



一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分，第 1-10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。）

1. 第 24 届冬季奥林匹克运动会，将于 2022 年 02 月 04 日~2022 年 02 月 20 日在中华人民共和国北京市和张家口市联合举行。在会徽的图案设计中，设计者常常利用对称性进行设计，下列四个图案是历届会徽图案上的一部分图形，其中不是轴对称图形的是（ ）



2. 下列多边形中，内角和与外角和相等的是（ ）



3. 已知三条线段的长分别是 4, 4,  $m$ ，若它们能构成三角形，则整数  $m$  的最大值是（ ）

A. 10                      B. 8                      C. 7                      D. 4

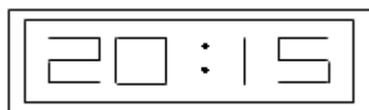
4. 已知点 P (-2,3) 与点 Q 关于 x 轴对称，则点 Q 的坐标为（ ）

A. (-2,3)                  B. (-2,-3)              C. (2,3)                  D. (2,-3)

5. 下列说法错误的是（ ）

- A. 两个内角是  $60^\circ$  的三角形为等边三角形
- B. 等腰三角形的两个底角一定都是锐角
- C. 三角形三条角平分线的交点与这个三角形三个顶点的距离相等
- D. 轴对称图形的对称轴，是任何一对对应点所连线段的垂直平分线

6. 在平面镜里看到背后墙上的电子钟示数如图所示，这时的实际时间应是( )

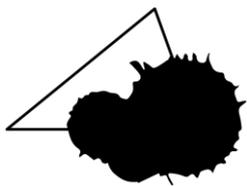


A. 21:02                  B. 21:05                  C. 20:15                  D. 20:05

7. 已知实数  $x, y$  满足  $(x-3)^2 + |y-4| = 0$ ，则以  $x, y$  的值为两边长的等腰三角形的周长是（ ）

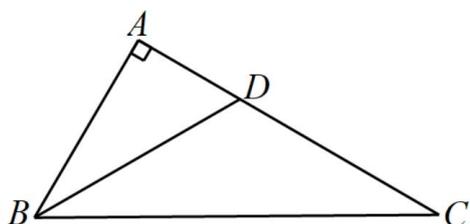
A. 9 或 12                  B. 10 或 11              C. 10                      D. 11

8. 如图，小斐同学课本上的三角形被墨迹污染了一部分，但聪明的他根据所学知识很快就画出了一个完全一样的三角形，那么这两个三角形完全一样的理论依据是（ ）



- A. SAS                      B. SSS                      C. ASA                      D. HL

9. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle A = 90^\circ$ ， $BD$  平分  $\angle ABC$ ，交  $AC$  于点  $D$ ，若点  $D$  恰好在边  $BC$  垂直平分线上，则  $\angle C$  的度数为 ( )

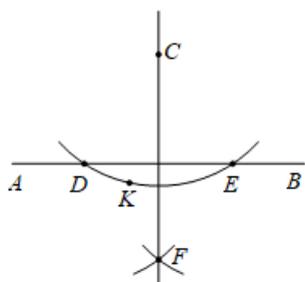


- A. 30                      B. 36                      C. 40                      D. 45

10. 如图，经过直线  $AB$  外一点  $C$  作这条直线的垂线，作法如下：

- (1) 任意取一点  $K$ ，使点  $K$  和点  $C$  在  $AB$  的两旁.
- (2) 以点  $C$  为圆心， $CK$  长为半径作弧，交  $AB$  于点  $D$  和  $E$ .
- (3) 分别以点  $D$  和点  $E$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}DE$  的长为半径作弧，两弧相交于点  $F$ .
- (4) 作直线  $CF$ .

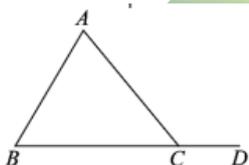
则直线  $CF$  就是所求作的垂线. 根据以上尺规作图过程，若将这些点作为三角形的顶点，其中不一定是等腰三角形的为 ( )



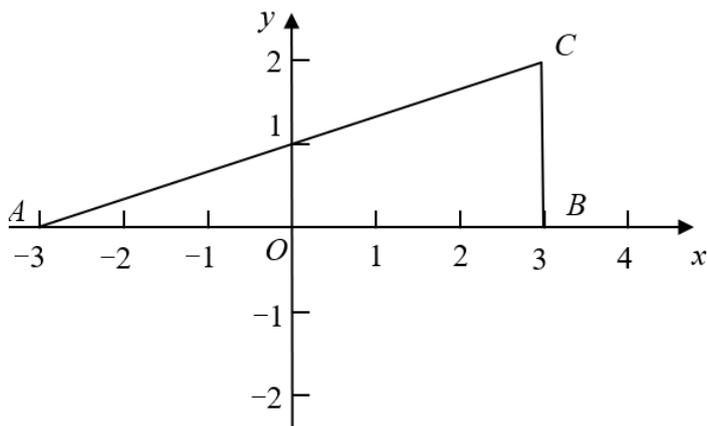
- A.  $\triangle CDF$                       B.  $\triangle CDK$                       C.  $\triangle CDE$                       D.  $\triangle DEF$

二、填空题 (本题共 16 分，每小题 2 分)

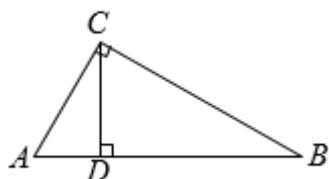
11. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle ACD$  是  $\triangle ABC$  的外角. 若  $\angle ACD = 130^\circ$ ，则  $\angle B =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



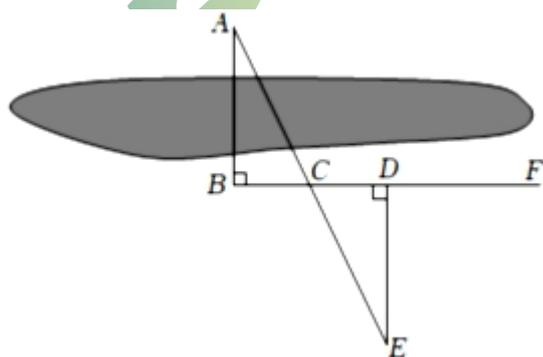
12. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A(-3, 0)$ ， $B(3, 0)$ ， $C(3, 2)$ ，如果  $\triangle ABC$  与  $\triangle ABD$  全等，那么点  $D$  的坐标可以是\_\_\_\_\_ (写出一个即可).



