房山2021届初三年级一模考试

数学试卷

2021.4

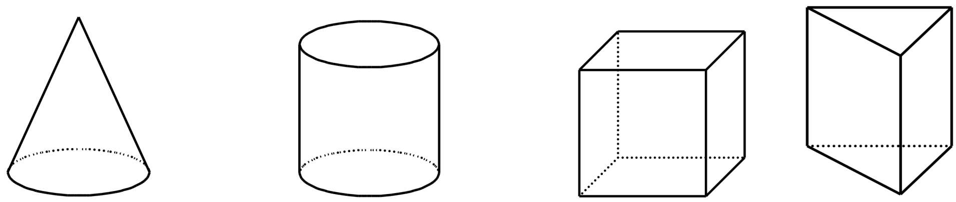
学校______________ 班级______________ 姓名______________ 考号

考生须知	1．本试卷共7页，共三道大题，28道小题，满分100分。考试时间120分钟。 2．在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和准考证号。 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4．在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5．考试结束，请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 下列几何体中，主视图是三角形的是



（A） （B） （C）

（D）

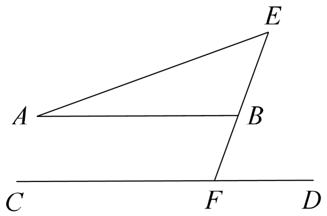
2. 在迎来了中国共产党成立一百周年的重要时刻，我国脱贫攻坚战取得了全面胜利.现行标准下，12 800个贫困村全部出列.将12 800用科学记数法表示应为

（A）12.8×10^3 （B）1.28×10^3 （C）1.28×10^4 （D）0.128×10^5

3. 下列冬奥会会徽的部分图案中，既是轴对称图形也是中心对称图形的是

（A）　　　　　　　　（B）　　　　　　　　（C）　　　　　　　　（D）

4. 如图，$AB \parallel CD$，EF 分别与 AB，CD 交于点 B，F.若 $\angle E=50°$，$\angle EFC=110°$，则 $\angle A$ 的度数为



（A）$20°$　　　（B）$30°$　　　（C）$40°$　　　（D）$50°$

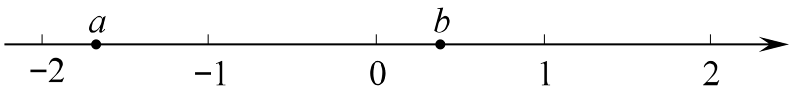
5. 如果从1，2，3，4，5，6这六个数中任意选取一个数，那么取到的数恰好是3的整数倍的概率是

（A）$\frac{1}{2}$　　　（B）$\frac{1}{3}$　　　（C）$\frac{1}{4}$　　　（D）$\frac{1}{6}$

6. 若一个多边形的每个外角都是72°，则该多边形的边数为

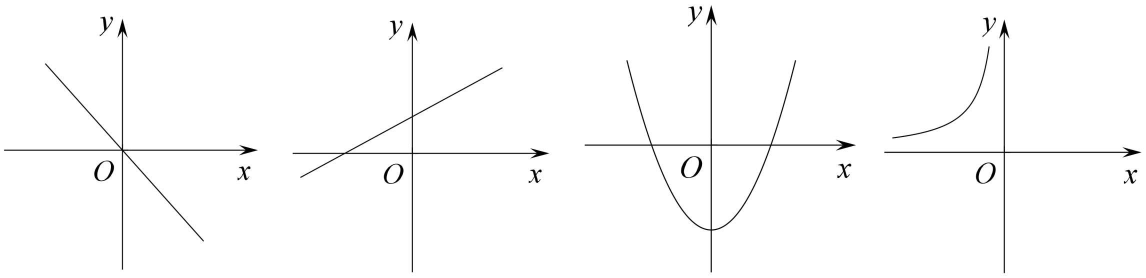
（A）3　　　（B）4　　　（C）5　　　（D）6

7. 实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则下列结论正确的是



（A）$a>-1$　　　（B）$ab>0$　　　（C）$b<-a$　　　（D）$|a|<|b|$

8. 在平面直角坐标系 xOy 中，若函数图象上任意两点 $P(x_1, y_1)$，$Q(x_2, y_2)$ 均满足 $(x_1-x_2)(y_1-y_2)>0$.下列四个函数图象中，



①　　②　　③

④

所有正确的函数图象的序号是

（A）①②　　（B）③④　　（C）①③　　（D）②④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若分式 $\dfrac{1}{x-5}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是__________.

