分面积是



- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{3}$; (B) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$;
 (C) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$; (D) $2\sqrt{3} - \pi$.

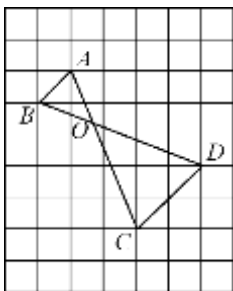
8. 某种摩托车的油箱最多可以储油 10 升，李师傅记录了他的摩托车加满油后，油箱中的剩余油量 y (升) 与摩托车行驶路程 x (千米) 的关系，则当 $0 \leq x \leq 500$ 时， y 与 x 的函数关系是

X (千米)	0	100	150	300	450	500
Y (升)	10	8	7	4	1	0

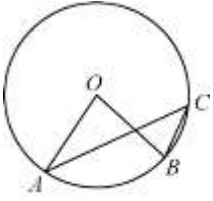
- (A) 正比例函数关系 (B) 一次函数关系
 (C) 二次函数关系 (D) 反比例函数关系

二、填空题 (本题共 24 分，每小题 3 分)

9. 将二次函数 $y = x^2 + 4x - 1$ 化为 $y = (x - h)^2 + k$ 的形式，结果为 $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

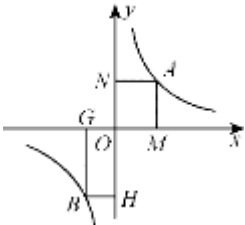


10. 如图所示的网格是正方形网格， A, B, C, D 是网格线交点， AC 与 BD 相交于点 O ，则 $\triangle ABO$ 的面积与 $\triangle CDO$ 的面积比为_____.

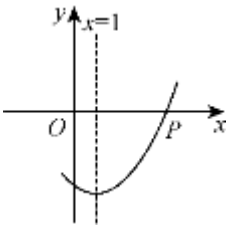


11. 如图，已知点 A, B, C 是 $\odot O$ 上三点，若 $\angle AOB = 80^\circ$ ，则 $\angle ACB =$ _____.

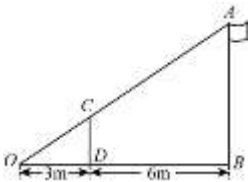
12. 如图，若点 A 与点 B 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象上的两点，过点 A 作 $AM \perp x$ 轴于点 M ， $AN \perp y$ 轴于点 N ，过点 B 作 $BG \perp x$ 轴于点 G ， $BH \perp y$ 轴于点 H ，设矩形 $OMAN$ 的面积为 S_1 ，矩形 $BHOG$ 的面积为 S_2 ，则 S_1 与 S_2 的大小关系为： S_1 _____ S_2 (填“>”，“=”或“<”).



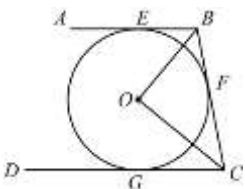
13. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = 1$ ，点 P 、点 Q 是抛物线与 x 轴的两个交点，若点 P 的坐标为 $(4, 0)$ ，则点 Q 的坐标为_____.



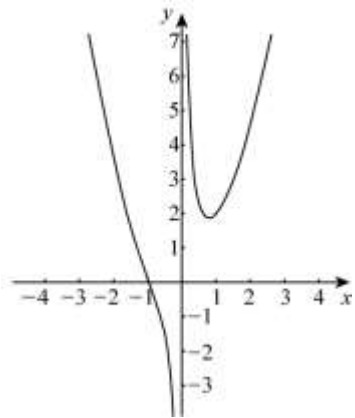
14. 如图，小东用长2米的竹竿 CD 做测量工具，测量学校旗杆的高度 AB ，移动竹竿，使竹竿、旗杆顶端的影子恰好落在地面的同一点 O 。此时， $OD = 3$ 米， $DB = 6$ 米，则旗杆 AB 的高为_____米。



15. 如图， AB, BC, CD 分别与 $\odot O$ 相切于点 E, F, G 三点，且 $AB \parallel CD$ ， $BO = 6$ ， $CO = 8$ ，则 $BE + GC$ 的长为_____.



