东城区 2020—2021 学年度第二学期初三年级统一测试(一)

数 学 试 卷

2021.5

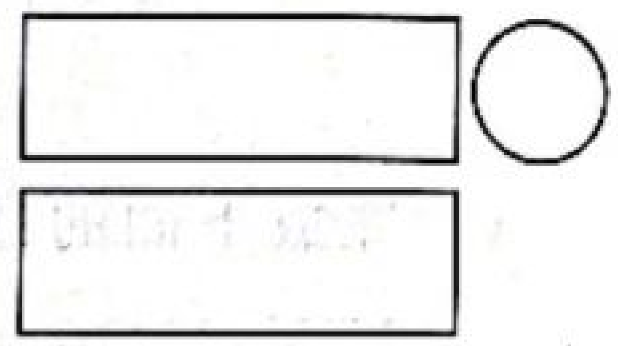
学校__________ 班级__________ 姓名__________ 教育 ID 号__________

考生须知	
	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和教育 ID 号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 某几何体的三视图如图所示，该几何体是



A. 三棱柱　　B. 正方体

C. 圆锥　　D. 圆柱

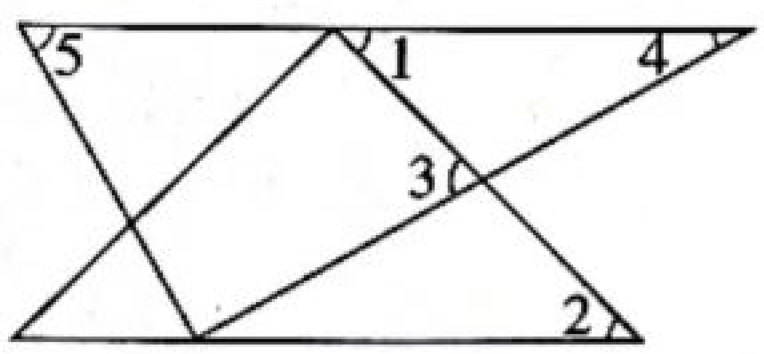
2. 在平面直角坐标系 xOy 中，下列函数的图象不过点(1,1)的是

A. $y=\frac{1}{x}$　　B. $y=x^2$　　C. $y=-x+1$　　D. $y=x^3$

3. 2020 年 7 月 23 日，中国首颗火星探测器“天问一号”成功发射. 2021 年 2 月 10 日，在经过长达七个月，475 000 000 公里的漫长飞行之后，“天问一号”成功进入火星轨道. 将 475 000 000用科学记数法表示应为