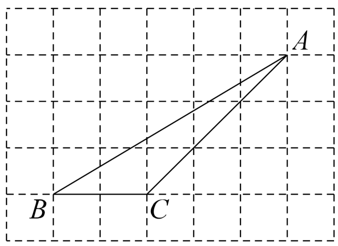
10. 写出一个比 1 大比 4 小的无理数__________.

11. 分解因式：$3a^2-3b^2=$__________.

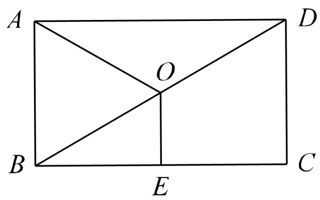
12. 方程组 $\begin{cases}x+y=5,\\2x-y=1\end{cases}$ 的解为__________.

13. 已知关于 x 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有两个不相等实数根，则 m 的取值范围是__________.

14. 如图所示的网格是正方形网格，A，B，C 是网格线交点，则 $\angle ABC+\angle BAC=$ __________°.



第 14 题



第 15 题

15. 如图，点 O 是矩形 $ABCD$ 的对角线 BD 的中点，点 E 是 BC 的中点，连接 OA，OE．若 $OA=2$，$OE=1$，则矩形 $ABCD$ 的面积为__________.

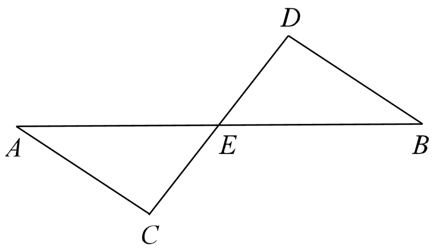
16. 甲，乙，丙，丁，戊，己六人，将在“学党史，讲党史”活动中进行演讲，要求每位演讲者只讲一次，并且在同一时间只有一位演讲者，三位演讲者在午餐前演讲，另三位演讲者在午餐后演讲，丙一定在午餐前演讲，仅有一位演讲者处在甲和乙之间，丁在第一位或在第三位发言．如果戊是第四位演讲者，那么第三位演讲者是__________.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程 .

17. 计算：$(\frac{1}{2})^{-1}+\sqrt{8}+|-1|-4\cos 45°$

18. 已知：如图，AB 与 CD 交于点 E，点 E 是线段 AB 的中点，$\angle A=\angle B$.

求证：$AC=BD$.



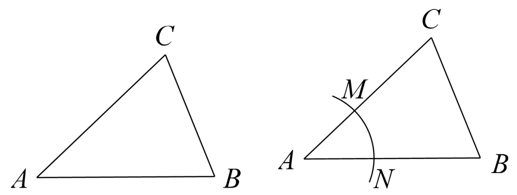
19. 解不等式组：$\begin{cases}3x-2>2x, \\ \dfrac{x-2}{5}<\dfrac{x}{3}.\end{cases}$

20. 已知$3x^2-x-1=0$，求代数式$(x-2)^2+5x(x+1)-3x$的值.

21. 已知：△ABC为锐角三角形，$AB=AC$.

求作：菱形$ABDC$.

作法：如图，



①以点A为圆心，适当长为半径作弧，交AC于点M，

交AB于点N；

②分别以点M，N为圆心，大于$\dfrac{1}{2}MN$的长为半径作弧，

两弧在$\angle CAB$的内部相交于点E，作射线AE与BC交于点O；

③以点O为圆心，以AO长为半径作弧，与射线AE交于点D，连接CD，BD；

四边形$ABDC$就是所求作的菱形.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：$\because AB=AC$，AE平分$\angle CAB$，

$\therefore CO=$__________.

$\because AO=DO$，

$\therefore$四边形$ABDC$是平行四边形.

$\because AB=AC$，

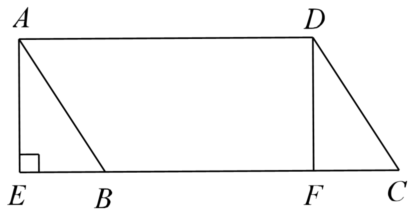
$\therefore$四边形$ABDC$是菱形（__________）（填推理的依据）.

22. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，过点 A 作 $AE \perp BC$ 交 CB 的延长线于点 E，点 F 在 BC 上，且 $CF = BE$，连接 DF.

（1）求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；

（2）连接 BD，若 $\angle ABD = 90°$，$AE = 4$，$CF = 2$，

求 BD 的长.



23. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = x + 1$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}(k \neq 0)$ 的图象相交于点 $A(2, m)$，将点 A 向左平移 2 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度，得到点 B.

（1）求反比例函数的表达式和点 B 的坐标；

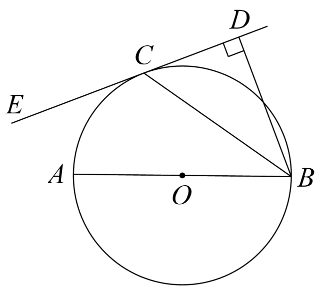
（2）若一次函数的图象过点 B，且与反比例函数 $y = \frac{k}{x}(k \neq 0)$ 的图象没有公共点，

写出一个满足条件的一次函数的表达式 .

24. 如图，AB 为⊙O 的直径，C 为⊙O 上一点，过点 C 作⊙O 的切线 CE，过点 B 作 $BD \perp CE$ 于点 D.

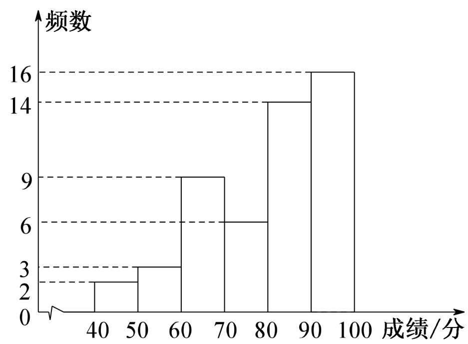
（1）求证：$\angle ABC = \angle DBC$；

（2）若 $CD = 6$，$\sin\angle ABC = \frac{3}{5}$，求 AB 的长.



25. 为了解某校男，女生对配餐公司菜品满意度的情况，学生会从全校随机抽取男，女生各 50 名进行调查，获得了他们的打分成绩（百分制），并对数据（打分成绩）进行整理、描述和分析.下面给出了部分信息.

a. 男生打分成绩的频数分布直方图如下(数据分成 6 组: $40\le x<50$，$50\le x<60$，$60\le x<70$，$70\le x<80$，$80\le x<90$，$90\le x<100$):



*b.*男生打分成绩在 $80\le x<90$ 这一组的是:

80　81　81　82　84　86　87

88　88　88　89　89　89　89

*c.*男，女生打分成绩的平均数，中位数，众数如下:

成绩	平均数	中位数	众数
男生	82	m	89
女生	84	82	86

（1）写出表中 m 的值；

（2） 在此次调查中，对配餐公司满意度较高的是__________（填“男生”或“女生”），理由__________；

（3）如果该校 700 名男生都参加此次测试，请估计该校男生打分成绩超过 85 分的人数.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2-2ax+c(a\neq 0)$ 被 x 轴截得的线段长度为 4.

（1）求抛物线的对称轴；

（2）求 c 的值（用含 a 的式子表示）；

（3）若点 $M\left(x_1,3\right)$，$N\left(x_2,3\right)$ 为抛物线上不重合两点（其中 $x_1<x_2$），且满足 $x_1\left(x_2-5\right)\leqslant 0$，求 a 的取值范围.

27. 已知：在△ABC中，$\angle A=45^\circ$，$\angle ABC=\alpha$，以BC为斜边作等腰Rt△BDC，使得A，D两点在直线BC的同侧，过点D作$DE\perp AB$于点E.

（1）如图 1，当$\alpha=20^\circ$时，

①求$\angle CDE$的度数；

②判断线段AE与BE的数量关系；

（2）若$45^\circ<\alpha<90^\circ$，线段AE与BE的数量关系是否保持不变？依题意补全图 2，并证明.