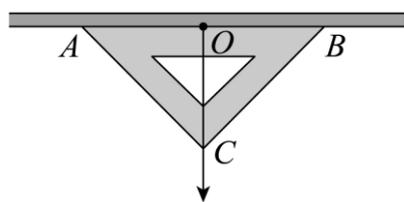
13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ， $CD$ 是高。若 $AD=2$ ，则 $BD=$ \_\_\_\_\_。



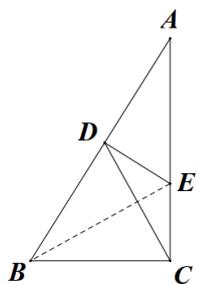
14. 如图，要测量池塘两岸相对两点 $A$ 、 $B$ 的距离，可以在池塘外取 $AB$ 的垂线 $BF$ 上的两点 $C$ 、 $D$ ，使 $BC=CD$ ，再过点 $D$ 画出 $BF$ 的垂线 $DE$ ，使 $E$ 与 $C$ 、 $A$ 在一条直线上，若想知道两点 $A$ 、 $B$ 的距离，只需要测量出线段\_\_\_\_\_即可。



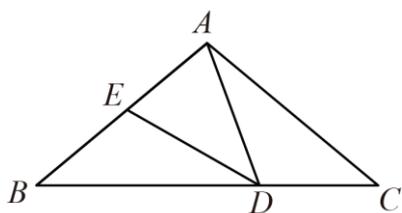
15. 聪明的小斐同学这样检查他的课桌桌面是否水平：如图，在等腰直角三角尺斜边中点 $O$ 处拴一条绳，绳的另一端挂一个重物，把这块三角尺的斜边贴在桌面底部，结果绳经过三角尺的直角顶点，由此得出桌面是水平的（即挂重物的绳与桌面垂直），小斐用到的数学原理是\_\_\_\_\_。



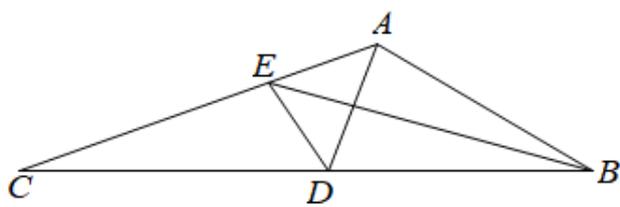
16. 如图，将 $Rt\triangle ABC$ 沿过点 $B$ 的直线折叠，使直角顶点 $C$ 落在斜边 $AB$ 上的点 $D$ 处，折痕为 $BE$ ，以下结论正确的是\_\_\_\_\_：① $DE \perp AB$ ；② $BE$ 平分 $\angle ABC$ ；③ $BE$ 垂直平分 $CD$ ；④ $D$ 是 $AB$ 中点。



17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle B=40^\circ$ ，点 $D$ 在线段 $BC$ 上运动（点 $D$ 不与 $B$ 、 $C$ 重合），连接 $AD$ ，作 $\angle ADE=40^\circ$ ， $DE$ 交 $AB$ 于点 $E$ ，当 $\triangle ADE$ 为等腰三角形时， $\angle DAC$ 的度数为\_\_\_\_\_.



18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=130^\circ$ ， $D$ 为 $BC$ 边上一点，且 $\angle BAD=80^\circ$ ， $BE$ 平分 $\angle ABC$ ，交 $AC$ 于点 $E$ ，连接 $DE$ ，则 $\angle DAE=$ \_\_\_\_\_°， $\angle DEB=$ \_\_\_\_\_°.



三、解答题（本题共 54 分，第 19-24 题每小题 5 分，第 25-28 题每小题 5 分）

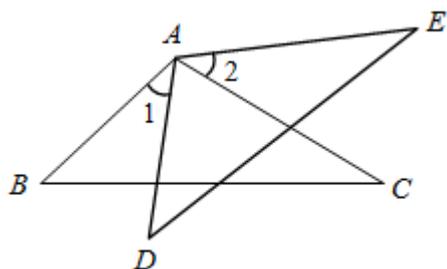
19. 计算： $\sqrt[3]{-8}-\sqrt{4}+|\pi-3|$ .

20. 解不等式： $1+x>\frac{x}{2}$ .

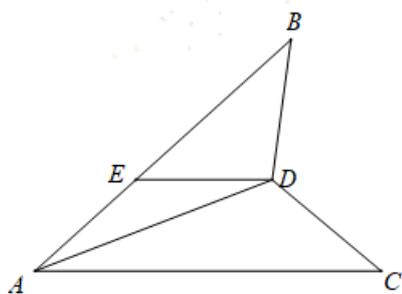
21. 解方程组： $\begin{cases} 2x+y=7 \\ x-y=5 \end{cases}$ .

22. 已知不等式 $2x+3\leq x+5$ 与 $1<\frac{x+4}{3}$ 同时成立，求 $x$ 的整数解.

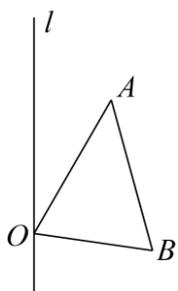
23. 如图， $AB=AD$ ， $\angle 1=\angle 2$ ， $AC=AE$ ，求证： $\angle C=\angle E$



24. 如图，已知 $AB=AC$ ， $E$  为  $AB$  上一点， $ED\parallel AC$ ， $ED=AE$ . 求证： $BD=CD$ .

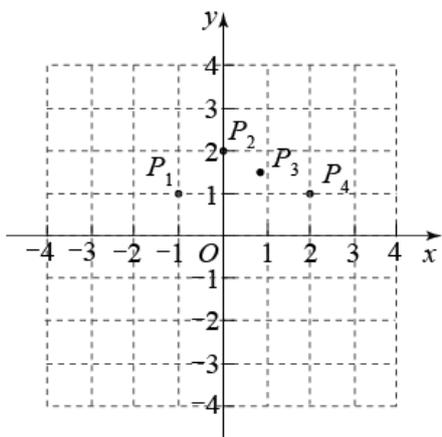


25. 已知：如图， $\triangle AOB$  的顶点  $O$  在直线  $l$  上，且  $AO=AB$ 。



- (1) 画出  $\triangle AOB$  关于直线  $l$  成轴对称的图形  $\triangle COD$ ，且使点  $A$  的对称点为点  $C$ ；
- (2) 在 (1) 的条件下， $AC$  与  $BD$  的位置关系是\_\_\_\_\_；
- (3) 在 (1)、(2) 的条件下，联结  $AD$ ，如果  $\angle ABD=2\angle ADB$ ，求  $\angle AOC$  的度数。

26. 在平面直角坐标系  $xoy$  中，等腰  $\triangle ABC$  的三个顶点  $A$  的坐标是  $(0, 1)$ ，点  $B$  在  $x$  轴的正半轴上且  $\angle ABO = 30^\circ$ ，点  $C$  在  $y$  轴上。



- (1) 写出所有满足题意的点  $C$  的坐标；
- (2) 若点  $P$  关于直线  $AB$  的对称点  $P'$  在  $x$  轴上，且  $AP=1$ ，图中  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$  中，符合条件的点  $P$  是\_\_\_\_\_；
- (3) 在 (2) 的条件下，在  $y$  轴上找到一点  $M$ ，使  $PM + BM$  的值最小，则这个最小值为\_\_\_\_\_。

27. 在等腰  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ， $AD \perp BC$  于点  $D$ ，以  $AC$  为边作等边  $\triangle ACE$ ，直线  $BE$  与直线  $AD$  交于点  $F$ ，直线  $FC$  与直线  $AE$  交于点  $G$ 。

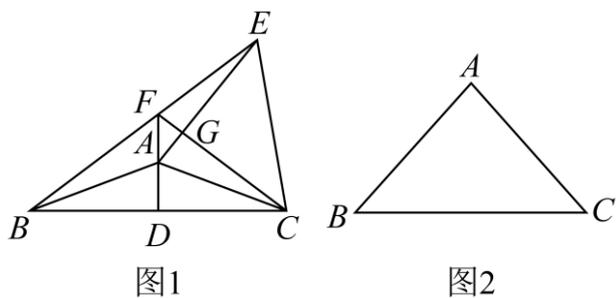


图1

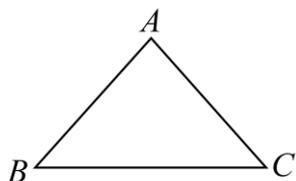


图2

(1) 如图1, 当 $120^\circ < \angle BAC < 180^\circ$ , 且 $\triangle ACE$ 与 $\triangle ABC$ 在直线 $AC$ 的异侧时.

