

北京二中教育集团初三（上）数学限时练习（四）

2023.9.27

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

一、选择题（共 16 分，每小题 2 分）

1. 抛物线 $y=(x-2)^2-3$ 的顶点坐标是（ ）

- A. (2, -3) B. (-2, 3) C. (2, 3) D. (-2, -3)

2. 将抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 向下平移 1 个单位长度，得到的抛物线是（ ）

- A. $y=\frac{1}{2}x^2-1$ B. $y=\frac{1}{2}x^2+1$ C. $y=\frac{1}{2}(x-1)^2$ D. $y=\frac{1}{2}(x+1)^2$

3. 下列图形中，是中心对称图形但不是轴对称图形的是（ ）

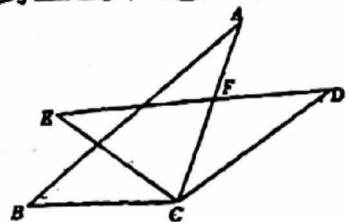


4. 用配方法解方程 $x^2-6x+4=0$ 时，配方结果正确的是（ ）

- A. $(x-3)^2=5$ B. $(x-3)^2=13$ C. $(x-6)^2=32$ D. $(x-6)^2=40$

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，以 C 为中心，将 $\triangle ABC$ 顺时针旋转 35° 得到 $\triangle DEC$ ，边 ED ， AC 相交于点 F ，若 $\angle A=30^\circ$ ，则 $\angle EFC$ 的度数为（ ）

- A. 80° B. 72.5°
C. 65° D. 60°

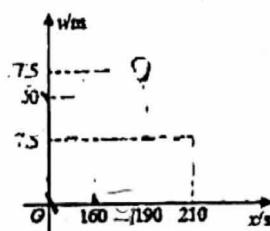


6. 下列关于抛物线 $y=x^2+bx-2$ 的说法正确的是（ ）

- A. 抛物线的开口方向向下
B. 抛物线与 y 轴交点的坐标为 $(0, 2)$
C. 当 $b>0$ 时，抛物线的对称轴在 y 轴右侧
D. 对于任意的实数 b ，抛物线与 x 轴总有两个公共点

7. $A(-0.5, y_1)$, $B(1, y_2)$, $C(4, y_3)$ 三点都在二次函数 $y = -(x-2)^2 + k$ 的图象上, 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系为 ()
 A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 < y_3 < y_2$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_3 < y_2 < y_1$
8. 小明周末前往游乐园游玩; 他乘坐了摩天轮, 摩天轮转一圈, 他离地面高度 $y(m)$ 与旋转时 $x(s)$ 之间的关系可以近似地用 $y = -\frac{1}{40}x^2 + bx + c$ 来刻画. 如图记录了该摩天轮旋转时 $x(s)$ 和离地面高度 $y(m)$ 的三组数据, 根据上述函数模型和数据, 可以推断出: 当小明乘坐此摩天轮离地面最高时, 需要的时间为 ()

- A. 186s
 B. 180s
 C. 175s
 D. 172s



二、填空题 (共 16 分, 每小题 2 分)

9. 请写出一个开口向下, 经过原点的二次函数的表达式 _____

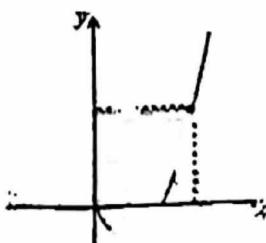
10. 若 a 是方程 $2x^2 - 3x + 1 = 0$ 的一个根, 则式子 $4a^2 - 6a + 1$ 的值为 _____

11. 风力发电机可以在风力作用下发电, 如图的转子叶片图案绕中心旋转 n° 后能与原来的图案重合, 那么 n 的最小值是 _____

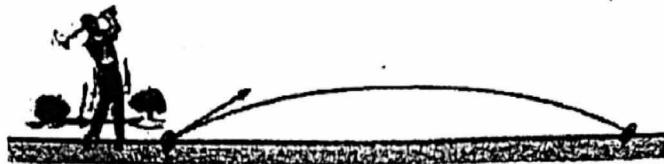


12. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币, 则一枚硬币正面向上、一枚硬币反面向上的概率是 _____.

13. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图所示, 当 $y < 3$ 时, x 的取值范围是 _____.



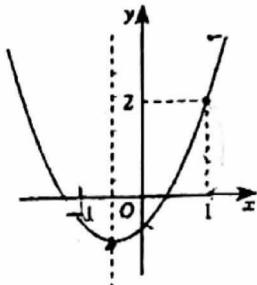
14. 如图, 若被击打的小球飞行高度 h (单位: m) 与飞行时间 t (单位: s) 之间具有
的关系为 $h=40t-5t^2$, 则小球从飞出到落地所用的时间为 _____ s .



15. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示,

则下列结论中正确的有 _____.

- ① $abc > 0$;
- ② $a+b+c=2$;
- ③ $b > 2a$;
- ④ $b > 1$.



16. 平面直角坐标系中, 点 P 是一动点, 点 $A(6,0)$ 绕点 P 顺时针旋转 90° 到点 B 处,
点 B 恰好落在直线 $y=-2x$ 上. 当线段 AP 最短时, 点 P 的坐标为 _____.

三、解答题 (共 68 分)

17. 解方程: $x^2 + 6x + 1 = 0$.

18. 解方程: $x(2x+1) = 4x+2$.

19. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x - (m+1) = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若 m 为符合条件的最小整数, 求此方程的根.

20. 如图, 正方形网格中, $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上, 其中 $B(-2, -2)$, 请在所给的直角坐标系中按要求解答下列问题:

(1) 若 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 关于坐标原点 O 成中心对称,

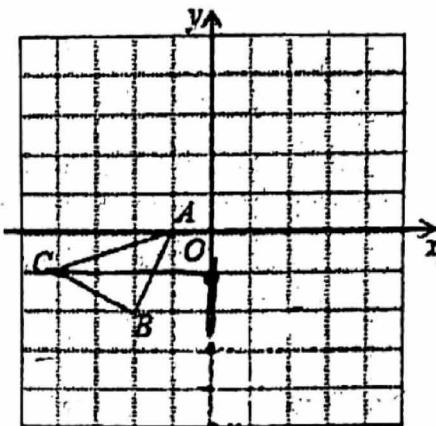
① 请你在网格中画出 $\triangle A_1B_1C_1$;

② B_1 的坐标为_____;

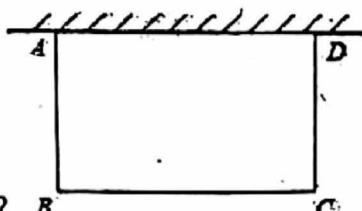
(2) 将 $\triangle ABC$ 绕某点逆时针旋转 90° 后, 其对应点分别为 $A_2(-1, -2)$, $B_2(1, -3)$,

① 请你在网格中画出旋转后的 $\triangle A_2B_2C_2$;

② 旋转中心的坐标为_____.



21. 为了改善小区环境, 某小区决定在一块一边靠墙 (墙长为 $25m$) 的空地上修建一个矩形小花园 $ABCD$. 小花园一边靠墙, 另三边用总长 $40m$ 的栅栏围住, 如图所示. 设矩形小花园 AB 边的长为 $x m$, 面积为 $y m^2$.



(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 当 x 为何值时, 小花园的面积最大? 最大面积是多少?

22. 二次函数图象上部分点的横坐标 x , 纵坐标 y 的对应值如下表:

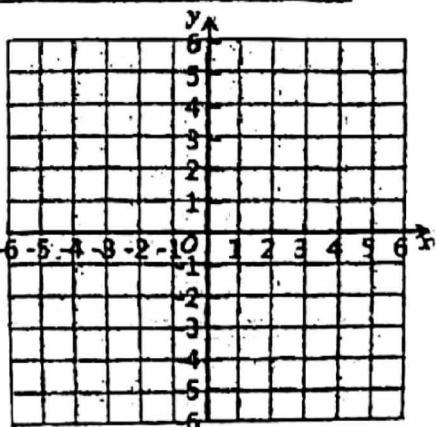
x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	5	0	-3	-4	-3	m	...