A. 4.75×10^7　　B. 4.75×10^8　　C. 4.75×10^9　　D. 475×10^6

4. 一副三角板如图放置，斜边互相平行，且每个三角板的直角顶点都在另一个三角板的斜边上. 在图中所标记的角中，与∠1 相等的角是



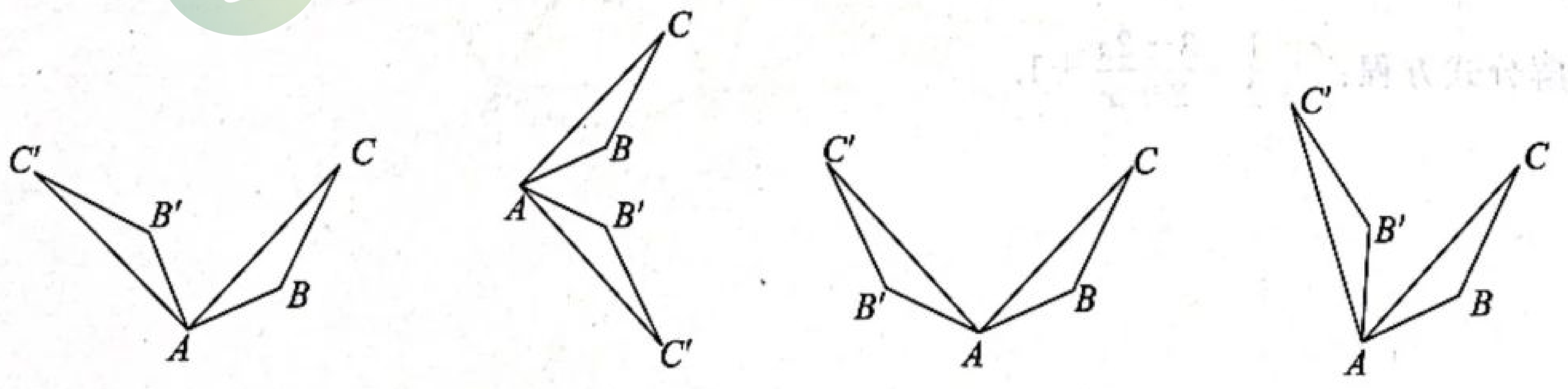
A. ∠2

B. ∠3

C. ∠4

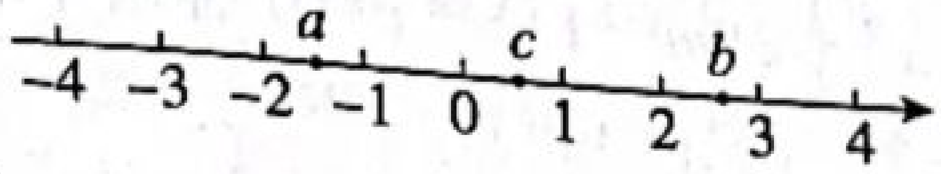
D. ∠5

5. 如图，$\triangle ABC$ 经过旋转或轴对称得到$\triangle AB'C'$，其中$\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 60°的是



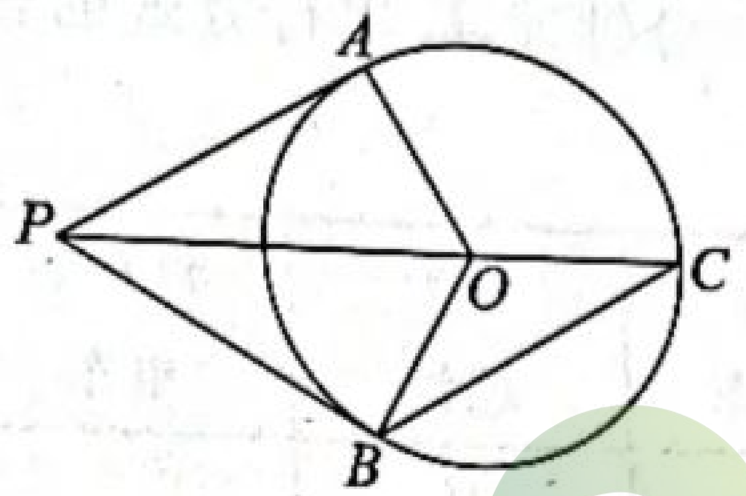
A　　B　　C　　D

6. 实数 a,b,c 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列式子正确的是



A. $|a|>|b|$　　B. $a<-b$　　C. $a-b<0$　　D. $ac>bc$

7. 如图，PA，PB 是⊙O 的切线，切点分别为 A，B，PO 的延长线交⊙O 于点 C，连接 OA，OB，BC. 若 $AO=2$，$OP=4$，则∠C 等于



A. 20°　　B. 30°　　C. 45°　　D. 60°

8. 一个直角三角形木架的两条直角边的边长分别是 30 cm，40 cm. 现要做一个与其相似的三角形木架，如果以 60 cm 长的木条为其中一边，那么另两边中长度最大的一边最多可达到

A. 60 cm　　B. 75 cm　　C. 100 cm　　D. 120 cm

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若分式 $\frac{x}{2x-1}$ 的值为 0，则 x 的值等于________.

10. 分解因式：$ma^2-4mab+4mb^2=$________.

11. 用一组 a,b 的值说明"若 $a>b$，则 $a^2>b^2$"是假命题，这组值可以是 $a=$________，$b=$________.

12. 4 月 23 日是世界读书日. 甲、乙两位同学在读书日到来之际共购买图书 22 本，其中甲同学购买的图书数量比乙同学购买的图书数量的 2 倍多 1，求甲、乙两位同学分别购买的图书数量. 设甲同学购买图书 x 本、乙同学购买图书 y 本，则可列方程组为________.

13. 有人做了掷骰子的大量重复试验，统计结果如下表所示：

投掷次数(n)	"出现点数为 1"的次数(频数 m)	频率 $\frac{m}{n}$
300	52	0.173
400	65	0.163
500	80	0.160
600	99	0.165
700	114	0.163
800	136	0.170
900	151	0.168
1000	166	0.166

根据上表信息，掷一枚骰子，估计"出现点数为 1"的概率为________.（精确到 0.001）

14. 若一个多边形的内角和是外角和的 2 倍，则这个多边形的边数为________.

15. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+2(m+1)x+c=0$ 有两个相等的实数根，则 c 的最小值是________.

