



班级\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_分层班级\_\_\_\_\_成绩\_\_\_\_\_

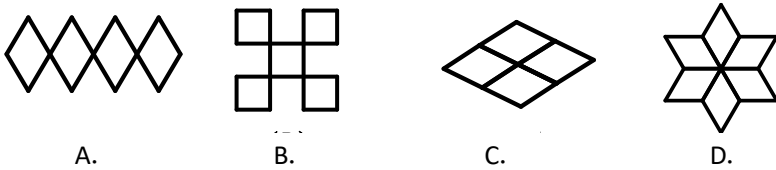
注意：时间 100 分钟，满分 120 分；

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1.  $\sqrt{2}$  的相反数是 ( )

- A.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       B.  $-\sqrt{2}$       C.  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$       D.  $\sqrt{2}+1$

2. 下列图形中，不能通过其中一个四边形平移得到的是 ( )



3. 若  $a < b$ ，则下列结论正确的是 ( )

- A.  $-a < -b$       B.  $2a > 2b$       C.  $a-1 < b-1$       D.  $3+a > 3+b$

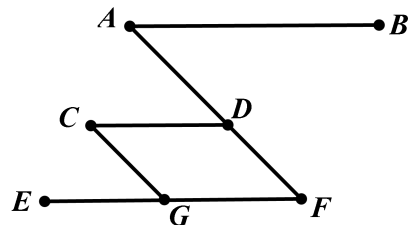
4. 在平面直角坐标系  $xoy$  中，若点  $P$  在第四象限，且点  $P$  到  $x$  轴的距离为 1，到  $y$  轴的距离为  $\sqrt{5}$ ，则点  $P$  的坐标为 ( ) 复习

- A.  $(\sqrt{5}, -1)$       B.  $(-\sqrt{5}, 1)$       C.  $(1, -\sqrt{5})$       D.  $(-1, \sqrt{5})$

5. 如图， $AB \parallel CD \parallel EF$ ， $AF \parallel CG$ ，则图中与  $\angle A$

(不包括  $\angle A$ ) 相等的角有 ( )

- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个



第 5 题图

6. 在坐标平面上两点  $A(-a+2, -b+1)$ 、 $B(3a, b)$ ，若点  $A$  向右移动 2 个单位长度后，再向下移动 3 个单位长度后与点  $B$  重合，则点  $B$  所在的象限为 ( )。

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

7. 下列命题中，是真命题的个数是 ( )

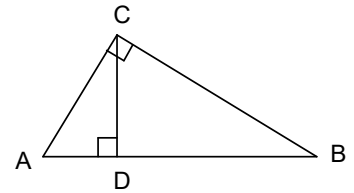
- ①两条直线被第三条直线所截，同位角相等  
 ②过一点有且只有一条直线与已知直线垂直  
 ③两个无理数的积一定是无理数

④  $-\sqrt{8} > \sqrt[3]{-27}$

- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

8. 如图， $\angle ACB=90^\circ$ ， $CD \perp AB$  于  $D$ ，则下面的结论中，正确的是 ( )

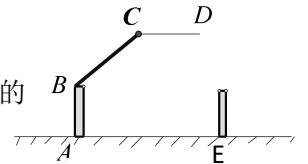
- ①AC 与 BC 互相垂直
- ②CD 和 BC 互相垂直
- ③点 B 到 AC 的垂线段是线段 CA
- ④点 C 到 AB 的距离是线段 CD
- ⑤线段 AC 的长度是点 A 到 BC 的距离.



第 8 题图

- A. ①⑤      B. ①④      C. ③⑤      D. ④⑤

9. 车库的电动门栏杆如图所示,  $BA$  垂直于地面  $AE$  于  $A$ ,  $CD$  平行于地面  $AE$ , 则  $\angle ABC + \angle BCD$  的大小是 ( )



第 9 题图

- A.  $150^\circ$       B.  $180^\circ$       C.  $270^\circ$       D.  $360^\circ$

10. 对于不等式组  $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$  ( $a, b$  是常数), 下列说法正确的是 ( )

- A. 当  $a < b$  时无解      B. 当  $a \geq b$  时无解      C. 当  $a \geq b$  时有解      D. 当  $a = b$  时有解

二、填空题 (每题 2 分, 共 20 分)

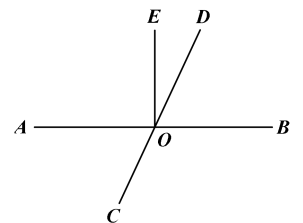
11. 在下列各数  $0.51525354\dots$ 、 $0$ 、 $0.\dot{2}$ 、 $3\pi$ 、 $\frac{22}{7}$ 、 $\sqrt[3]{9}$ 、 $\frac{131}{11}$ 、 $\sqrt{27}$  中,

无理数有\_\_\_\_\_.

12. 若一个数的算术平方根与它的立方根相同, 则这个数是\_\_\_\_\_.