(1) 写出 m 的值_____.

(2) 在图中画出这个二次函数的图象;

(3) 当 $y \geq 5$ 时, x 的取值范围是_____;

(4) 当 $-4 < x \leq 1$ 时, y 的取值范围是_____.



23. 为了激发广大学生的爱国主义情怀，某校9月开展了“喜迎二十大、永远跟党走、奋进新征程”主题教育活动，活动方式有：

- A. 书法，B. 手抄报，C. 唱响经典红歌，D. 爱国主题演讲。

各班班长代表班级通过抽签的方式确定本班的活动方式，抽签规则如下：

将正面分别写有字母A, B, C, D的四张卡片（除了正面字母不同外，其余均相同）背面朝上，洗匀，先由一位班长随机抽取一张卡片，这张卡片的字母表示的是本班的活动方式，然后将卡片放回，洗匀，再由下一位班长抽取。已知小明和小颖分别是两个班的班长。

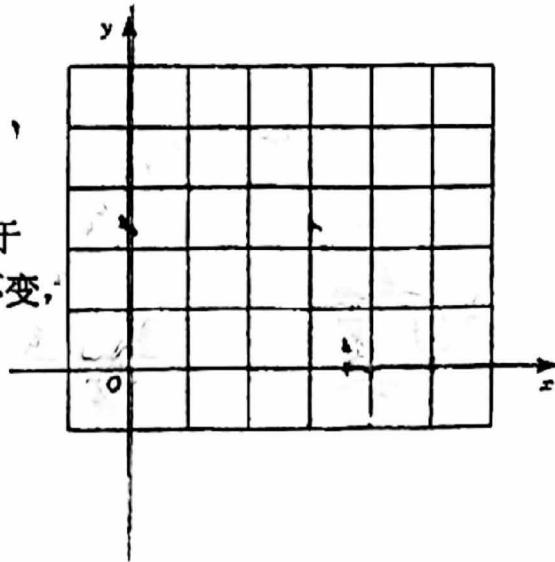
- (1) 小明抽到的活动方式是“C. 唱响经典红歌”的概率是_____；
(2) 请用列表或画树状图的方法，求小明与颖抽到同一种活动方式的概率。

24. 广场修建了一个圆形喷水池，在池中心竖直安装一根水管，水管的顶端安一个喷水头，记喷出的水与池中心的水平距离为x米，距地面的高度为y米，测量得到如表数值：

小庆根据学习函数的经验，发现y是x的函数，并对y随x的变化而变化的规律进行了探究。下面是小庆的探究过程，请补充完整：

x/米	0	1	2	3	4	4.4
y/米	2.5	3.3	3.3	2.5	0.9	0

- (1) 在直角坐标系xOy中，描出表中各组数值对应的点(x,y)，并画出函数图象；
- (2) 结合函数图象，出水口距地面的高度为_____米，水达到最高点时与池中心的水平距离约为_____米；
- (3) 若圆形喷水池半径为5米，为了使水柱落地点在池内且与水池边水平距离不小于1.5米，若只调整水管高度，其他条件不变，结合函数图象，估计出水口至少需要_____（填“升高”或“降低”）_____米（结果保留小数点后一位）。



5. 已知抛物线 $y = -x^2 + 2tx$, 若点 $P(t-1, y_1)$, $Q(\frac{t}{2}, y_2)$, $M(m, y_3)$ 在抛物线上.

(1) 该抛物线的对称轴为 _____ (用含 t 的式子表示);

(2) 若当 $m=2$ 时, $y_3=0$, 则 t 的值为 _____;

(3) 若对于 $2 \leq m \leq 3$ 时, 都有 $y_1 < y_3 < y_2$, 求 t 的取值范围.

26. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 点 D 为 AB 边上一点 (不与点 A , B 重合), 连接 CD , 过点 A 作 $AE \perp CD$ 于 E , 在线段 AE 上截取 $EF = EC$, 连接 BF 交 CD 于 G .

(1) 依题意补全图形;

(2) 求证: $\angle CAE = \angle BCD$;

(3) 判断线段 BG 与 GF 之间的数量关系,

并证明.