①求证:  $\angle FEA = \angle FCA$ ;

②猜想线段 $FE$ 、 $FA$ 、 $FB$ 之间的数量关系, 并证明你的结论.

(2) 当 $60^\circ < \angle BAC < 120^\circ$ , 且 $\triangle ACE$ 与 $\triangle ABC$ 在直线 $AC$ 的同侧时, 利用图2探究线段 $FE$ 、 $FA$ 、 $FB$ 之间的数量关系, 并直接写出你的结论.

28. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 若点 $P$ 和点 $P_1$ 关于 $y$ 轴对称, 点 $P_1$ 和点 $P_2$ 关于直线 $l$ 对称, 则称点 $P_2$ 是点 $P$ 关于 $y$ 轴, 直线 $l$  “二次对称点”.

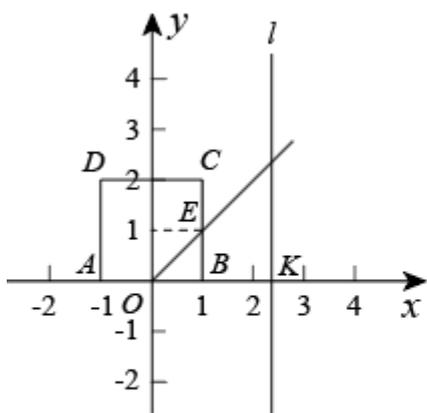


图1

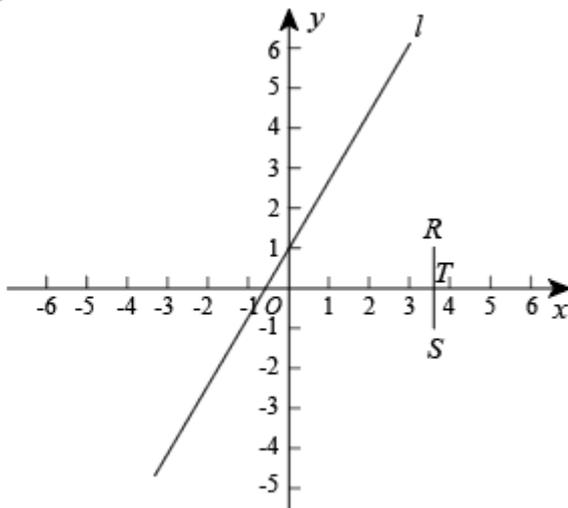


图2

(1) 已知点 $A(-1,0)$ , 直线 $l$ 是经过 $(0,2)$ 且平行于 $x$ 轴的一条直线, 则点 $A$ 的“二次对称点”的坐标为 \_\_\_\_\_;

(2) 如图1, 正方形 $ABCD$ 的顶点坐标分别是 $A(-1,0)$ ,  $B(1,0)$ ,  $C(1,2)$ ,  $D(-1,2)$ , 点 $E$ 的坐标为 $(1,1)$ , 点 $K$ 是 $x$ 轴上的一个动点, 直线 $l$ 经过点 $K$ 且垂直于 $x$ 轴, 若正方形 $ABCD$ 上存在点 $M$ , 使得点 $M'$ 是点 $M$ 关于 $y$ 轴, 直线 $l$ 的“二次对称点”, 且点 $M'$ 在射线 $OE$ 上, 则点 $K$ 的横坐标 $x$ 的取值范围是 \_\_\_\_\_;

(3) 如图2,  $T(t,0)(t \geq 0)$ 是 $x$ 轴上的动点, 线段 $RS$ 经过点 $T$ , 且点 $R$ 、点 $S$ 的坐标分别是 $R(t,1)$ ,  $S(t,-1)$ , 直线 $l$ 经过 $(0,1)$ 且与 $x$ 轴正半轴夹角为 $60^\circ$ , 在点 $T$ 的运动过程中, 若线段 $RS$ 上存在点 $N$ , 使得点 $N'$ 是点 $N$ 关于 $y$ 轴, 直线 $l$ 的“二次对称点”, 且点 $N'$ 在 $y$ 轴上, 则点 $N'$ 纵坐标 $y$ 的取值范围是 \_\_\_\_\_.



## 参考答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分，第 1-10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。）

1. 【答案】D

【解析】

【分析】根据如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴进行分析即可。

【详解】解：A、是轴对称图形，故此选项错误；

B、是轴对称图形，故此选项错误；

C、是轴对称图形，故此选项错误；

D、不是轴对称图形，故此选项正确；

故选：D.

【点睛】本题主要考查了利用轴对称设计图案，解题的关键是掌握轴对称图形的概念。

2. 【答案】B

【解析】

【分析】根据多边形的内角和公式和多边形的外角和等于  $360^\circ$  求解即可；

【详解】解：多边形的外角和等于  $360^\circ$  不变；

A、三角形的内角和为：  $180^\circ$  ，不符合题意；

B、四边形的内角和为：  $360^\circ$  ，符合题意；

C、五边形的内角和为：  $540^\circ$  ，不符合题意；

D、六边形的内角和为：  $720^\circ$  ，不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查了多边形的内角和、多边形的外角和；熟练掌握多边形的内角和公式是解题的关键。

3. 【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形三边关系列出不等式，根据不等式的解集求整数  $m$  的最大值。

【详解】解：三条线段的长分别是 4，4， $m$ ，若它们能构成三角形，则

$4 - 4 < m < 4 + 4$ ，即  $0 < m < 8$

又  $m$  为整数，则整数  $m$  的最大值是 7

故选 C

【点睛】本题考查了求不等式的整数解，三角形三边关系，根据三角形的三边关系列出不等式是解题的关键。

4. 【答案】B

【解析】



【分析】点 P (m, n) 关于 x 轴对称点的坐标 Q (m, -n)，然后将题目已经点的坐标代入即可求得解。

【详解】根据轴对称的性质，得点 P (-2, 3) 关于 x 轴对称的点 Q 的坐标为 (-2, -3)。

故选 B.

【点睛】本题考查平面直角坐标系点的对称性质，解题的关键是熟知直角坐标系的坐标特点。

5. 【答案】C

【解析】

【分析】由三角形内角和定理可求出第三个内角也是  $60^\circ$ ，故可判断选项 A；如果等腰三角形两个底角为直角或钝角时，三角形不存在，故可判断选项 B；由三角形角平分线的性质可判断选项 C；根据轴对称图形的性质可判断选项 D。

【详解】解：A. 当三角形的两个内角是  $60^\circ$  时，另一个内角也是  $60^\circ$ ，此时的三角形是等边三角形，故选项 A 说法正确，不符合题意；

B. 如果等腰三角形的两个底角是直角或钝角时，等腰三角形不存在，所以等腰三角形的两个底角一定都是锐角，故选项 B 说法正确，不符合题意；

C. 三角形三条角平分线的交点与这个三角形三边的距离相等，故选项 C 说法不正确，符合题意；

D. 轴对称图形的对称轴，是任何一对对应点所连线段的垂直平分线，故选项 D 说法正确，不符合题意；

故选：C.