13. 当  $x$ \_\_\_\_\_时,  $\sqrt{3-2x}$  有意义

14. 如图所示, 直线  $AB$  与直线  $CD$  相交于点  $O$ ,  $EO \perp AB$ ,  $\angle EOD = 25^\circ$ , 则  $\angle AOC =$ \_\_\_\_\_,  $\angle BOC =$ \_\_\_\_\_



第 14 题图

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 分层班级\_\_\_\_\_

15. 已知关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x - a \geq b \\ 2x - a < 2b + 1 \end{cases}$  的解集为  $3 \leq x < 5$ , 则  $\frac{b}{a}$  的值为\_\_\_\_\_

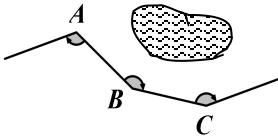
16. 把命题“在同一平面内, 垂直于同一直线的两直线互相平行”改写成“如果……, 那么……”的形式: \_\_\_\_\_

17. 已知点  $M(3a - 8, a - 1)$ .

(1) 若点  $M$  在第二象限, 并且  $a$  为整数, 则点  $M$  的坐标为 \_\_\_\_\_;

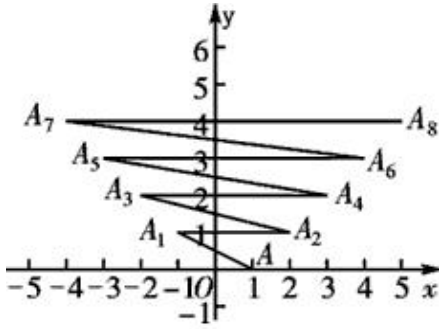
(2) 若  $N$  点坐标为  $(3, -6)$ , 并且直线  $MN \parallel x$  轴, 则点  $M$  的坐标为 \_\_\_\_\_.

18. 如图，一条公路修到湖边时，需拐弯绕湖而过；如果第一次拐角 $\angle A$ 是 $120^\circ$ ，第二次拐角 $\angle B$ 是 $150^\circ$ ，第三次拐角是 $\angle C$ ，这时的道路恰好和第一次拐弯之前的道路平行，则 $\angle C$ 是\_\_\_\_\_



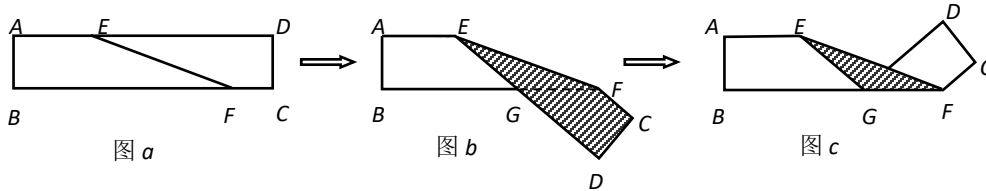
第 18 题图

19. 如图，点 $A(1, 0)$ 第一次跳动至点 $A_1(-1, 1)$ ，第二次跳动至点 $A_2(2, 1)$ ，第三次跳动至点 $A_3(-2, 2)$ ，第四次跳动至点 $A_4(3, 2)$ ， $\dots$ ，依此规律跳动下去，点 $A$ 第 100 次跳动至点 $A_{100}$ 的坐标是\_\_\_\_\_.



第 19 题图

20. 如图 a,  $ABCD$  是长方形纸带 ( $AD \parallel BC$ ),  $\angle DEF = 19^\circ$ , 将纸带沿  $EF$  折叠成图 b, 再沿  $BF$  折叠成图 c, 则图 c 中的  $\angle CFE$  的度数是\_\_\_\_\_；如果按照这样的方式再继续折叠下去，直到不能折叠为止，那么先后一共折叠的次数是\_\_\_\_\_.



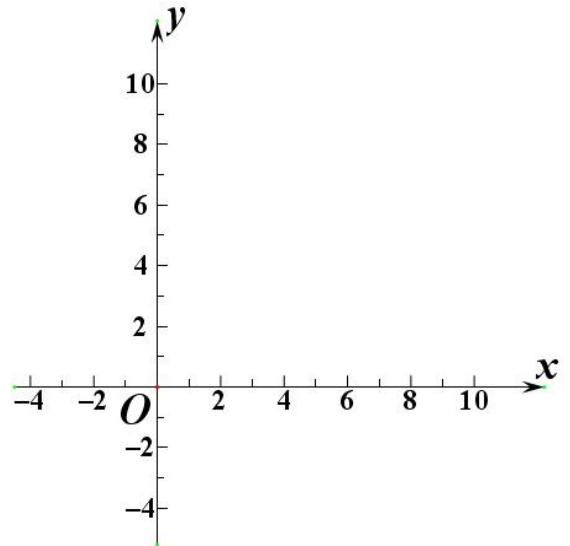
三、解答题 (21-23 每题 4 分, 24-25 每题 5 分, 26-29 每题 6 分, 30 题 3 分, 共 49 分)

21. 计算:  $\sqrt{49} - \sqrt[3]{27} + |1 - \sqrt{2}| + \sqrt{(1 - \frac{5}{4})^2}$ .