16. 学习完函数的有关知识之后，强强对函数产生了浓厚的兴趣，他利用绘图软件画出函数 $y = x^2 + \frac{1}{x}$ 的图象并对该函数的性质进行了探究.



下面有 3 个推断：

- ①该函数的定义域为 $x \neq 0$ ；
- ②该函数与 x 轴只有一个交点 $(-1, 0)$ ；
- ③若 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 是该函数上两点，当 $x_1 < x_2 < 0$ 时一定有 $y_1 > y_2$ ；
- ④该函数有最小值 2.

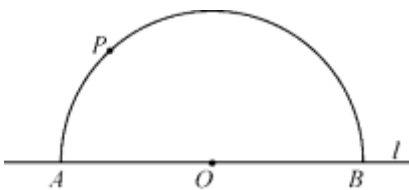
其中合理的是_____(写序号)

三、解答题(本题共 52 分，第 17~21 题，每小题 5 分，第 22 题 6 分，第 23~25 题，每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. $|-1| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt{12} + 3 \tan 30^\circ$



18. 已知：如图，直线 l ，和直线外一点 P .



求作：过点 P 作直线 PC ，使得 $PC \parallel l$ ，

作法：①在直线 l 上取点 O ，以点 O 为圆心， OP 长为半径画圆，交直线 l 于 A, B 两点；

②连接 AP ，以点 B 为圆心， AP 长为半径画弧，交半圆于点 C ；

③作直线 PC 。

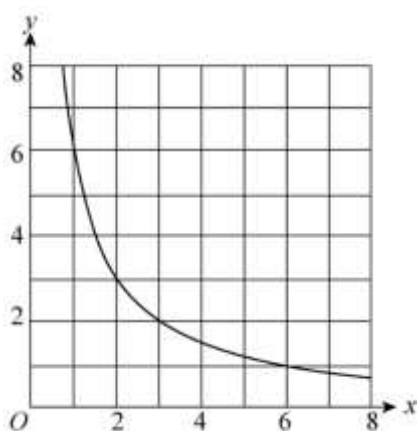
21. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 经过点 $A(2, 3)$.

(1) 求双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的表达式；

(2) 已知点 $P(n, n)$ ，过点 P 作 x 轴的平行线交双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 于点 B ，过点 P 作 y 轴的平行线交双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 于点 C ，设线段 PB 、 PC 与双曲线上 BC 之间的部分围成的区域为图象 G （不包含边界），横纵坐标均为整数的点称为整点.

①当 $n=4$ 时，直接写出图象 G 上的整数点个数是___；

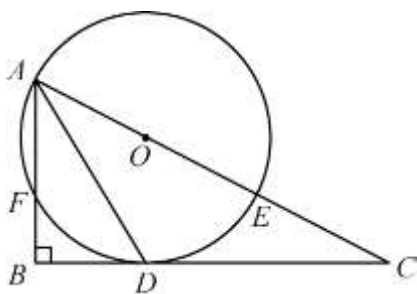
②当图象 G 内只有 1 个整数点时，直接写出 n 的取值范围.



22. 如图， $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， AD 平分 $\angle BAC$ ， E 是 AC 上一点，以 AE 为直径作 $\odot O$ ，若 $\odot O$ 恰好经过点 D .

(1) 求证：直线 BC 与 $\odot O$ 相切；

(2) 若 $BD=3$ ， $\sin \angle CAD = \frac{3}{5}$ ，求 $\odot O$ 的半径的长.

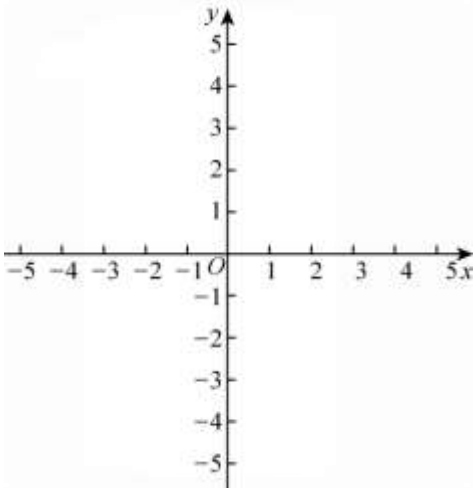


23.在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线: $y=ax^2 - 2ax+4$ ($a>0$).