16. 小青要从家去某博物馆参加活动，经过查询得到多种出行方式，可选择的交通工具有地铁、公交车、出租车、共享单车等. 小青的家到地铁站（或公交车站）有一段距离，地铁站（或公交车站）到该博物馆也有一段距离，需要步行或骑共享单车. 共享单车的计价规则为：每 30 分钟1.5 元，不足 30 分钟的按 30 分钟计算. 出行方式的相应信息如下表（√表示某种出行方式选择的交通工具）：

	乘出租车	乘坐公交车	乘坐地铁	骑共享单车	共需步行（公里）	总用时（分钟）	费用（元）
方式 1			√		2.0	47	4
方式 2				√		56	3
方式 3		√			1.6	78	3
方式 4		√			1.8	80	3
方式 5		√	√		1.5	60	6
方式 6		√	√		1.6	56	6
方式 7		√	√		1.7	55	6
方式 8		√	√		1.5	57	6
方式 9	√				0.2	32	41

根据表格中提供的信息，小青得出以下四个推断：

①要使费用尽可能少，可以选择方式 2，3，4；

②要使用时较短，且费用较少，可以选择方式 1；

③如果选择公交车和地铁混合的出行方式，平均用时约 57 分钟；

④如果将上述出行方式中的“步行”改为“骑共享单车”，那么除方式 2 外，其它出行方式的费用均会超过 8 元.

其中推断合理的是________________（填序号）.

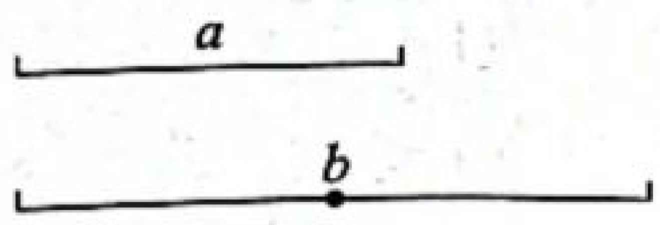
三、解答题（本题共 68 分，第 17—19 题，每小题 5 分，第 20 题 6 分，第 21—23 题，每小题 5 分，第 24—26 题，每小题 6 分，第 27—28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+\sqrt{8}-|-1|-6\sin 45°$.

18. 已知 $2x^2-10x-1=0$，求代数式 $(x-1)(2x-1)-(x+1)^2$ 的值.

19. 尺规作图：

如图，已知线段 a，线段 b 及其中点.



求作：菱形 $ABCD$，使其两条对角线的长分别等于线段 a，b 的长.

作法：①作直线 m，在 m 上任意截取线段 $AC=a$；

②作线段 AC 的垂直平分线 EF 交线段 AC 于点 O；

③以点 O 为圆心，线段 b 的长的一半为半径画圆，交直线 EF 于点 B，D；

④分别连接 AB，BC，CD，DA；

则四边形 $ABCD$ 就是所求作的菱形.

(1)使用直尺和圆规，依作法补全图形(保留作图痕迹)；

(2)完成下面的证明.

证明：∵$OA=OC$，$OB=OD$，

∴四边形 $ABCD$ 是________________.

∵$AC\perp BD$，

∴四边形 $ABCD$ 是菱形(________________________)(填推理的依据).

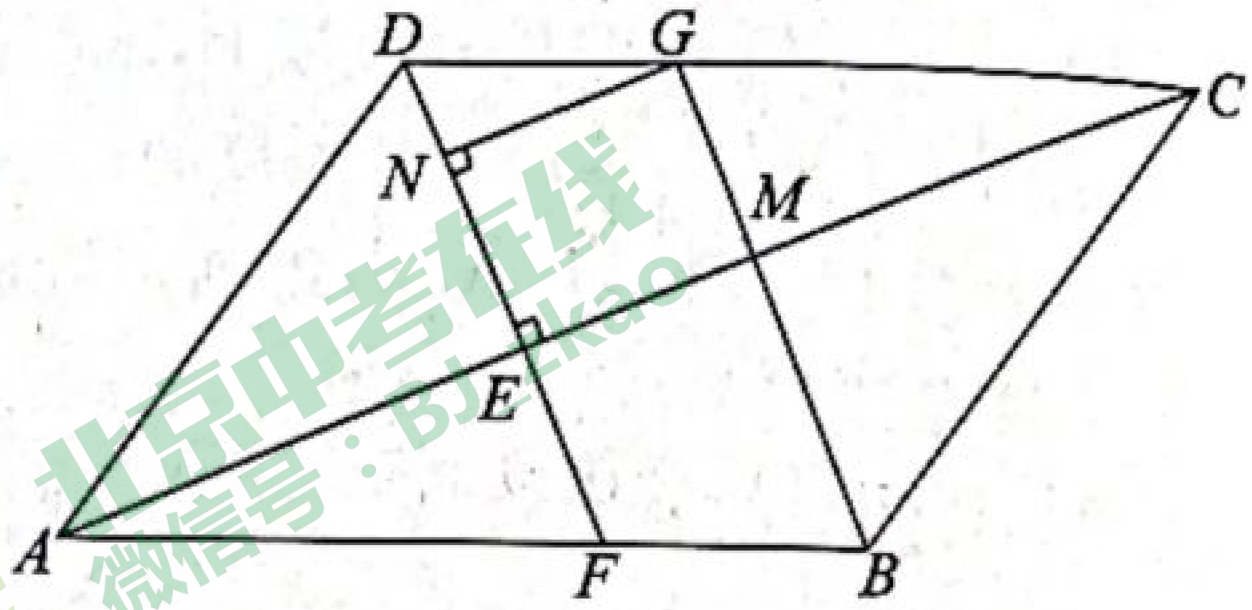
20. 解不等式组：$\begin{cases} \dfrac{1+x}{6}>\dfrac{2x-5}{3}+1 \\ 5x+3\geqslant 4x-1 \end{cases}$，并写出其中的正整数解.