22. 解方程:  $(x - 1)^3 = 64$

23. 解不等式  $5x - 12 \leq 2(4x - 3)$ , 并把解集在数轴上表示出来.

24. 解不等式组  $\begin{cases} 2x - 1 \leq -x + 2 \\ \frac{x - 1}{2} < \frac{1 + 2x}{3} \end{cases}$ , 并写出该不等式组的整数解.



25. 已知:  $A(4,0)$ ,  $B(3,y)$ , 点  $C$  在  $x$  轴上,  $AC = 5$ .

- (1) 直接写出点  $C$  的坐标;
- (2) 若  $S_{\triangle ABC} = 10$ , 求点  $B$  的坐标.

26. 某地为更好治理湖水水质, 治污部门决定购买 10 台污水处理设备. 现有  $A$ ,  $B$  两种型号的设备, 其中每台的价格, 月处理污水量如下表:

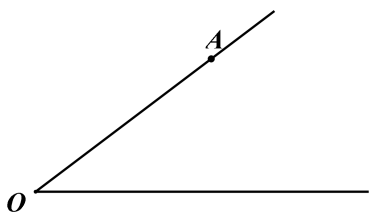
	$A$ 型	$B$ 型
价格 (万元/台)	$a$	$b$
处理污水量 (吨/月)	240	200

经调查: 购买一台  $A$  型设备比购买一台  $B$  型设备多 2 万元, 购买 2 台  $A$  型设备比购买 3 台  $B$  型设备少 6 万元.

- (1) 求  $a$ ,  $b$  的值.
- (2) 经预算: 治污部门购买污水处理设备的资金不超过 105 万元, 你认为该部门有哪几种购买方案.
- (3) 在 (2) 问的条件下, 若每月要求处理的污水量不低于 2040 吨, 为了节约资金, 请你为治污部门设计一种最省钱的购买方案.

27. 如图, 点  $A$  在  $\angle O$  的一边  $OA$  上. 按要求画图并填空:

- (1) 过点  $A$  画直线  $AB \perp OA$ , 与  $\angle O$  的另一边相交于点  $B$ ;
- (2) 过点  $A$  画  $OB$  的垂线段  $AC$ , 垂足为点  $C$ ;
- (3) 过点  $C$  画直线  $CD \parallel OA$ , 交直线  $AB$  于点  $D$ ;
- (4)  $\angle CDB =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$  ;
- (5) 如果  $OA=8$ ,  $AB=6$ ,  $OB=10$ , 则点  $A$  到直线  $OB$  的距离为 \_\_\_\_\_.



28. 完成证明并写出推理根据:

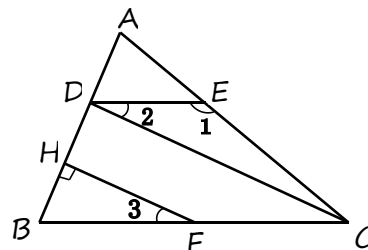
已知, 如图,  $\angle 1 = 132^\circ$ ,  $\angle ACB = 48^\circ$ ,  $\angle 2 = \angle 3$ ,  $FH \perp AB$  于  $H$ ,  
求证:  $CD \perp AB$ .

证明:  $\because \angle 1 = 132^\circ$ ,  $\angle ACB = 48^\circ$ ,

$$\therefore \angle 1 + \angle ACB = 180^\circ$$

$$\therefore DE \parallel BC$$

$$\therefore \angle 2 = \angle DCB (\text{_____})$$



又 $\because \angle 2 = \angle 3$   
 $\therefore \angle 3 = \angle DCB$   
 $\therefore HF \parallel DC$  ( )  
 $\therefore \angle CDB = \angle FHB$ . ( )  
 又 $\because FH \perp AB$ ,  
 $\therefore \angle FHB = 90^\circ$  ( )  
 $\therefore \angle CDB = \underline{\hspace{2cm}}$  .  
 $\therefore CD \perp AB$ . ( )

29. 在平面直角坐标系中,  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 三点的坐标分别为  $(-6, 7)$ 、 $(-3, 0)$ 、 $(0, 3)$ .

(1) 画出 $\triangle ABC$ , 则 $\triangle ABC$ 的面积为\_\_\_\_\_;

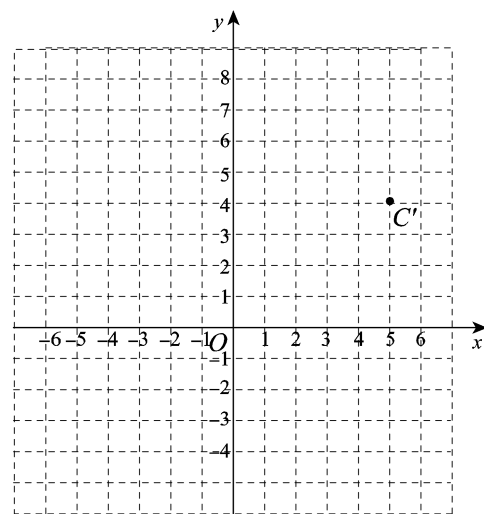
(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 点  $C$  经过平移后的对应点为