(1)抛物线的对称轴为 $x=$ _____ ; 抛物线与 y 轴的交点坐标为_____ ;

(2)若抛物线的顶点恰好在 x 轴上, 写出抛物线的顶点坐标, 并求它的解析式;

(3)若 $A(m-1, y_1)$, $B(m, y_2)$, $C(m+2, y_3)$ 为抛物线上三点, 且总有 $y_1 > y_3 > y_2$, 结合图象, 求 m 的取值范围.

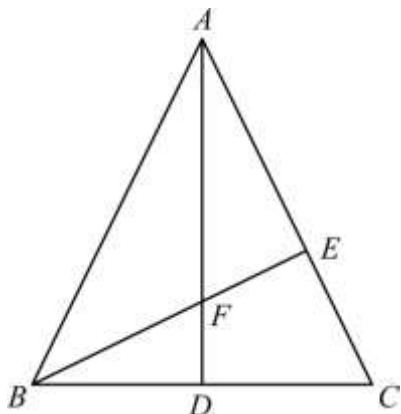


24. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC, AD \perp BC$ 于 D , $BE \perp AC$ 于 E , 交 AD 于点 F .

(1) 求证: $\angle BAD = \angle CBE$;

(2) 过点 A 作 AB 的垂线交 BE 的延长线于点 G , 连接 CG , 依据题意补全图形; 若 $\angle AGC = 90^\circ$, 试判断 BF 、 AG 、 CG 的数量关系, 并证明.

25. 在平面直角坐标系 xOy 中的图形 W 与图形 N , 如果图形 W 与图形 N 有两个交点, 我们则称图形 W 与图形 N 互为“友好图形”.



(1) 已知 $A(-1,1)$, $B(2,1)$ 则下列图形中与线段 AB 互为“友好图形”的是___;

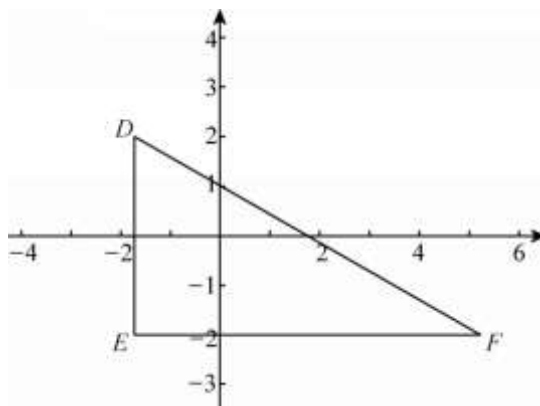
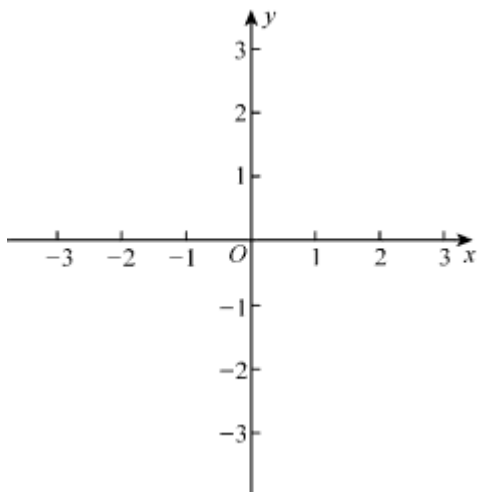
① 抛物线 $y = x^2$;

② 双曲线 $y = \frac{1}{x}$;

③ 以 O 为圆心 1 为半径的圆.

(2) 已知: 图形 W 为以 O 为圆心, 1 为半径的圆, 图形 N 为直线 $y = x + b$, 若图形 W 与图形 N 互为“友好图形”, 求 b 的取值范围.