21. 解分式方程：$\dfrac{x-1}{x+2}=\dfrac{3-2x}{2+x}+1$.

22. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，过点 D 作 $DE\perp AC$ 于点 E，DE 的延长线交 AB 于点 F. 过点 B 作 $BG\parallel DF$ 交 DC 于点 G，交 AC 于点 M. 过点 G 作 $GN\perp DF$ 于点 N.

(1)求证：四边形 $NEMG$ 为矩形；

(2)若 $AB=26$，$GN=8$，$\sin\angle CAB=\dfrac{5}{13}$，求线段 AC 的长.



23. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l_1：$y=kx+b$ 与直线 $y=3x$ 平行，且过点 $A(2,7)$.

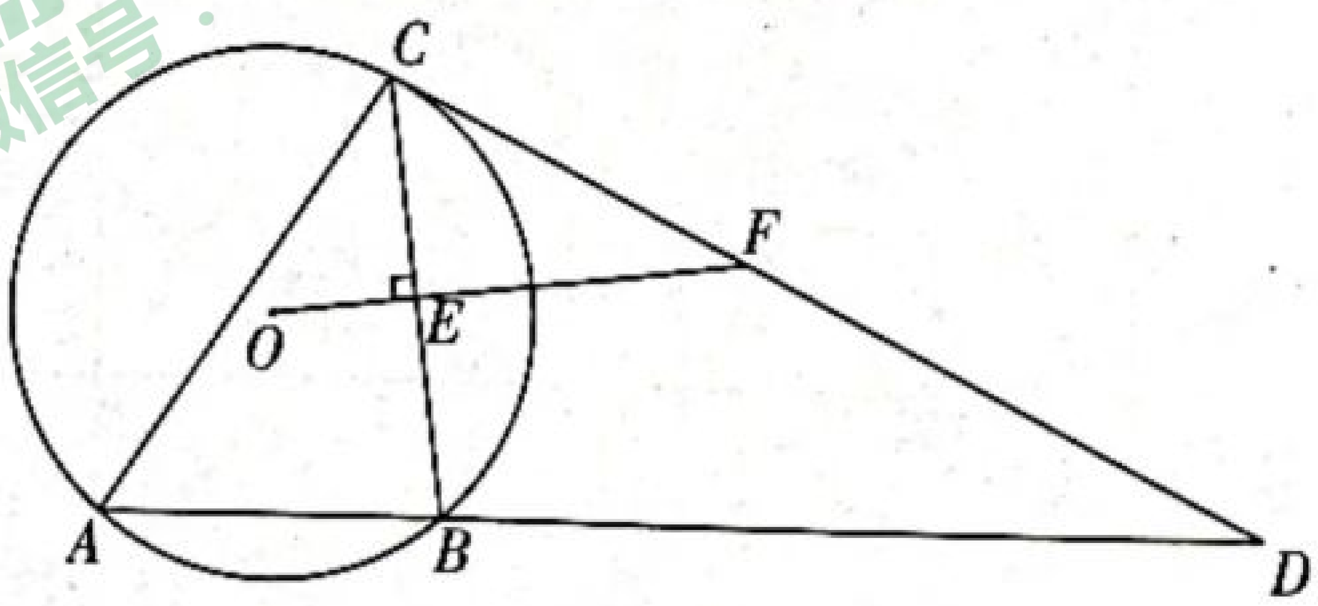
(1) 求直线 l_1 的表达式；

(2)横、纵坐标都是整数的点叫作整点. 直线 l_2 与直线 l_1 关于 y 轴对称，直线 $y=m$ 与直线 l_1，l_2 围成的区域 W 内(不包含边界)恰有 6 个整点，求 m 的取值范围.

24. 如图，$\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形，过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 D，$OE\perp BC$ 于点 E，交 CD 于点 F.