$C'$   $(5, 4)$ , 将 $\triangle ABC$ 作同样的平移得到 $\triangle A'B'C'$ ,

画出平移后的 $\triangle A'B'C'$ , 写出点  $A'$ ,  $B'$  的坐标为

$A'$  (\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_),  $B'$  (\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_);

(3)  $P(-3, m)$  为 $\triangle ABC$ 中一点, 将点  $P$  向右平移 4 个单位后, 再向下平移 6 个单位得到点  $Q(n, -3)$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_,  $n =$ \_\_\_\_\_.



30. 两条平行线中一条直线上的点到另一条直线的垂线段的长度叫做两条平行线间的距离。定义: 平面内的直线  $l_1$  与  $l_2$  相交于点  $O$ , 对于该平面内

任意一点  $M$ , 点  $M$  到直线  $l_1$ ,  $l_2$  的距离分别为  $a$ 、 $b$ , 则称有序非负实数对  $(a, b)$  是点  $M$  的“距离坐标”。

根据上述定义, 距离坐标为  $(2, 3)$  的点的个数是\_\_\_\_\_.

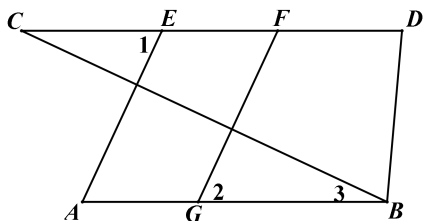
班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 分层班级\_\_\_\_\_

**四、解答题 (每题 7 分, 共 21 分)**

31. 已知: 如图,  $AE \perp BC$ ,  $FG \perp BC$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle D = \angle 3 + 60^\circ$ ,  $\angle CBD = 70^\circ$ .

(1) 求证:  $AB \parallel CD$ ;

(2) 求  $\angle C$  的度数.

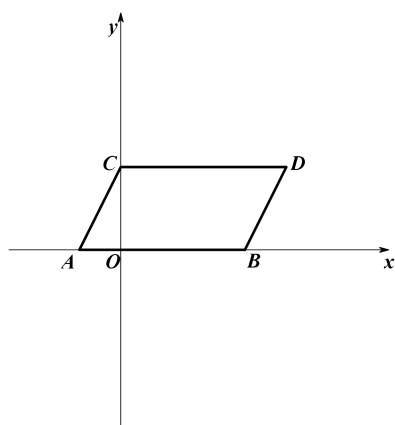


32. 已知非负数  $x, y, z$  满足  $\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z-3}{4}$ , 设  $\omega = 3x + 4y + 5z$ ,

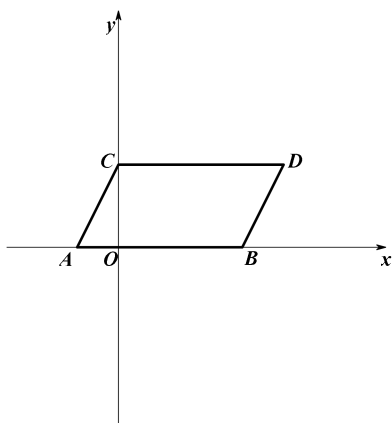
求  $\omega$  的最大值与最小值.

33. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $A, B$  的坐标分别为  $(-1, 0), (3, 0)$ , 现同时将点  $A, B$  向上平移 2 个单位, 再向右平移 1 个单位, 得到点  $A, B$  的对应点分别是  $C, D$ , 连接  $AC, BD, CD$ .

(1) 求点  $C, D$  的坐标及四边形  $ABDC$  的面积  $S_{\text{四边形}ABDC}$ .



(2) 在  $y$  轴上是否存在点  $P$ , 连接  $PA, PB$ , 使  $S_{\triangle PAB} = S_{\text{四边形}ABDC}$ , 若存在这样的点, 求出点  $P$  的坐标, 若不存在, 试说明理由.

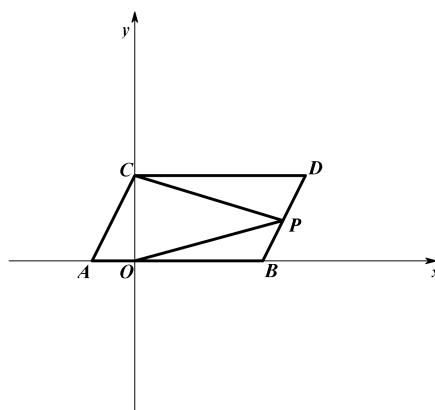


(3) 点  $P$  是线段  $BD$  上的一个动点, 连接  $PC, PO$ , 当点  $P$  在  $BD$  上移动时 (不与  $B, D$  重合) 给出下列结论:

①  $\frac{\angle DCP + \angle CPO}{\angle BOP}$  的值不变

②  $\frac{\angle DCP + \angle BOP}{\angle CPO}$  的值不变

③  $S_{\triangle ACPD} + S_{\triangle AOPB}$  的值可以等于  $\frac{5}{2}$



④  $S_{\triangle CPD} + S_{\triangle OPB}$  的值可以等于  $\frac{13}{4}$

以上结论中正确的是：\_\_\_\_\_

# 数学试题答案

## 一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

BDCAD DAACB

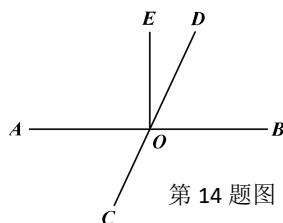
## 二、填空题（每题 2 分，共 20 分）

11. 无理数有  $0.51525354\dots$ 、 $3\pi$ 、 $\sqrt[3]{9}$ 、 $\sqrt{27}$

12. 若一个数的算术平方根与它的立方根相同，则这个数是 0 和 1。

13. 当  $x \leq \frac{3}{2}$  时， $\sqrt{3-2x}$  有意义

14. 如图所示，直线  $AB$  与直线  $CD$  相交于点  $O$ ， $EO \perp AB$ ， $\angle EOD = 25^\circ$ ，则  $\angle AOC =$   $65^\circ$ ， $\angle BOC =$   $115^\circ$



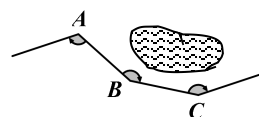
第 14 题图

15. 已知关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x-a \geq b \\ 2x-a < 2b+1 \end{cases}$  的解集为  $3 \leq x < 5$ ，则  $\frac{b}{a}$  的值为  $-2$

16. “在同一平面内，如果两条直线都垂直于同一直线，那么这两直线互相平行”

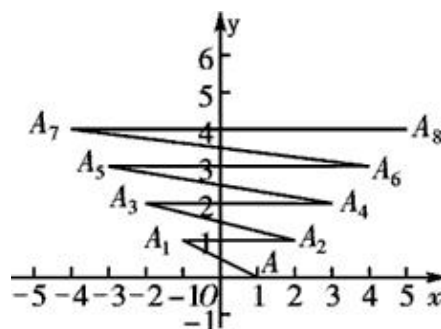
17. 已知点  $M(3a-8, a-1)$ 。(1) 点  $M$   $(-2, 1)$ ；(2) 点  $M$   $(-23, -6)$ 。

18. 如图，一条公路修到湖边时，需拐弯绕湖而过；如果第一次拐角  $\angle A$  是  $120^\circ$ ，第二次拐角  $\angle B$  是  $150^\circ$ ，第三次拐角是  $\angle C$ ，这时的道路恰好和第一次拐弯之前的道路平行，则  $\angle C$  是  $150^\circ$

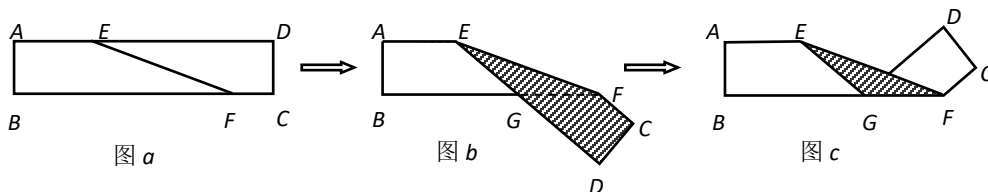


第 18 题图

19. 如图，点  $A(1, 0)$  第一次跳动至点  $A_1(-1, 1)$ ，第二次跳动至点  $A_2(2, 1)$ ，第三次跳动至点  $A_3(-2, 2)$ ，第四次跳动至点  $A_4(3, 2)$ ， $\dots$ ，依此规律跳动下去，点  $A$  第 100 次跳动至点  $A_{100}$  的坐标是  $(51, 50)$



20. 图  $c$  中的  $\angle CFE$  的度数是  $123^\circ$ ；如果按照这样的方式再继续折叠下去，直到不能折叠为止，那么先后一共折叠的次数是 9。



## 三、解答题（21-23 每题 4 分，24-25 每题 5 分，26-29 每题 6 分，30 题 3 分，共 49 分）

21. 计算： $\sqrt{49} - \sqrt[3]{27} + |1 - \sqrt{2}| + \sqrt{(1 - \frac{5}{4})^2}$  .

解：原式  $= 7 - 3 + \sqrt{2} - 1 + \frac{1}{4}$   
 $= 3\frac{1}{4} + \sqrt{2}$  .....4 分



22. 解方程:  $(x-1)^3 = 64$

解:  $x-1 = \sqrt[3]{64}$  -----1分

$x-1 = 4$  -----2分

$x = 5$  -----4分

23. 解不等式  $5x-12 \leq 2(4x-3)$ , 并把解集在数轴上表示出来.