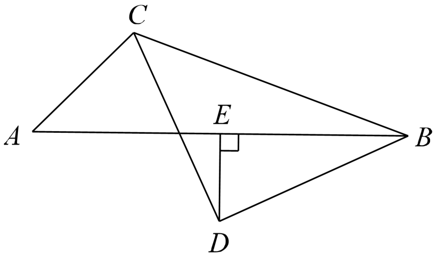


图 1

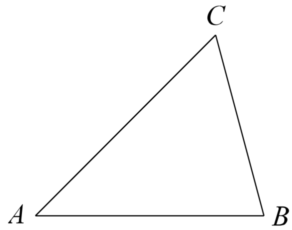


图 2

28. 对于平面内的点P和图形M，给出如下定义：以点P为圆心，r为半径作圆，若⊙P与图形M有交点，且半径r存在最大值与最小值，则将半径r的最大值与最小值的差称为点P视角下图形M的“宽度d_M”.

（1）如图 1，点$A(4,3)$，$B(0,3)$.

①在点O视角下，则线段AB的“宽度d_{AB}”为__________；

②若⊙B半径为 1.5，在点A视角下，⊙B的“宽度$d_{\odot B}$”为__________；

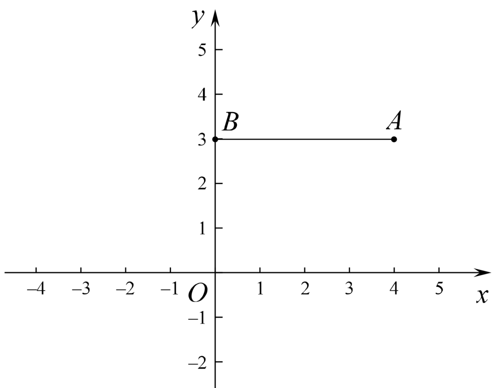


图 1

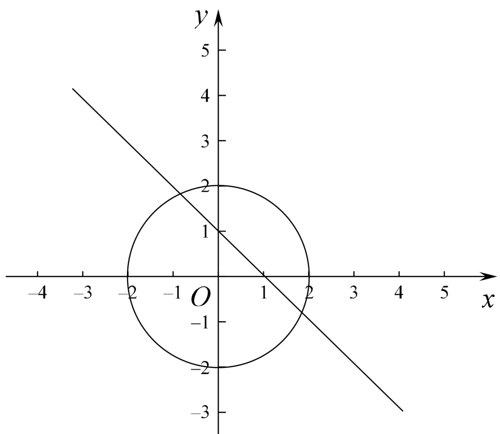


图 2

（2）如图 2，⊙O半径为 2，点P为直线$y=-x+1$上一点.求点P视角下⊙O“宽度$d_{\odot O}$”的取值范围；

（3）已知点 $C\left(m,0\right)$， $CK=1$，直线 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+3$ 与 x 轴，y 轴分别交于点 D，E．若随着点 C 位置的变化，使得在所有点 K 的视角下，线段 DE 的“宽度”均满足 $0<d_{DE}<6$，直接写出 m 的取值范围．

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	B	A	B	C	C	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $x \neq 5$

10. $\sqrt{2}$（答案不唯一）

11. $3(a-b)(a+b)$

12. $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$

13. $m<1$

14. 45

15. $4\sqrt{3}$

16. 甲或乙

三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解：原式 $=(\frac{1}{2})^{-1}+\sqrt{8}+|-1|-4\cos 45°$

$=2+2\sqrt{2}+1-2\sqrt{2}$ ……………………..………4 分

$=3$ ……………………..………5 分

18. 证明：∵点 E 是线段 AB 的中点，

∴ $AE=BE$. ……………………..………1 分

在△ ACE 与△ BDE 中，

$\begin{cases} \angle A=\angle B, \\ AE=BE, \\ \angle AEC=\angle BED. \end{cases}$

∴△ ACE ≌△ BDE. ……………………..………4 分

∴ $AC=BD$. ……………………..………5 分

19. 解:原不等式组为$\begin{cases} 3x-2>2x, & ① \\ \dfrac{x-2}{5}<\dfrac{x}{3}. & ② \end{cases}$