(3) 如图, 已知 $A(-\sqrt{3}, 2)$, $B(-\sqrt{3}, -2)$, $C(3\sqrt{3}, -2)$, 图形 W 是以 $(t, 0)$ 为圆心, 1 为半径的圆, 若图形 W 与 $\triangle ABC$ 互为“友好图形”, 直接写出 t 的取值范围.



2021 北京平谷初三（上）期末数学

参考答案

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	A	D	C	D	B	B

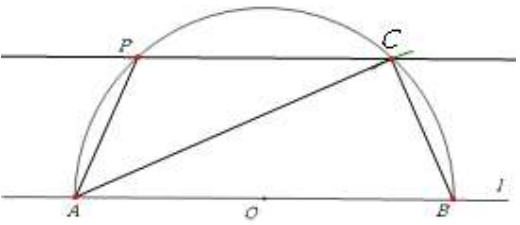
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$y = (x+2)^2 - 5$	1:4	40°	=	$(-2, 0)$	6	10	①②③

三、解答题(本题共 52 分，第 17~21 题，每小题 5 分，第 22 题 6 分，第 23~25 题，每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 解: $= 1 + 2 - 2\sqrt{3} + 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \dots\dots\dots 4$
 $= 3 - \sqrt{3} \dots\dots\dots 5$

18. (1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）； $\dots\dots\dots 2$



(2) 完成下面的证明

证明: $\because BC = AP$
 $\therefore \underline{BC = AP} \dots\dots\dots 3$
 $\therefore \angle ABP = \angle BPC$ (同弧 (或等弧) 所对的圆周角相等)
 5
 \therefore 直线 $PC \parallel$ 直线 l .

19. 解: (1) \because 设二次函数的解析式为 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$

由题意得, $\begin{cases} a - b - 3 = 0 \\ a + b - 3 = -4 \end{cases} \dots\dots\dots 1$

解得, $\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-3 \end{cases}$

$\therefore y = x^2 - 2x - 3$ 2

(2) 画图略 3

$-4 \leq y \leq 5$ 5

20. 解: (1) 由题意,

$\angle ACM = \angle BCM = 90^\circ$, $\angle AMC = 20^\circ$, $\angle BMC = 45^\circ$, $MC = 200$ 1



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

..... 1

在 $Rt\triangle AMC$ 中, $\therefore \tan \angle AMC = \frac{AC}{MC} \approx 0.36$

$\therefore AC = 72$ 3

在 $Rt\triangle BMC$ 中, $\therefore \angle BCM = 90^\circ$, $\angle BMC = 45^\circ$

$\therefore BC = MC = 200$ 4

$\therefore AB = 72 + 200 = 272$ (米) 5

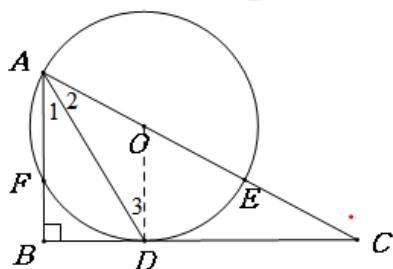
21. 解: (1) $\therefore A(2,3)$,

$\therefore k = 6$ 2

(2) ① 1 3

② $3 < n \leq 4$ 或 $1 \leq n < 2$ 5

22. (1) 解: 连结 OD.



$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ 1

又 $\because OA = OD$,

$\therefore \angle 2 = \angle 3$.

$\therefore \angle 1 = \angle 3$.

$\therefore OD \parallel AB$ 2

$\because \angle B = 90^\circ$,

$\therefore \angle ODC = 90^\circ$.