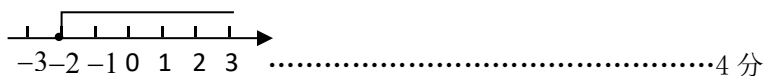
解: 去括号, 得  $5x-12 \leq 8x-6$ .

移项, 得  $5x-8x \leq -6+12$ . .....1分

合并, 得  $-3x \leq 6$ . .....2分

系数化为1, 得  $x \geq -2$  .....3分

不等式的解集在数轴上表示如下:



24. 解不等式组  $\begin{cases} 2x-1 \leq -x+2 \\ \frac{x-1}{2} < \frac{1+2x}{3} \end{cases}$ , 并写出该不等式组的整数解.

解: 由不等式  $2x-1 \leq -x+2$ , 得  $x \leq 1$ ; .....1分

由不等式  $\frac{x-1}{2} < \frac{1+2x}{3}$  得:  $x > -5$ ; .....2分

画出数轴: .....3分

所以该不等式组的解集为:  $-5 < x \leq 1$ , .....4分

所以该不等式组的整数解是-4, -3, -2, -1, 0, 1. .....5分

25. 已知:  $A(4,0)$ ,  $B(3,y)$ , 点  $C$  在  $x$  轴上,  $AC = 5$ .

(1) 直接写出点  $C$  的坐标;

(2) 若  $S_{\triangle ABC} = 10$ , 求点  $B$  的坐标.

解:  $\because A(4,0)$ , 点  $C$  在  $x$  轴上,  $AC=5$ , 所以点  $C$  的坐标是  $(-1,0)$  或  $(9,0)$ . .....2分

②  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times |y| = 10$

解得  $y=4$  或  $-4$  .....4分

所以点  $B$  坐标是  $B(3,-4)$  或  $(3,4)$  .....5分

26. 某地为更好治理湖水水质, 治污部门决定购买 10 台污水处理设备. 现有  $A, B$  两种型号的设备, 其中每台的价格, 月处理污水量如下表:

	$A$ 型	$B$ 型
价格 (万元/台)	$a$	$b$
处理污水量 (吨/月)	240	200

经调查: 购买一台  $A$  型设备比购买一台  $B$  型设备多 2 万元, 购买 2 台  $A$  型设备比购买 3 台  $B$  型设备少 6 万元.

(1) 求  $a, b$  的值.

- (2) 经预算：治污部门购买污水处理设备的资金不超过 105 万元，你认为该部门有哪几种购买方案。  
 (3) 在 (2) 问的条件下，若每月要求处理的污水量不低于 2040 吨，为了节约资金，请你为治污部门设计一种最省钱的购买方案。

解：(1) 由题意得，
$$\begin{cases} a-b=2 \\ 2a=3b-6 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=12 \\ b=10 \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 设买  $x$  台 A 型，则买  $(10-x)$  台 B 型，有

$$12x+10(10-x) \leq 105 \quad \text{解得：} x \leq \frac{5}{2} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

答：可买 10 台 B 型；或 1 台 A 型，9 台 B 型；或 2 台 A 型，8 台 B 型.  $\dots\dots\dots 4$  分

(3) 设买  $x$  台 A 型，则由题意可得

$$240x+200(10-x) \geq 2040 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

解得  $x \geq 1$

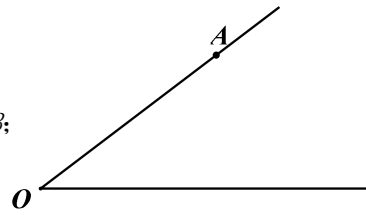
当  $x=1$  时，花费  $12 \times 1 + 10 \times 9 = 102$  (万元)

当  $x=2$  时，花费  $12 \times 2 + 10 \times 8 = 104$  (万元)

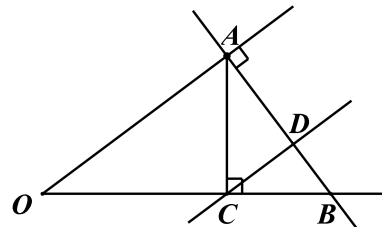
答：买 1 台 A 型，9 台 B 型设备时最省钱.  $\dots\dots\dots 6$  分

27. 如图，点  $A$  在  $\angle O$  的一边  $OA$  上. 按要求画图并填空：

- (1) 过点  $A$  画直线  $AB \perp OA$ ，与  $\angle O$  的另一边相交于点  $B$ ；
- (2) 过点  $A$  画  $OB$  的垂线段  $AC$ ，垂足为点  $C$ ；
- (3) 过点  $C$  画直线  $CD \parallel OA$ ，交直线  $AB$  于点  $D$ ；
- (4)  $\angle CDB = \underline{\hspace{2cm}}$   $^\circ$ ；
- (5) 如果  $OA=8$ ， $AB=6$ ， $OB=10$ ，则点  $A$  到直线  $OB$  的距离为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



- 解：(1) 如图；  $\dots\dots\dots 1$  分  
 (2) 如图；  $\dots\dots\dots 2$  分  
 (3) 如图；  $\dots\dots\dots 3$  分  
 (4)  $90$ ；  $\dots\dots\dots 4$  分  
 (5)  $4.8$ .  $\dots\dots\dots 6$  分