解不等式①，得 $x>2$. ……………………………2 分

解不等式②， 得 $x>-3$. ……………………………4 分

∴原不等式组的解集为 $x>2$. ……………………………5 分

20. 解: $(x-2)^2+5x(x+1)-3x$

$=x^2-4x+4+5x^2+5x-3x$ ……………………………2 分

$=6x^2-2x+4$, ……………………………3 分

∵ $3x^2-x-1=0$,

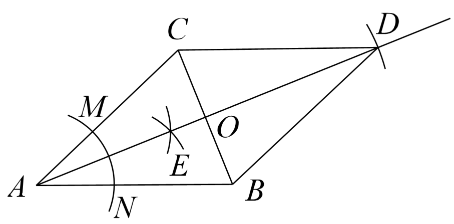
∴ $3x^2-x=1$. ……………………………4 分

∴原式 $=2(3x^2-x)+4$

$=2\times1+4$

$=6$. ……………………………5 分

21. 解：（1）补全的图形如图所示： ……………………………2 分



（2）BO；……………………………3 分

有一组邻边相等的平行四边形是菱形. ……………………………5 分

22.（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AD \parallel BC$， $AD=BC$.

∴ $AD \parallel EF$.

∵ $CF=BE$,

∴ $BC=EF$.

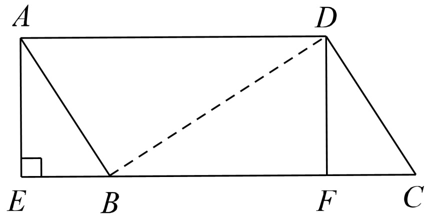
∴ $AD=EF$.

∴四边形 $AEFD$ 是平行四边形.

∵ $AE\perp BC$,

$\therefore \angle AEB = 90°$.

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是矩形. ……………………………3 分



（2）解：连接 BD，

$\because$ 四边形 $AEFD$ 是矩形，

$\therefore \angle E = 90°$.

在 Rt$\triangle AEB$ 中，$AE = 4$，$BE = CF = 2$，

$\therefore AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$.

$\because AD \parallel BC$，

$\therefore \angle DAB = \angle ABE$.

$\because \angle E = \angle ABD = 90°$，

$\therefore \triangle AEB \backsim \triangle DBA$.

$\therefore \dfrac{EA}{BD} = \dfrac{BE}{AB}$，即. $\dfrac{4}{BD} = \dfrac{2}{2\sqrt{5}}$.

$\therefore BD = 4\sqrt{5}$. ……………………………6 分

23. 解：（1）$\because$ 一次函数 $y = x+1$ 的图象与反比例函数 $y = \dfrac{k}{x}(k \neq 0)$ 的图象相交于点 $A(2, m)$，

$\therefore$ 把点 $A(2, m)$ 代入 $y = x+1$，得 $m = 3$.

$\therefore A(2, 3)$，$k = 2 \times 3 = 6$.

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y = \dfrac{6}{x}$.

$\because$ 点 A 向左平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位，得到点 B，

$\therefore B(0, 4)$. ……………………………4 分

（2）$y = -x + 4$.(答案不唯一) ……………………………6 分

24.（1）证明：连接 OC.

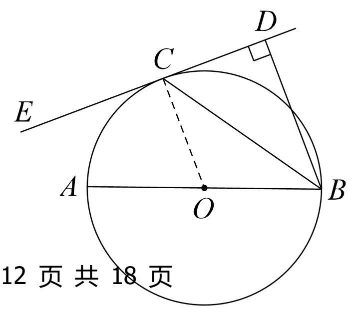
$\because CE$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore OC \perp CE$.

$\because BD \perp CE$，

$\therefore \angle D = \angle OCE = 90°$.

$\therefore OC \parallel BD$.



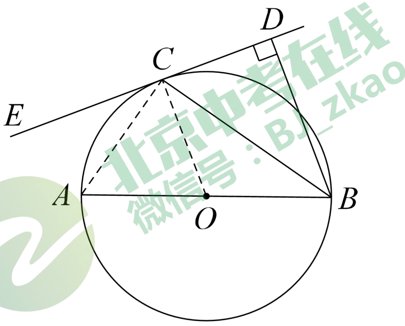
$\therefore \angle OCB = \angle DBC$.