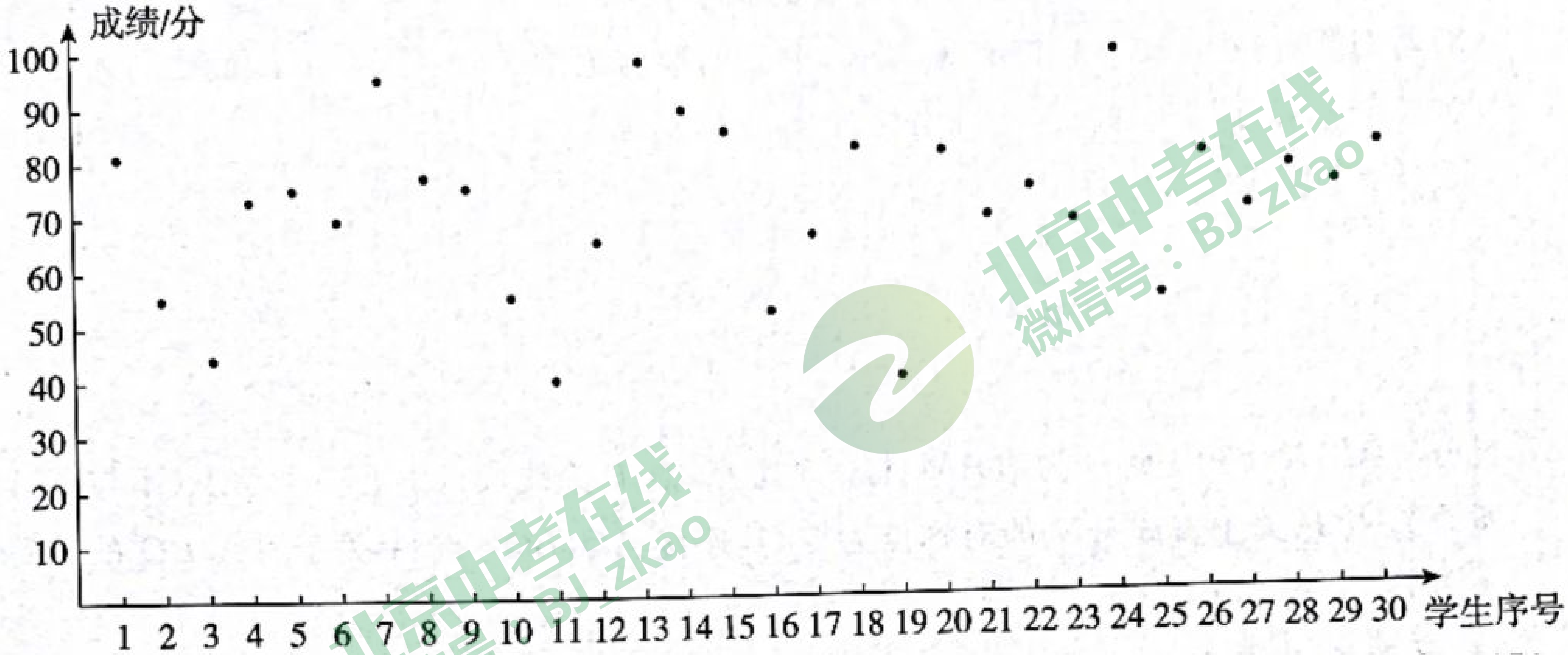
(1)求证：$\angle A+\angle OFC=90^\circ$；

(2)若 $\tan A=\dfrac{3}{2}$，$BC=6$，求线段 CF 的长.