28. 完成证明并写出推理根据：

已知，如图， $\angle 1=132^\circ$ ， $\angle ACB=48^\circ$ ， $\angle 2=\angle 3$ ， $FH \perp AB$  于  $H$ ，求证： $CD \perp AB$ 。

证明： $\because \angle 1=132^\circ$ ， $\angle ACB=48^\circ$ ，

$$\therefore \angle 1 + \angle ACB = 180^\circ$$

$$\therefore DE \parallel BC$$

$$\therefore \angle 2 = \angle DCB \text{ (两直线平行，内错角相等)}$$

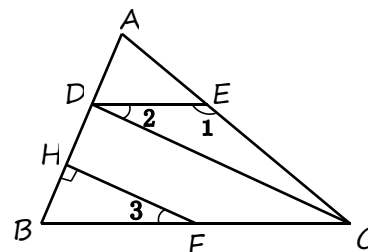
$$\text{又} \because \angle 2 = \angle 3$$

$$\therefore \angle 3 = \angle DCB$$

$$\therefore HF \parallel DC \text{ (同位角相等，两直线平行)}$$

$$\therefore \angle CDB = \angle FHB. \text{ (两直线平行，同位角相等)}$$

又  $\because FH \perp AB$ ,



∴ ∠FHB=90° (垂直定义)

∴ ∠CDB=90° .

∴ CD⊥AB. (垂直定义)

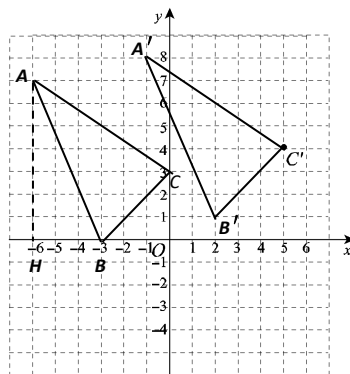
29. 在平面直角坐标系中, A、B、C三点的坐标分别为(-6, 7)、(-3, 0)、(0, 3).

(1) 画出△ABC, 则△ABC的面积为\_\_\_\_\_;

(2) 在△ABC中, 点C经过平移后的对应点为C'(5, 4), 将△ABC作同样的平移得到△A'B'C', 画出平移后的△A'B'C', 并写出点A', B'的坐标;

(3) P(-3, m)为△ABC中一点, 将点P向右平移4个单位后, 再向下平移6个单位得到点Q(n, -3), 则m=\_\_\_\_\_, n=\_\_\_\_\_.

解: (1) 如图, 过A作AH⊥x轴于点H.



$$S_{\triangle ABC} = S_{\text{梯}AHOC} - S_{\triangle AHB} - S_{\triangle OBC}$$

$$= \frac{1}{2}(AH + OC) \cdot HO - \frac{1}{2}AH \cdot BH - \frac{1}{2}OB \cdot OC$$

$$= \frac{1}{2} \times (7 + 3) \times 6 - \frac{1}{2} \times 7 \times 3 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 15. \dots\dots 1 \text{分}$$

(2) 画图△A'B'C', A'(-1,8), B'(2,1); ……4分

(3) m=3, n=1. ……6分

30. 两条平行线中一条直线上的点到另一条直线的垂线段的长度叫做两条平行线间的距离。定义: 平面内的直线 $l_1$

与 $l_2$ 相交于点O, 对于该平面内任意一点M, 点M到直线 $l_1, l_2$ 的距离分别为a、b, 则称有序非负实数对(a, b)是

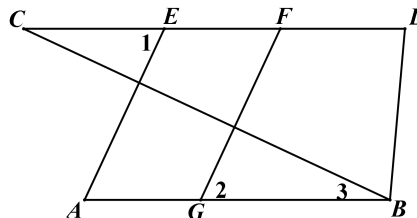
点M的“距离坐标”. 根据上述定义, 距离坐标为(2, 3)的点的个数是4个.

**四、解答题 (每题7分, 共21分)**

31. 已知: 如图,  $AE \perp BC, FG \perp BC, \angle 1 = \angle 2, \angle D = \angle 3 + 60^\circ, \angle CBD = 70^\circ$ .

(1) 求证:  $AB \parallel CD$ ;

(2) 求∠C的度数.