$\because \angle OCB = \angle OBC$，

$\therefore \angle OBC = \angle DBC$，

即 $\angle ABC = \angle DBC$. ……………..……………..……….3 分

（2）解：连接 AC.



$\because AB$ 是$\odot O$的直径，

$\therefore \angle ACB = 90°$.

$\because \angle ABC = \angle DBC$， $\sin \angle ABC = \dfrac{3}{5}$，

$\therefore \sin \angle DBC = \dfrac{3}{5}$.

在 Rt△BDC 中，

$\because \sin \angle DBC = \dfrac{3}{5}$， $CD = 6$，

$\therefore BC = \dfrac{CD}{\sin \angle DBC} = \dfrac{6}{\frac{3}{5}} = 10$.

在 Rt△ACB 中，

$\because \sin \angle ABC = \dfrac{3}{5}$， $BC = 10$，

设 $AC = 3x$，$AB = 5x$.

$\therefore (3x)^2 + 10^2 = (5x)^2$

$\therefore x = \dfrac{5}{2}$.

$\therefore 5x = \dfrac{25}{2}$，即 $AB = \dfrac{25}{2}$ ……………………..……….6 分

25.（1）85；………………………..……….1 分

（2）答案不唯一，理由需支撑推断的结论；……………..……………..……….3 分（3）解：$700 \times \dfrac{25}{50} = 350$（名）

答：该校男生打分成绩超过 85 分的有 350 名…………………..……….5 分

26.（1）解：$\because y = ax^2 - 2ax + c$

$= a(x-1)^2 + c - a$

∴抛物线 $y=ax^2-2ax+c$ 的对称轴为:直线 $x=1$ ....1 分

（2）解：∵抛物线 $y=ax^2-2ax+c$ 被 x 轴截得的线段长度为 4,

∴抛物线 $y=ax^2-2ax+c$ 与 x 轴交点为 $(3,0)$.

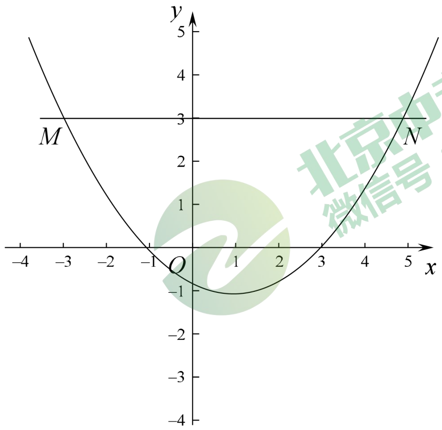
∴ $9a-6a+c=0$.

∴ $c=-3a$ ....3 分

（3）解：∵ $c=-3a$,

∴ $y=ax^2-2ax-3a$.

∴抛物线 $y=ax^2-2ax-3a$ 的顶点坐标为 $(1,-4a)$.



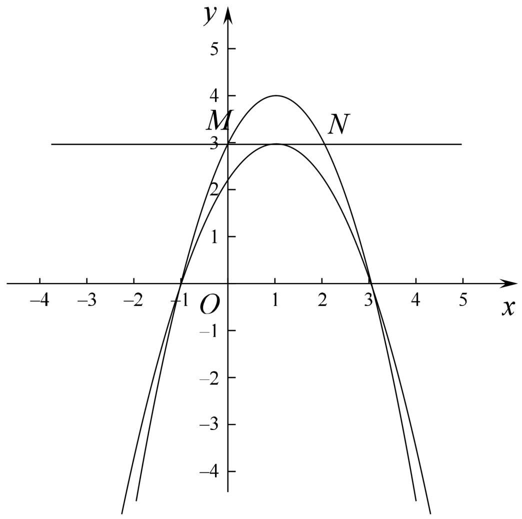
∵ $x_1(x_2-5)\leqslant 0$,

∴ $x_1\geqslant 0, x_2-5\leqslant 0$ 或 $x_1\leqslant 0, x_2-5\geqslant 0$.

∴ $x_1\geqslant 0, x_2\leqslant 5$ 或 $x_1\leqslant 0, x_2\geqslant 5$.

①当 $a>0$ 时，

∵ $x_1(x_2-5)\leqslant 0$，图象过 $(-1,0)$，$(3,0)$.