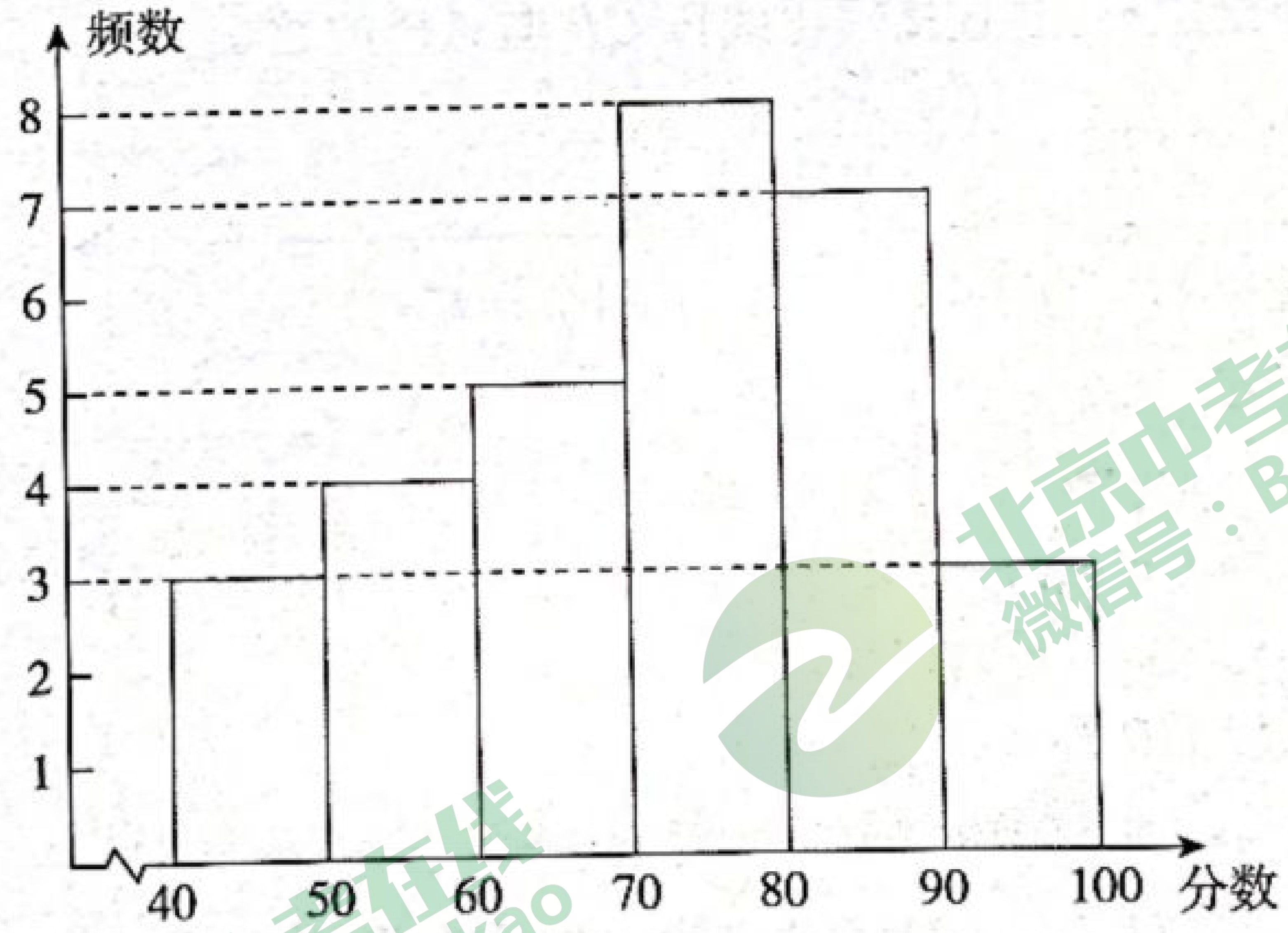


25. 第 24 届冬季奥林匹克运动会，又称 2022 年北京冬奥会，将于 2022 年 2 月 4 日至 2 月 20 日，在北京市和张家口市同时举行. 为了调查同学们对冬奥知识的了解情况，小冬从初中三个年级各随机抽取 10 人，进行了相关测试，获得了他们的成绩（单位：分），并对数据（成绩）进行了整理、描述和分析. 下面给出了相关信息：

a. 30 名同学冬奥知识测试成绩的统计图如下：



b. 30 名同学冬奥知识测试成绩的频数分布直方图如下（数据分成 6 组：$40\leqslant x<50$，$50\leqslant x<60$，$60\leqslant x<70$，$70\leqslant x<80$，$80\leqslant x<90$，$90\leqslant x\leqslant 100$）：



c. 测试成绩在 $70\leqslant x<80$ 这一组的是：

70　73　74　74　75　75　77　78

d. 小明的冬奥知识测试成绩为 85 分.

根据以上信息，回答下列问题：

(1) 小明的测试成绩在抽取的 30 名同学的成绩中从高到低排名第________；

(2) 抽取的 30 名同学的成绩的中位数为________；

(3) 序号为 1—10 的学生是七年级的，他们的成绩的方差记为 s_1^2；序号为 11—20 的学生是八年级的，他们的成绩的方差记为 s_2^2；序号为 21—30 的学生是九年级的，他们的成绩的方差记为 s_3^2. 直接写出 s_1^2，s_2^2，s_3^2 的大小关系；

(4) 成绩 80 分及以上记为优秀，若该校初中三个年级 420 名同学都参加测试，估计成绩优秀的同学约为________人.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$ 在抛物线 $y=-x^2+(2a-2)x-a^2+2a$ 上，其中 $x_1<x_2$.

(1)求抛物线的对称轴(用含 a 的式子表示)；

(2)①当 $x=a$ 时，求 y 的值；

②若 $y_1=y_2=0$，求 x_1 的值(用含 a 的式子表示)；

(3)若对于 $x_1+x_2<-4$，都有 $y_1<y_2$，求 a 的取值范围.

27. 已知 $\angle MAN=30°$，点 B 为边 AM 上一个定点，点 P 为线段 AB 上一个动点(不与点 A，B 重合)，点 P 关于直线 AN 的对称点为点 Q，连接 AQ，BQ. 点 A 关于直线 BQ 的对称点为点 C，连接 PQ，CP.

(1)如图 1，若点 P 为线段 AB 的中点.