【点睛】此题主要考查了等腰三角形的性质以及等边三角形的性质和轴对称图形的性质以及三角形内角和定理，正确掌握相关定理与性质是解题关键。

6. 【答案】B

【解析】

【详解】根据镜子中 成象与实际物体是相反的原理，可利用轴对称性质作出图象向左或向右的对称，故选：B.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】根据平方和二次根式的非负性得  $x = 3$  或  $y = 4$ ，分情况讨论：①当腰为 3 时，底边为 4 时， $3 + 3 > 4$ ，即可得能围成三角形，三角形的周长为： $3 + 3 + 4 = 10$ ，②当腰为 4 时，底边为 3 时， $4 + 4 > 3$ ，能围成三角形，三角形的周长为： $4 + 4 + 3 = 11$ ，即可得。

【详解】解：  $(x-3)^2 + |y-4| = 0$

$x - 3 = 0$  或  $y - 4 = 0$

$x = 3$  或  $y = 4$ ，

∴ 以  $x, y$  的值为两边长的等腰三角形

∴ ①当腰为 3 时，底边为 4 时，

$3 + 3 > 4$ ，

∴ 能围成三角形，三角形 周长为： $3 + 3 + 4 = 10$ ，



②当腰为4时，底边为3时，

$$4+4>3$$

∴能围成三角形，三角形的周长为： $4+4+3=11$ ，

即以  $x, y$  的值为两边长的等腰三角形的周长是10或11，

故选：B.

【点睛】本题考查了平方和二次根式的非负性，三角形三边的关系，等腰三角形的性质，解题的关键是掌握平方和二次根式的非负性，三角形三边的关系.

8. 【答案】C

【解析】

【分析】图中三角形没被污染的部分有两角及夹边，根据全等三角形的判定方法解答即可.

【详解】解：由图可知，三角形没被污染的部分有两角及夹边，根据三角形两角及夹边可以作出全等三角形，

因此这两个三角形完全一样的依据是ASA.

故选C.

【点睛】本题考查了全等三角形的应用，熟练掌握三角形全等的判定方法是解题的关键.

9. 【答案】A

【解析】

【分析】根据线段垂直平分线的性质得到  $DC = DB$ ，得到  $\angle DBC = \angle C$ ，根据三角形内角和定理求出  $\angle C = 30^\circ$ .

【详解】解：∵点  $D$  恰好在边  $BC$  的垂直平分线上，

$$\therefore DC = DB,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle C,$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle ABD = \angle C,$$

$$\because \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle DBC = \angle ABD = 30^\circ;$$

故选A.

【点睛】本题考查垂直平分线的性质和角平分线的定义，熟练掌握垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等是解题的关键.

10. 【答案】A

【解析】

【分析】根据作图过程和等腰三角形的定义进行分析即可.

【详解】由作图过程可得： $CD=CD, DF=EF, CD=CK$



所以，是等腰三角形的有  $\triangle CDK$ ,  $\triangle CDE$ ,  $\triangle DEF$ ;  $\triangle CDF$  不一定是等腰三角形.

故选: A

【点睛】考核知识点: 等腰三角形. 理解等腰三角形的定义是关键.

## 二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

11. 【答案】 60

【解析】

【分析】根据三角形的外角定理求解即可;

【详解】解: 在  $\triangle ABC$  中

$$\angle B = \angle ACD - \angle A = 130^\circ - 70^\circ = 60^\circ$$

故答案为:  $60^\circ$

【点睛】本题考查了三角形的外角定理; 熟练运用三角形外角定理进行计算是解题关键.

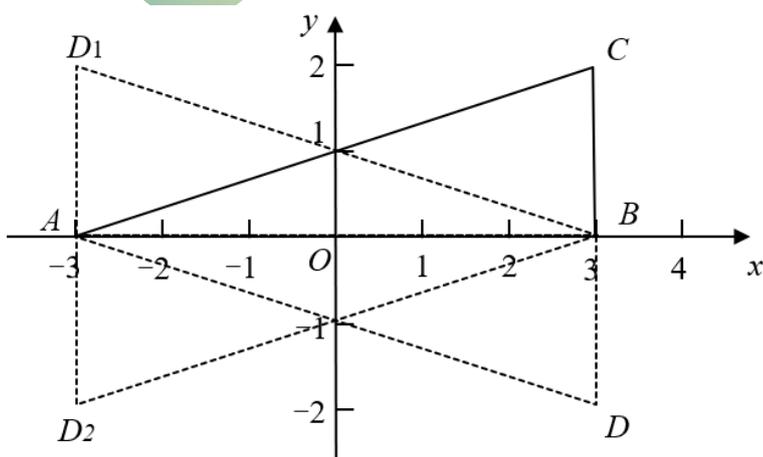
12. 【答案】 (3, -2) (答案不唯一)

【解析】

【分析】如图, 把  $\triangle ABC$  沿  $x$  轴对折可得  $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ , 再根据  $D$  的位置确定其坐标即可.

【详解】解: 如图, 把  $\triangle ABC$  沿  $x$  轴对折可得:

则  $BC = BD$ ,  $\angle ABC = \angle ABD = 90^\circ$ ,  $AB = AB$ ,



$\triangle ABC \cong \triangle ABD$ ,

$\therefore BC = BD = 2$ ,

$\therefore D (3, -2)$ ,

同理: 把  $\triangle ABC$ ,  $\triangle ABD$  关于  $y$  轴对折, 可得:

$\triangle ABC \cong \triangle BAD_1$ ,  $\triangle ABC \cong \triangle BAD_2$ ,

$\therefore D_1 (-3, 2)$ ,  $D_2 (-3, -2)$ ,

综上:  $D$  的坐标为:  $(3, -2)$  或  $(-3, 2)$  或  $(-3, -2)$

故答案为:  $(3, -2)$  或  $(-3, 2)$  或  $(-3, -2)$  (任写一个即可)

【点睛】本题考查的是轴对称的性质, 三角形全等的性质, 坐标与图形, 熟练的利用轴对称确定全等三角



形的对应顶点是解本题的关键.

13. 【答案】6

【解析】

【分析】求出 $\angle A$ ，求出 $\angle ACD$ ，根据含 $30^\circ$ 度角的直角三角形性质求出 $AC=2AD$ ， $AB=2AC$ ，求出 $AB$ 即可.

【详解】解： $\because CD \perp AB$ ， $\angle ACB=90^\circ$ ，

$$\therefore \angle ADC=90^\circ=\angle ACB,$$

$$\therefore \angle B=30^\circ,$$

$$\therefore \angle A=90^\circ-\angle B=60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD=90^\circ-\angle A=30^\circ,$$

$$\therefore AD=2,$$

$$\therefore AC=2AD=4,$$

$$\therefore AB=2AC=8,$$

$$\therefore BD=AB-AD=8-2=6,$$

故答案为：6.

【点睛】本题主要考查的是含 $30^\circ$ 角的直角三角形性质和三角形内角和定理的应用，关键是求出 $AC=2AD$ ， $AB=2AC$ .

14. 【答案】DE ## ED

【解析】

【分析】根据全等三角形的判定进行判断，注意看题目中提供了哪些证明全等的要素，要根据已知选择判断方法.

【详解】解：利用 $CD=BC$ ， $\angle ABC=\angle EDC$ ， $\angle ACB=\angle ECD$ ，即两角及这两角的夹边对应相等即ASA这一方法，可以证明 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ ，

故想知道两点 $A$ ， $B$ 的距离，只需要测量出线段 $DE$ 即可.

故答案为：DE.