(1) 证明:

∵  $AE \perp BC, FG \perp BC,$

∴  $\angle 4 = \angle 5 = 90^\circ. \dots\dots 1 \text{分}$

∴  $AE \parallel FG. \therefore \angle 2 = \angle A.$

∵  $\angle 1 = \angle 2, \therefore \angle 1 = \angle A. \dots\dots 2 \text{分}$

∴  $AB \parallel CD. \dots\dots 3 \text{分}$

(2) 解: 设  $\angle 3 = x^\circ,$  由(1)知:  $AB \parallel CD, \therefore \angle C = \angle 3 = x^\circ.$

∵  $\angle D = \angle 3 + 60^\circ, \therefore \angle D = x^\circ + 60^\circ. \dots\dots 4 \text{分}$

∵  $AB \parallel CD, \therefore \angle D + \angle 3 + \angle CBD = 180^\circ, \dots\dots 5 \text{分}$

∵  $\angle CBD = 70^\circ, \therefore x + 60 + x + 70 = 180. \dots\dots 6 \text{分}$

∴  $x = 25. \therefore \angle C = 25^\circ. \dots\dots 7 \text{分}$

32. 已知非负数  $x, y, z$  满足  $\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z-3}{4},$  设  $\omega = 3x + 4y + 5z,$

求  $\omega$  的最大值与最小值.

$$\therefore \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3}$$

$$\therefore 4-2y=3x-3$$

$$y = \frac{7-3x}{2} \geq 0 \quad \dots 1 \text{分}$$

$$\therefore x \leq \frac{7}{3}$$

$$\therefore 19 \leq \omega \leq \frac{106}{3}$$

$\therefore \omega$  的最小值为 19, 最大值为  $\frac{106}{3}$ .  $\dots 7 \text{分}$

$$\therefore \frac{x-1}{2} = \frac{z-3}{4}$$

$$\therefore 2z-6=4x-4$$

$$z = 2x+1 \geq 0$$

$$\therefore x \geq -\frac{1}{2}$$

$$\text{又} \because x \geq 0$$

$$\therefore 0 \leq x \leq \frac{7}{3}$$

$$\therefore \omega = 3x + 4y + 5z \quad 5 \text{分}$$

$$= 3x + 4 \times \frac{7-3x}{2} + 5(2x+1)$$

$$= 7x + 19$$

$$\text{法二: 设 } \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z-3}{4} = k$$

$$\text{则: } x = 2k+1, y = 2-3k, z = 4k+3$$

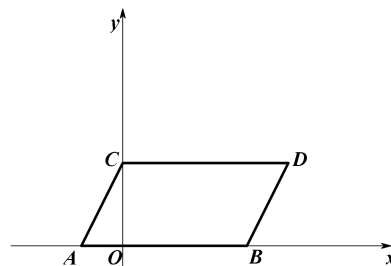
$$x, y, z \text{ 都是非负数, } -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{2}{3}$$

$$\omega = 3x + 4y + 5z = 14k + 26$$

33. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $A, B$  的坐标分别为  $(-1, 0), (3, 0)$ , 现同时将点  $A, B$  向上平移 2 个单位, 再向右平移 1 个单位, 得到点  $A, B$  的对应点分别是  $C, D$ , 连接  $AC, BD, CD$ .

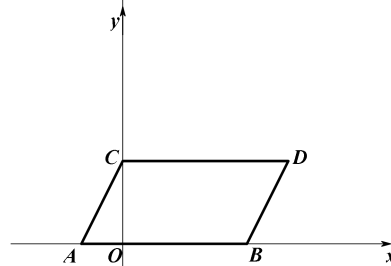
(1) 求点  $C, D$  的坐标及四边形  $ABDC$  的面积  $S_{\text{四边形}ABDC}$ .

解: (1)  $C(0, 2) D(4, 2) \quad S_{\text{四边形}ABDC} = 8 \dots 3 \text{分}$



(2) 在  $y$  轴上是否存在点  $P$ , 连接  $PA, PB$ , 使  $S_{\triangle PAB} = S_{\text{四边形}ABDC}$ , 若存在这样的点, 求出点  $P$  的坐标, 若不存在, 试说明理由.

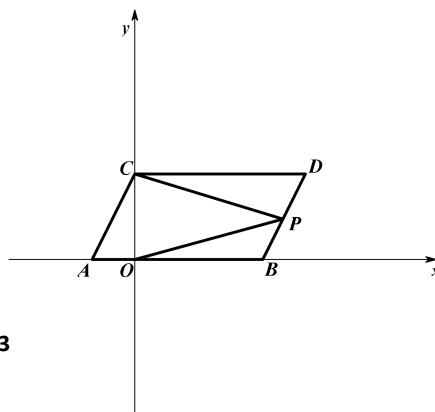
解: 存在.  $P$  点坐标为  $(0, 4)$  或  $(0, -4) \dots 5 \text{分}$



(3) 点  $P$  是线段  $BD$  上的一个动点, 连接  $PC, PO$ , 当点  $P$  在  $BD$  上移动时 (不与  $B, D$  重合) 给出下列结论:

①  $\frac{\angle DCP + \angle CPO}{\angle BOP}$  的值不变

②  $\frac{\angle DCP + \angle BOP}{\angle CPO}$  的值不变



③  $S_{\triangle CPD} + S_{\triangle OPB}$  的值可以等于  $\frac{5}{2}$

④  $S_{\triangle CPD} + S_{\triangle OPB}$  的值可以等于  $\frac{13}{4}$

以上结论中正确的是：\_\_\_\_\_②④\_\_\_\_\_ .....7分