①直接写出 $\angle AQB$ 的度数；

②依题意补全图形，并直接写出线段 CP 与 AP 的数量关系；

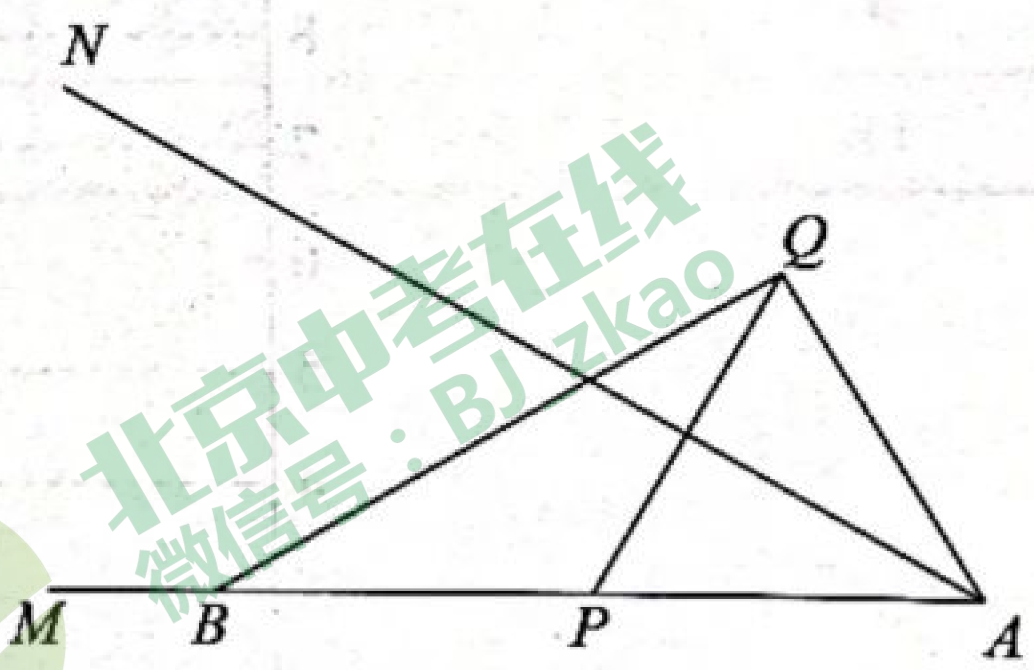


图 1

(2)如图 2，若线段 CP 与 BQ 交于点 D.

①设 $\angle BQP=\alpha$，求 $\angle CPQ$ 的大小(用含 α 的式子表示)；

②用等式表示线段 DC，DQ，DP 之间的数量关系，并证明.