【点睛】本题考查全等三角形的判定和性质，熟练掌握利用ASA证明三角形全等是解题的关键.

15. 【答案】等腰三角形的底边上的中线、底边上的高，顶角的平分线互相重合

【解析】

【分析】根据等腰三角形的底边上的中线、底边上的高，顶角的平分线互相重合，即可.

【详解】解： $\because \triangle ABC$ 是等腰三角形，

$$\therefore AC=BC,$$

$\therefore$ 点 $O$ 为 $AB$ 的中点，

$\therefore OC \perp AB$ ，即挂重物的绳与桌面垂直，（等腰三角形的底边上的中线、底边上的高，顶角的平分线互相重合）

故答案为：等腰三角形的底边上的中线、底边上的高，顶角的平分线互相重合.



【点睛】本题主要考查了学生对等腰三角形的性质的理解和掌握，此题与实际生活联系密切，体现了从数学走向生活的指导思想，从而达到学以致用的目的。

16. 【答案】①②③

【解析】

【分析】利用折叠的性质可得  $\angle BDE = \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle CBE = \angle DBE$ ， $BD = BC$ ， $ED = EC$ ，逐项判断即可。

【详解】解：由折叠的性质知， $\angle BDE = \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle CBE = \angle DBE$ ，

$\therefore DE \perp AB$ ， $BE$  平分  $\angle ABC$ ，故①②正确；

由折叠的性质知， $BD = BC$ ， $ED = EC$ ，

$\therefore BE$  垂直平分  $CD$ ，故③正确；

$\therefore \angle A$  不一定等于  $30^\circ$ ，

$\therefore BC$  不一定等于  $\frac{1}{2}AB$ ，

$\therefore$  现有条件不能够证明  $D$  是  $AB$  中点，故④错误；

综上，正确的有①②③。

故答案为：①②③。

【点睛】本题主要考查折叠的性质和垂直平分线的判定，解题的关键是掌握折叠前后对应角相等、对应边相等，对应点连线被对称轴垂直平分。

17. 【答案】 $30^\circ$  或  $60^\circ$

【解析】

【分析】先根据等边对等角求出  $\angle BAC = 100^\circ$ ，再分  $DA = DE$ ， $EA = ED$ ， $AE = AD$  三种情况，计算出  $\angle DAE$  的度数，则  $\angle DAC = \angle BAC - \angle DAE$ 。

【详解】解： $\because$  在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle C = \angle B = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$ 。

分三种情况：

当  $DA = DE$  时，

$\angle DAE = \angle DEA = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ADE) = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle BAC - \angle DAE = 100^\circ - 70^\circ = 30^\circ$ ；

当  $EA = ED$  时，

$\angle DAE = \angle ADE = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle BAC - \angle DAE = 100^\circ - 40^\circ = 60^\circ$ ；

当  $AE = AD$  时，

$\angle AED = \angle ADE = 40^\circ = \angle B$ ，



此时，点  $E$  与  $B$  重合，点  $D$  与  $C$  重合，不合题意；

综上所述， $\angle DAC$  的度数为  $30^\circ$  或  $60^\circ$  .

【点睛】本题主要考查等腰三角形的性质和三角形内角和定理等知识点，难度不大，熟练运用分类讨论思想是解题的关键.

18. 【答案】 ①. 50 ②. 40

【解析】

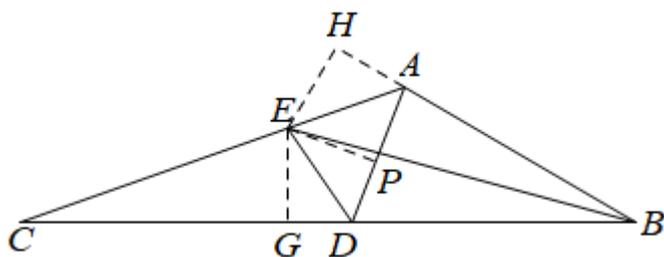
【分析】根据  $\angle BAC = 130^\circ$ ， $\angle BAD = 80^\circ$ ，可得  $\angle DAE = 50^\circ$ ，过  $E$  分别作  $BC, BA, AD$  的垂线，垂足分别为  $G, H, P$ ，根据角平分线的性质定理和判定定理可得  $EP = EG$ ，从而得到  $\angle CDE = \frac{1}{2} \angle CDA$ ，

再由三角形外角的性质可得  $\frac{1}{2}(\angle ABC + \angle BAD) = \angle BED + \frac{1}{2} \angle ABC$ ，即可.

【详解】解： $\because \angle BAC = 130^\circ$ ， $\angle BAD = 80^\circ$ ；

$\therefore \angle DAE = \angle BAC - \angle BAD = 50^\circ$ ；

如图，过  $E$  分别作  $BC, BA, AD$  的垂线，垂足分别为  $G, H, P$ ，



$\because BE$  平分  $\angle ABC$ ，

$\therefore EG = EH$ ，

$\because \angle BAC = 130^\circ$ ，

$\therefore \angle EAH = 50^\circ$ ，

$\therefore \angle EAH = \angle EAD$ ，

$\therefore \angle DAE = 50^\circ$ ，

$\therefore EP = EH$ ，

$\therefore EP = EG$ ，

$\therefore \angle CDE = \frac{1}{2} \angle CDA$ ，

$\because \angle ADC = \angle ABC + \angle BAD$ ， $\angle CDE = \angle BED + \angle DBE = \angle BED + \frac{1}{2} \angle ABC$ ，

$\therefore \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle BAD) = \angle BED + \frac{1}{2} \angle ABC$ ，

$\therefore \angle BED = \frac{1}{2} \angle BAD = 40^\circ$  .



故答案为：50；40

【点睛】本题考查了三角形外角的性质，角的平分线的性质定理和逆定理，本题的关键是作出辅助线，角的平分线性质的应用。

### 三、解答题（本题共 54 分，第 19-24 题每小题 5 分，第 25-28 题每小题 5 分）

19. 【答案】 $\pi - 7$

【解析】

【分析】先计算立方根、算术平方根，化简绝对值，再进行加减运算。

【详解】解： $\sqrt[3]{-8} - \sqrt{4} + |\pi - 3|$

$$= -2 - 2 + \pi - 3$$

$$= \pi - 7.$$

【点睛】本题考查实数的混合运算，熟练掌握立方根、算术平方根、化简绝对值等知识点是解题的关键。

20. 【答案】 $x > -2$

【解析】

【分析】根据一元一次不等式的性质以及解一元一次不等式的法则即可求解。

【详解】解：原式得， $2 + 2x > x$

$$\therefore x > -2,$$

故不等式的解集是： $x > -2$ 。

【点睛】本题主要考查解一元一次不等式，理解和掌握不等式的性质是解题的关键。

21. 【答案】 $\begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$

【解析】

【分析】利用加减消元法求解。

【详解】解： $\begin{cases} 2x + y = 7 \text{①} \\ x - y = 5 \text{②} \end{cases}$ ，

$$\text{①} + \text{②}，\text{得：} 3x = 12，$$

$$\text{解得：} x = 4，$$

$$\text{将 } x = 4 \text{ 代入②，得：} 4 - y = 5，$$

$$\text{解得：} y = -1，$$

故方程组的解为： $\begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$ 。

【点睛】本题考查解二元一次方程组，掌握加减消元法是解题的关键。

22. 【答案】0,1,2

【解析】

【分析】分别求出两个不等式的解集，进而即可求解。



【详解】解：根据题意得： 
$$\begin{cases} 2x+3 \leq x+5 \textcircled{1} \\ 1 < \frac{x+4}{3} \textcircled{2} \end{cases},$$

解不等式①得：  $x \leq 2$ ,

解不等式②得：  $x > -1$ ,

$\therefore$  不等式组的解集为：  $-1 < x \leq 2$ ,

$\therefore x$  的整数解为：  $0, 1, 2$ .