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线 3

(2) 连接 DE

$Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$,

$\because BD = 3, \sin \angle 1 = \sin \angle 2 = \frac{3}{5}$

$\therefore AD = 5, AB = 4$ 4

$\because AE$ 是 $\odot O$ 的直径

$\therefore \angle ADE = 90^\circ$

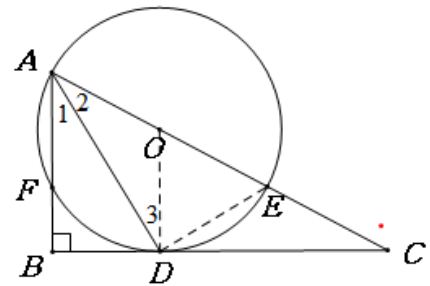
$\because \angle 1 = \angle 2, \angle B = \angle ADE = 90^\circ$

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ADE$

$\therefore \frac{4}{5} = \frac{5}{AE}$

$\therefore AE = \frac{25}{4}$ 5

$\therefore \odot O$ 的半径为 $\frac{25}{8}$ 6



23. 解: (1) $x = 1$; 1 (0,4) 2

(2) \because 抛物线的顶点恰好在 x 轴上;

\therefore 抛物线的顶点坐标为 $(1, 0)$ 3

当抛物线过点 $(1, 0)$ 时, $a = 4$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = 4x^2 - 8x + 4$ 或 $y = 4(x-1)^2$ 4

(3) $A(m-1, y_1)$ 关于对称轴 $x = 1$ 的对称点为 $A'(3-m, y_1)$

$B(m, y_2)$ 关于对称轴 $x = 1$ 的对称点为 $B'(2-m, y_2)$

若要 $y_1 > y_3 > y_2$, 则 $3-m > m+2 > 2-m$

解得: $0 < m < \frac{1}{2}$ 7

24. (1) 解: $\because AB=AC, AD \perp BC$

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$ 1

$\angle CBE + \angle BFD = 90^\circ$

$\therefore BE \perp AC$

$\therefore \angle CAD + \angle AFE = 90^\circ$

$\therefore \angle BFD = \angle AFE$

$\therefore \angle CBE = \angle CAD$

$\angle BAD = \angle CBE$ 2

(2) 依据题意补全图形; 3

结论: $BF^2 + CG^2 = AG^2$ 4

证明: 连结 CF .

$\because AB=AC, \angle BAD = \angle CAD, AF=AF$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ACF$5

$\therefore \angle ACF = \angle ABG, BF=FC$

$\therefore \angle BAG = 90^\circ,$

$\therefore \angle GAE + \angle BAC = 90^\circ$

$\therefore \angle ABG + \angle BAC = 90^\circ$

$\therefore \angle ACF = \angle ABG = \angle GAC.$

$\therefore AG \parallel FC$ 6

$\therefore \angle FCG = \angle AGC = 90^\circ$

$\therefore \angle GAF + \angle BAD = 90^\circ$

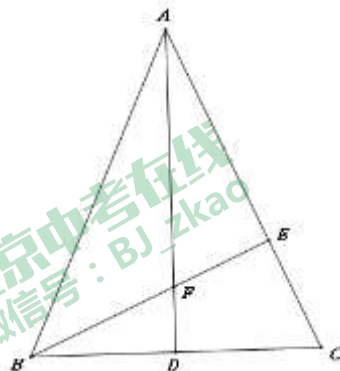
$\angle GFA + \angle DAC = 90^\circ$

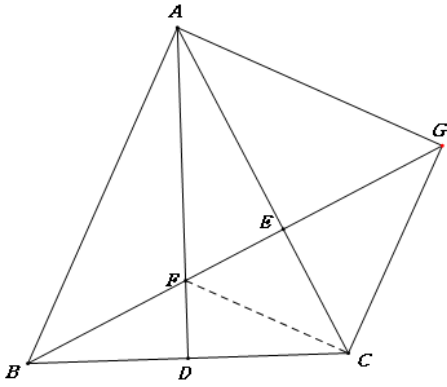
$\therefore \angle GAF = \angle GFA$

$\therefore AG = FG$ 7

在 $Rt\triangle FCG$ 中, $\therefore CF^2 + CG^2 = FG^2$

$\therefore BF^2 + CG^2 = AG^2.$





25. 解： (1) ①; 1

(2) $-\sqrt{2} < b < \sqrt{2}$; 3

(3) $-\sqrt{3}-1 < t < -\sqrt{3}+1$;

$\sqrt{3}-2 < t < \sqrt{3}+2$ 7