$\therefore x_1<0, x_2\geqslant 5$.

将 $x=5, y=3$ 代入 $y=ax^2-2ax-3a$ 得，

$a=\dfrac{1}{4}$.

$\therefore 0<a\leqslant\dfrac{1}{4}$.

②当 $a<0$ 时，

$\because x_1(x_2-5)\leqslant 0$，图象过 $(-1,0)$，$(3,0)$.

$\therefore x_1\geqslant 0, x_2\leqslant 5$

将 $x=0, y=3$ 代入 $y=ax^2-2ax-3a$ 得，$a=-1$.

当抛物线的顶点 $(1,-4a)$ 在 MN 上时，

$\therefore a=-\dfrac{3}{4}$.

$\therefore -1\leqslant a<-\dfrac{3}{4}$.

$\therefore 0<a\leqslant\dfrac{1}{4}$ 或 $-1\leqslant a<-\dfrac{3}{4}$ ……………………………6 分

27.（1）①解：$\because$ 以 CB 为斜边作等腰直角三角形 $\triangle BCD$，

$\therefore \angle CDB=90°$，$\angle CBD=45°$.

$\because \angle ABC=20°$，

$\therefore \angle EBD=25°$.

∵过点 D 作 $DE\perp AB$ 于 E，

∴ $\angle DEB=90°$.

∴ $\angle EBD+\angle EDB=90°$.

∵ $\angle CDB=90°$，

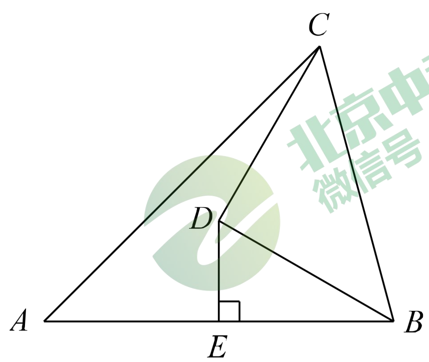
即 $\angle CDE+\angle EDB=90°$.

∴ $\angle CDE=\angle EBD=25°$ ……………..……………..……….2 分

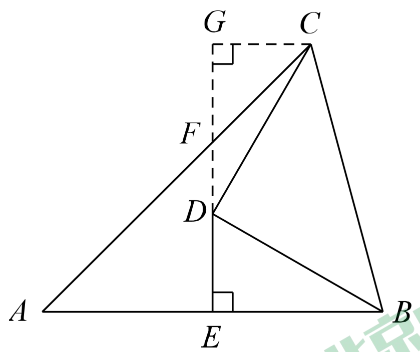
② $AE=BE$； ……………..……………..……….3 分

（2）答：若 $45°<\alpha<90°$，线段 AE 与 BE 的数量关系保持不变，即 $AE=BE$.

补全图形如图所示：……………..……………..……….5 分



证明：延长 ED 交 AC 延长线于点 F，过点 C 作 $CG\perp DF$ 于点 G.



∴ $\angle CGD=90°$.

∵△ BCD 为等腰直角三角形，

∴ $\angle CDB=90°$， $BD=DC$.

∵ $DE\perp AB$，

∴ $\angle DEB=90°$.

∴ $\angle CGD=\angle DEB$.

$\therefore \angle GDC = \angle EBD$.

在$\triangle CDG$与$\triangle DBE$中，

$$\begin{cases} \angle CGD = \angle DEB, \\ \angle GDC = \angle EBD, \\ CD = DB. \end{cases}$$

$\therefore \triangle CDG \cong \triangle DBE$.

$\therefore CG = DE$， $DG = BE$.

$\because \angle A = 45^\circ$， $DE \perp AB$，

$\therefore \triangle AEF$ 为等腰直角三角形.

$\therefore AE = EF$， $\angle F = 45^\circ$.

$\because CG \perp DF$，

$\therefore \triangle CGF$ 为等腰直角三角形.

$\therefore CG = GF$.

$\therefore DE = GF$.

$\therefore EG + DE = EG + GF$.

即 $DG = EF$.