【点睛】本题主要考查了解一元一次不等式组，熟练掌握解不等式组解集的口诀：同大取大，同小取小，大小大中间找，大大小小找不到（无解）是解题的关键.

23. 【答案】见解析

【解析】

【分析】先证明  $\angle BAC = \angle DAE$ ，再根据全等三角形的判定与性质证明  $\triangle BAC \cong \triangle DAE$  即可解答.

【详解】证明：  $\because \angle 1 = \angle 2$ ,

$\therefore \angle BAC = \angle DAE$ ,

在  $\triangle BAC$  和  $\triangle DAE$  中，

$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle BAC = \angle DAE, \\ AC = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAC \cong \triangle DAE$  (SAS),

$\therefore \angle C = \angle E$ .

【点睛】本题考查全等三角形的判定与性质，熟练掌握全等三角形的判定与性质是解答的关键.

24. 【答案】见解析.

【解析】

【分析】根据平行线性质得  $\angle EDA = \angle DAC$ ，由  $ED = AE$ ，得  $\angle EAD = \angle EDA$ . 证  $\triangle ADB \cong \triangle ADC$  (SAS) 可得.

【详解】证明：  $\because ED \parallel AC$ ,

$\therefore \angle EDA = \angle DAC$ ,

$\because ED = AE$ ,

$\therefore \angle EAD = \angle EDA$ .

$\therefore \angle EAD = \angle DAC$ .

在  $\triangle ADB$  和  $\triangle ADC$  中，

$$\begin{cases} AB = AC, \\ \angle DAB = \angle DAC, \\ AD = AD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADC$  (SAS).

$\therefore BD = CD$ .



【点睛】考核知识点：全等三角形判定，等腰三角形性质.判定三角形全等是关键.

25. 【答案】(1) 作图见解析；(2) 平行；(3)  $\angle AOC=60^\circ$ .

【解析】

【详解】试题分析：(1) 根据轴对称的性质画出图形即可；

(2) 根据轴对称的性质可直接得出结论；

(3) 先根据轴对称图形的性质得出  $\triangle AOB \cong \triangle COD$ ，故可得出  $\angle OBD = \angle ODB$ ，  
 $\angle ABO + \angle OBD = \angle CDO + \angle ODB$ ，即  $\angle ABD = \angle CDB$ ，再由  $\angle ABD = 2\angle ADB$  可知  $\angle CDB = 2\angle ADB$ ，故  
 $\angle CDA = \angle ADB$ ，根据  $AC \parallel BD$ ，可知  $\angle CAD = \angle ADB$ ， $\angle CAD = \angle CDA$ ，所以  $CA = CD$ ，故可得出  
 $AO = OC = AC$ ，即  $\triangle AOC$  为等边三角形.

试题解析：(1) 如图 1 所示；

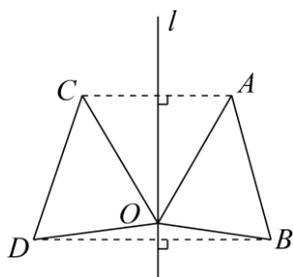


图 1

(2)  $\because AC$  与  $BD$  是对应点的连线，

$\therefore AC \parallel BD$ ，

故答案为平行；

(3) 如图 2， $\because$  由 (1) 可知， $\triangle AOB$  与  $\triangle COD$  关于直线  $l$  对称，

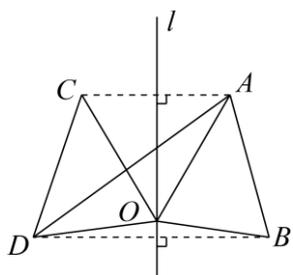


图 2

$$\therefore \begin{cases} AB = CD \\ OA = OC \\ OB = OD \end{cases},$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$ ，

$\therefore \angle OBD = \angle ODB$ ，

$\therefore \angle ABO + \angle OBD = \angle CDO + \angle ODB$ ，即  $\angle ABD = \angle CDB$ ，



$$\because \angle ABD = 2\angle ADB,$$

$$\therefore \angle CDB = 2\angle ADB,$$

$$\therefore \angle CDA = \angle ADB,$$

由(2)可知,  $AC \parallel BD$ ,  $\therefore \angle CAD = \angle ADB$ .  $\therefore \angle CAD = \angle CDA$ ,

$$\therefore CA = CD,$$

$$\therefore AO = AB,$$

$\therefore AO = OC = AC$ , 即  $\triangle AOC$  为等边三角形,

$$\therefore \angle AOC = 60^\circ.$$

26. 【答案】(1) (0, 3)或(0, -1)

(2)  $P_3$

(3) 3

【解析】

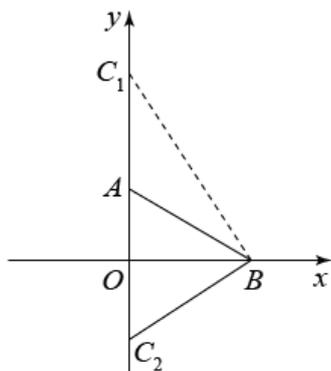
【分析】(1) 先求出  $B$  的坐标, 再根据等腰三角形的性质, 进行求解即可;

(2) 根据题意, 画出图形, 逐一进行判断即可;

(3) 作  $B$  关于  $y$  轴的对称点  $B'$ , 连接  $PB'$  交  $y$  轴于  $M$ , 则  $M$  即为所求.

【小问1详解】

解: 符合条件的有两点, 以  $A$  为圆心, 以  $AB$  为半径画弧, 交  $y$  轴于  $C_1, C_2$  点,



$$\because A(0, 1),$$

$$\therefore OA = 1,$$

在  $Rt\triangle AOB$  中,  $OA = 1, \angle ABO = 30^\circ$ ,

$$\therefore AB = 2OA = 2, \quad OB = \sqrt{3},$$

$$\text{即 } AC_1 = AC_2 = 2,$$

$$\therefore OC_1 = 1 + 2 = 3, \quad OC_2 = 2 - 1 = 1,$$

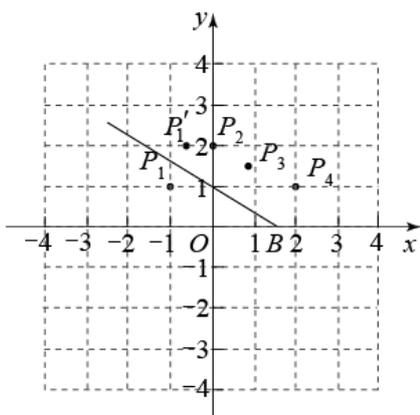
$\therefore C$  的坐标是(0, 3)或(0, -1);



【小问 2 详解】

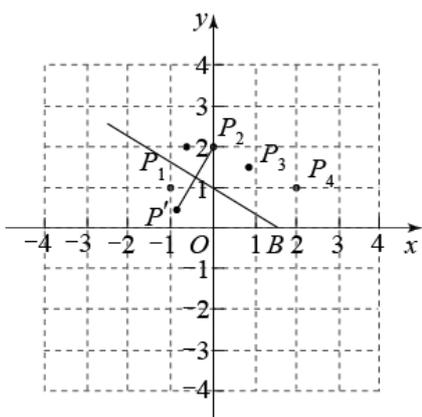
解：点  $P$  关于直线  $AB$  的对称点  $P'$  在  $x$  轴上，且  $AP=1$ ，

如图， $P_1$  的对称点不在  $x$  轴上，



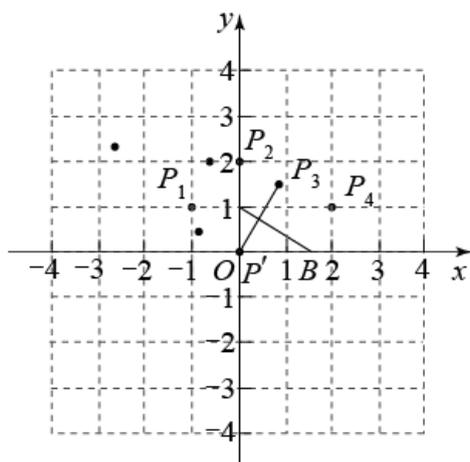
$\therefore P_1$  不满足题意；

如图， $P_2$  的对称点也不在  $x$  轴上，



$\therefore P_2$  不满足题意；

如图， $P_3$  对称点与原点重合，在  $x$  轴上，符合题意；



$\therefore AP_4 > 1$ ，





∴  $P_4$  不满足题意,

综上, 符合条件的点为  $P_3$ :

**【小问 3 详解】**

作  $B$  关于  $y$  轴的对称点  $B'$ , 连接  $PB'$  交  $y$  轴于  $M$ , 则  $M$  即为所求,

$$\therefore \angle ABO = \angle AB'O = 30^\circ,$$

过点  $P$  作  $PQ \perp x$  轴, 过  $A$  作  $AN \perp PQ$ ,

则:  $AN \parallel x$  轴,

$$\therefore \angle PAN = \angle AB'O = 30^\circ,$$

$$\therefore AP = 1,$$

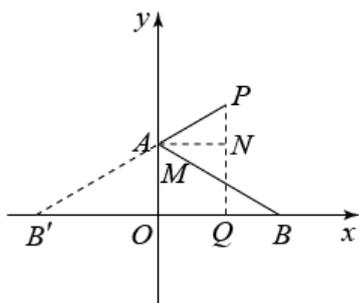
$$\therefore PN = \frac{1}{2}AP = \frac{1}{2},$$

$$\therefore PQ = PN + NQ = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \angle AB'O = 30^\circ, PQ \perp x \text{ 轴},$$

$$\therefore PM + BM = PM + B'M = PB' = 2PQ = 3.$$

∴ 故答案为: 3



**【点睛】** 本题考查坐标系下的轴对称含  $30^\circ$  角的直角三角形的性质及等腰三角形的性质, 熟练掌握等腰三角形的性质, 利用对称确定最短距离是解题的关键.

27. **【答案】** (1) ①见解析; ②  $EF = BF - AF$ , 理由见解析

$$(2) BF = EF - AF$$

**【解析】**

**【分析】** (1) ①由题意可得  $AB = AC = AE$ , 即可求  $\angle ABF = \angle AEF$ , 由  $AD$  是  $BC$  的中垂线可得  $BF = CF$ , 可证  $\triangle ABF \cong \triangle ACF$ , 可得  $\angle ABF = \angle ACF$ , 则结论可得;

②先证  $\triangle AFH$  是等边三角形, 由 AAS 可证  $\triangle ABH \cong \triangle AEF$ , 可得  $EF = BH$ , 可得结论;

(2) 先证  $\triangle AFH$  是等边三角形, 由 AAS 可证  $\triangle ABF \cong \triangle AEH$ , 可得  $BF = EH$ , 可得结论.

**【小问 1 详解】**

①证明:  $\because \triangle AEC$  是等边三角形,

$$\therefore \angle EAC = \angle ACE = 60^\circ, CE = AC = AE,$$



又 $\because AB = AC$ ,

$\therefore AB = AE$ ,

$\therefore \angle ABF = \angle AEF$ ,

$\because AB = AC, AD \perp BC$ ,

$\therefore AD$  是  $BC$  的垂直平分线,

$\therefore BF = FC$ ,

又 $\because AF = AF, AB = AC$ ,

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ACF$  (SSS),

$\therefore \angle ABF = \angle ACF$ ,

$\therefore \angle ACF = \angle AEF$ ;

②解:  $EF = BF - AF$ , 理由如下:

如图, 在  $BF$  上截取  $FH = AF$ , 连接  $AH$ ,

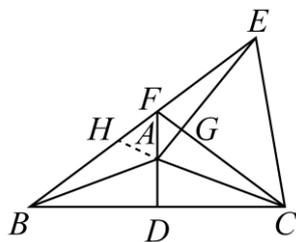


图1

$\because \angle ACF = \angle AEF, \angle AGC = \angle FGE$ ,

$\therefore \angle EFC = \angle EAC = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle BFC = 120^\circ$ ,

$\because BF = FC, FD \perp BC$ ,

$\therefore \angle BFD = \angle CFD = 60^\circ$ ,

$\because AF = HF$ ,

$\therefore \triangle AFH$  是等边三角形,

$\therefore AH = AF = HF, \angle AHF = \angle AFH$ ,

$\therefore \angle BHA = \angle AFE$ ,

又 $\because \angle ABF = \angle AEF, AB = AC = AE$ ,

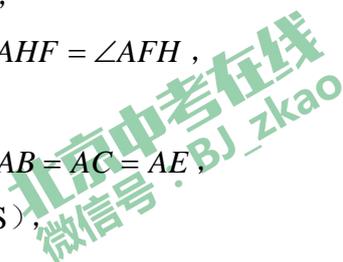
$\therefore \triangle ABH \cong \triangle AEF$  (AAS),

$\therefore EF = BH$ ,

$\therefore EF - BH = BF - FH = BF - AF$ ;

【小问2详解】

解: 如图, 在  $EF$  上截取  $AF = FH$ , 连接  $AH$ ,



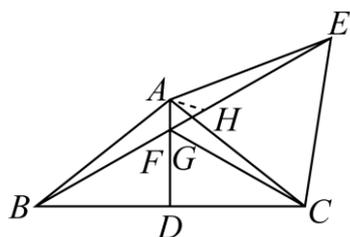


图2

$\because \triangle AEC$  是等边三角形,  
 $\therefore \angle EAC = \angle ACE = 60^\circ, CE = AC = AE,$   
 又  $\because AB = AC,$   
 $\therefore AB = AE,$   
 $\therefore \angle ABF = \angle AEF,$   
 $\because AB = AC, AD \perp BC,$   
 $\therefore AD$  是  $BC$  的垂直平分线,  
 $\therefore BF = FC,$   
 又  $\because AF = AF, AB = AC,$   
 $\therefore \triangle ABF \cong \triangle ACF (SSS),$   
 $\therefore \angle ABF = \angle ACF,$   
 $\therefore \angle ACF = \angle AEF,$   
 又  $\because \angle AGE = \angle CGF,$   
 $\therefore \angle EAC = \angle EFC = 60^\circ,$   
 $\therefore \angle BFC = 120^\circ,$   
 $\because BF = FC, FD \perp BC,$   
 $\therefore \angle BFD = \angle CFD = 60^\circ,$   
 $\therefore AF = HF,$   
 $\therefore \triangle AFH$  是等边三角形,  
 $\therefore AH = AF = HF, \angle AHF = \angle AFH,$   
 $\therefore \angle BFA = \angle AHE,$   
 又  $\because \angle ABF = \angle AEF, AB = AC = AE,$   
 $\therefore \triangle ABF \cong \triangle AEH (AAS),$   
 $\therefore BF = EH,$   
 $\therefore BF = EH = EF - FH = EF - AF.$