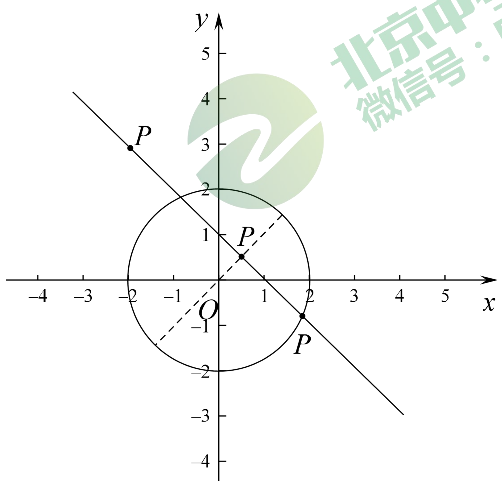
$\therefore DG = EF = AE = BE$.

即 $AE = BE$ ……………………..……….7 分

28.解：（1）①2；………………………..……….1 分

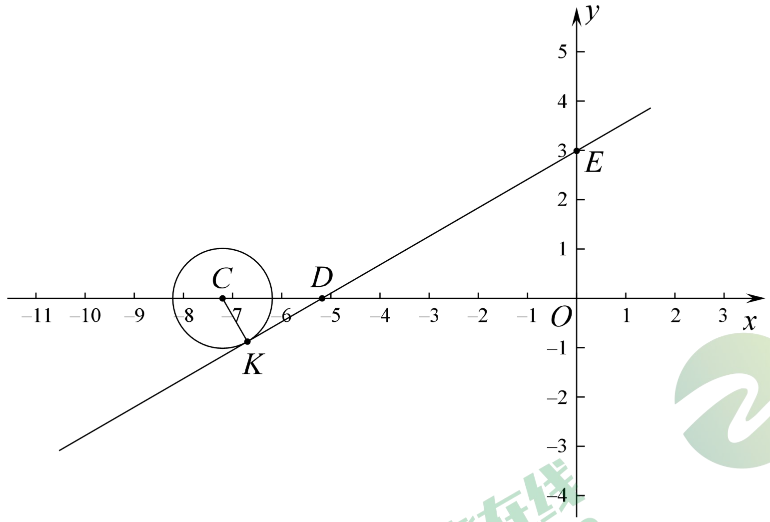
②3；………………………..……….2 分

（2）当 $OP \perp$ 直线 $y = -x + 1$ 时，取到最小值 $\sqrt{2}$；



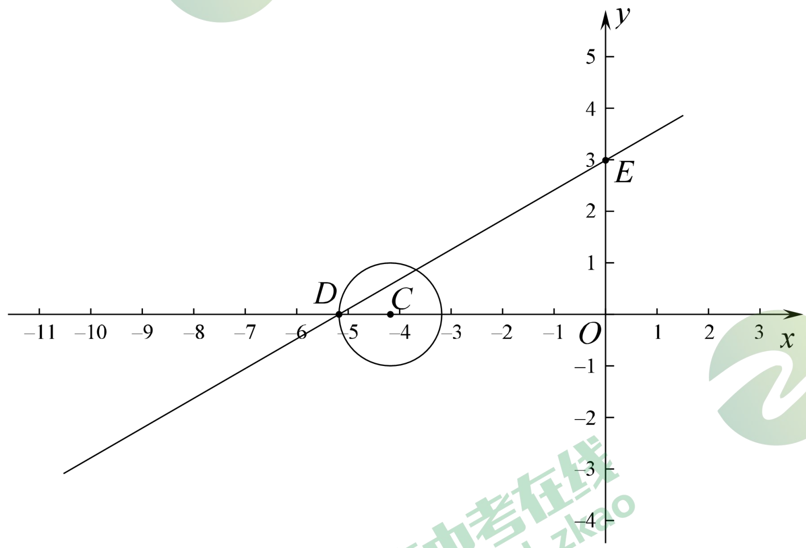
当点 P 在圆上或圆外时，取到最大值 4；

$\therefore \sqrt{2} \leqslant$ 宽度 $d_{\odot O} \leqslant 4$ ……………………………5 分



（3）$m < -3\sqrt{3} - 2$ 或 $m > -3\sqrt{3} + 1$ ……………………………7 分

当⊙ C 于直线相切时，$m = -3\sqrt{3} - 2$.



当⊙ C 过点 D 时，$m = -3\sqrt{3} + 1$.