【点睛】 本题考查全等三角形的判定和性质，等腰三角形的性质以及等边三角形的性质。通过截长补短法构造三角形全等是解题的关键。

28. 【答案】(1) (1,4)

(2)  $-2 < x < 0$



(3)  $-3 \leq y_{N'} < 1$

【解析】

【分析】(1) 根据“二次对称点”的定义求解即可；

(2) 由题意，直线  $OE$  的解析式为  $y = x$ ，当点  $K$  关于  $y$  轴的对称点  $K_1$  在  $x$  轴的正半轴上时， $K_1$  关于直线  $y=x$  的对称点  $K_2$  落在  $y$  轴上，观察图象可知，当  $K$  点坐标为  $(-2,0)$  时， $K_2(0,2)$  正好落在线段  $CD$  上，由此可得结论；

(3) 如图 2 中，当点  $N$  与  $S$  重合，且  $N'$  在  $y$  轴上时，连接  $SN'$  交直线于点  $K$ ，交  $y$  轴于点  $J$ ，连接  $KN'$ ，设直线  $l$  交  $x$  轴于点  $D$ ，交  $y$  轴于点  $C$ ，如图 3 中，当点  $T$  与原点重合， $N$  与  $(0,1)$  重合时， $N'$  和  $N''$  都与  $(0,1)$  重合，此时  $N'(0,1)$ 。求出这两种特殊位置  $N'$  的坐标，可得结论。

【小问 1 详解】

解：点  $A(-1,0)$  关于  $y$  轴的对称点为  $A_1(1,0)$ ，

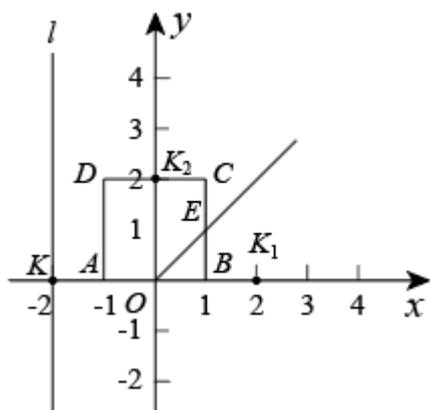
$\because$  直线  $l$  是经过  $(0,2)$  且平行于  $x$  轴的一条直线，

$\therefore$  点  $A_1(1,0)$  关于直线  $l$  的对称点为  $A_2(1,4)$ ；

故答案为：(1,4)

【小问 2 详解】

解：如图，



设直线  $OE$  的解析式为  $y = kx$ ，

$\because$  点  $E$  的坐标为  $(1,1)$ ，

$\therefore k=1$ ，

$\therefore$  直线  $OE$  的解析式为  $y = x$ ，

当点  $K$  关于  $y$  轴的对称点  $K_1$  在  $x$  轴的正半轴上时， $K_1$  关于直线  $y=x$  的对称点  $K_2$  落在  $y$  轴上，

观察图象可知，当  $K$  点坐标为  $(-2,0)$  时， $K_2(0,2)$  正好落在线段  $CD$  上，

观察图象可知当  $-2 < x < 0$  时， $K_2$  正方形内部，



故答案为：  $-2 < x < 0$ ；

【小问3 详解】

解：如图2，当点  $N$  与  $S$  重合，且  $N'$  在  $y$  轴上时，连接  $SN''$  交直线  $l$  于点  $K$ ，交  $y$  轴于点  $J$ ，连接  $KN'$ ，设直线  $l$  交  $x$  轴于点  $D$ ，交  $y$  轴于点  $C$ ，

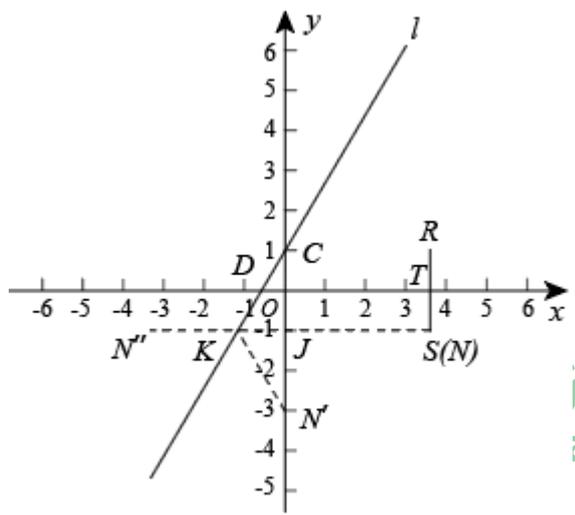


图2

- $\because \angle CDO = 60^\circ, OD \parallel KJ,$
- $\therefore \angle CKJ = \angle CDO = 60^\circ,$
- $\because N'$  和  $N''$  关于直线  $l$  对称,
- $\therefore \angle CKN' = \angle CKN'' = 120^\circ,$
- $\therefore \angle CKJ = \angle N''KJ = 60^\circ,$
- $\therefore \angle KCJ = \angle KN''J = 30^\circ,$
- $\therefore KC = KN'',$
- $\therefore KJ = CN'',$
- $\therefore CJ = JN'' = 2,$
- $\therefore ON'' = 3,$
- $\therefore$  此时点  $N''(0, -3),$

如图3，当点  $T$  与原点重合， $N$  与  $(0,1)$  重合时， $N'$  和  $N''$  都与  $(0,1)$  重合，此时  $N'(0,1)$ 。

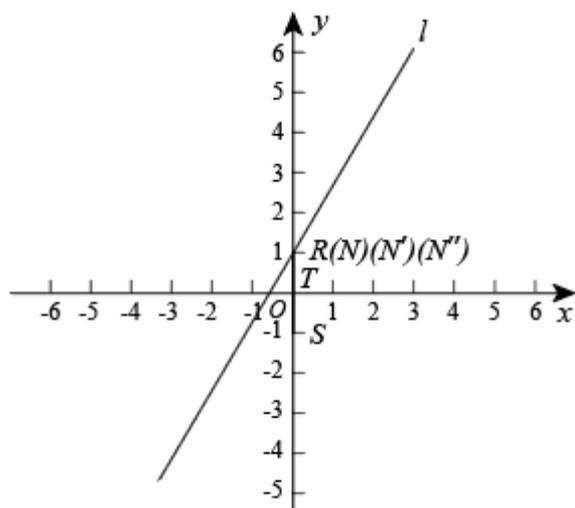


图3

根据题意得： $t > 0$ ，

观察图象得：满足条件的  $N'$  的纵坐标为  $-3 \leq y_{N'} < 1$ 。

故答案为： $-3 \leq y_{N'} < 1$ 。

【点睛】本题属于四边形综合题，考查了正方形的性质，轴对称变换，一次函数的性质等知识，解题的关键是学会寻找特殊位置，解决问题，属于中考压轴题。