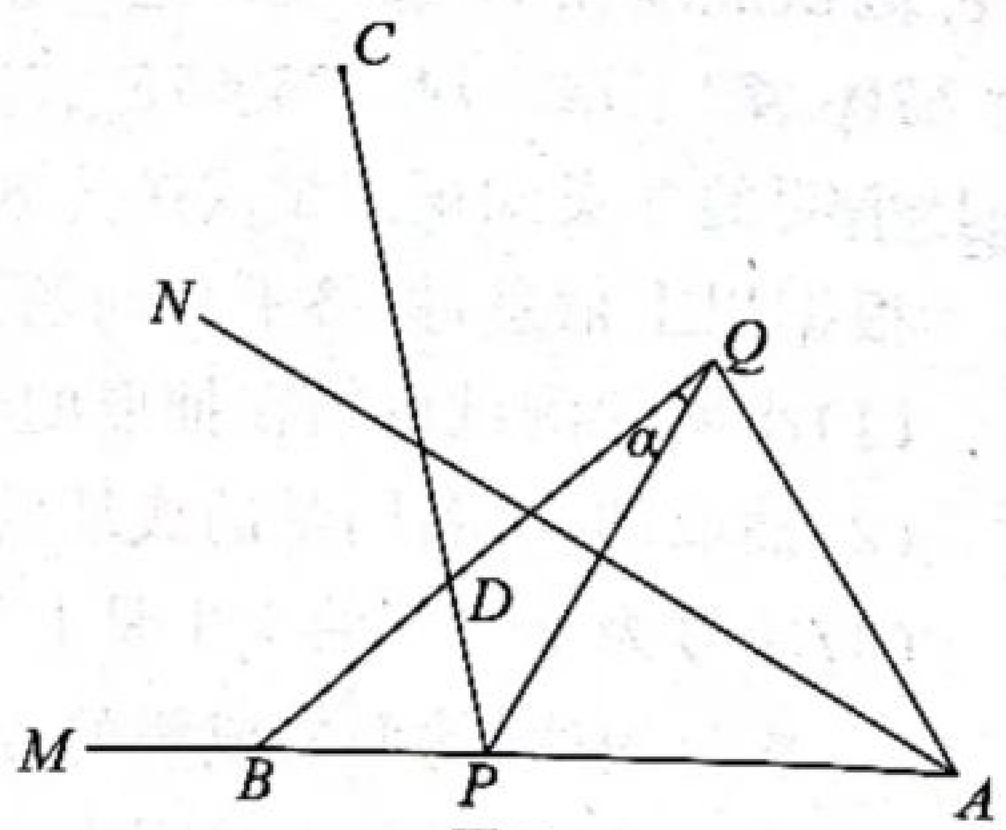


图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中,已知正方形 $ABCD$,其中 $A(-\frac{\sqrt{2}}{2},0)$,$B(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$,$C(\frac{\sqrt{2}}{2},0)$,$D(0,-\frac{\sqrt{2}}{2})$. M,N 为该正方形外两点,$MN=1$.

给出如下定义:记线段 MN 的中点为 P,平移线段 MN 得到线段 $M'N'$,使点 M',N' 分别落在正方形 $ABCD$ 的相邻两边上,或线段 $M'N'$ 与正方形的边重合(M',N',P' 分别为点 M,N,P 的对应点),线段 PP' 长度的最小值称为线段 MN 到正方形 $ABCD$ 的"平移距离".

(1)如图 1,平移线段 MN,得到正方形 $ABCD$ 内两条长度为 1 的线段 M_1N_1,M_2N_2,则这两条线段的位置关系是________;若 P_1,P_2 分别为 M_1N_1,M_2N_2 的中点,在点 P_1,P_2 中,连接点 P 与点________的线段的长度等于线段 MN 到正方形 $ABCD$ 的"平移距离";

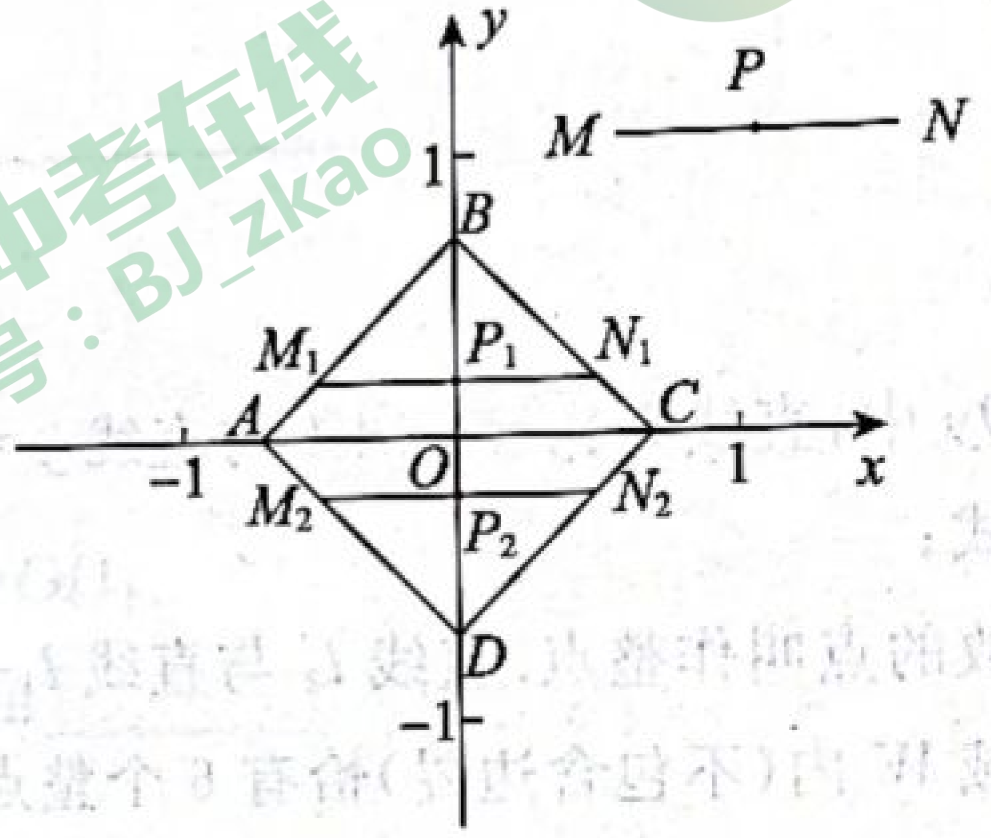


图 1

(2)如图 2,已知点 $E(\frac{\sqrt{2}}{2}+1,0)$,若 M,N 都在直线 BE 上,记线段 MN 到正方形 $ABCD$ 的"平移距离"为 d_1,求 d_1 的最小值;

(3)若线段 MN 的中点 P 的坐标为(2,2),记线段 MN 到正方形 $ABCD$ 的"平移距离"为 d_2,直接写出 d_2 的取值范围.

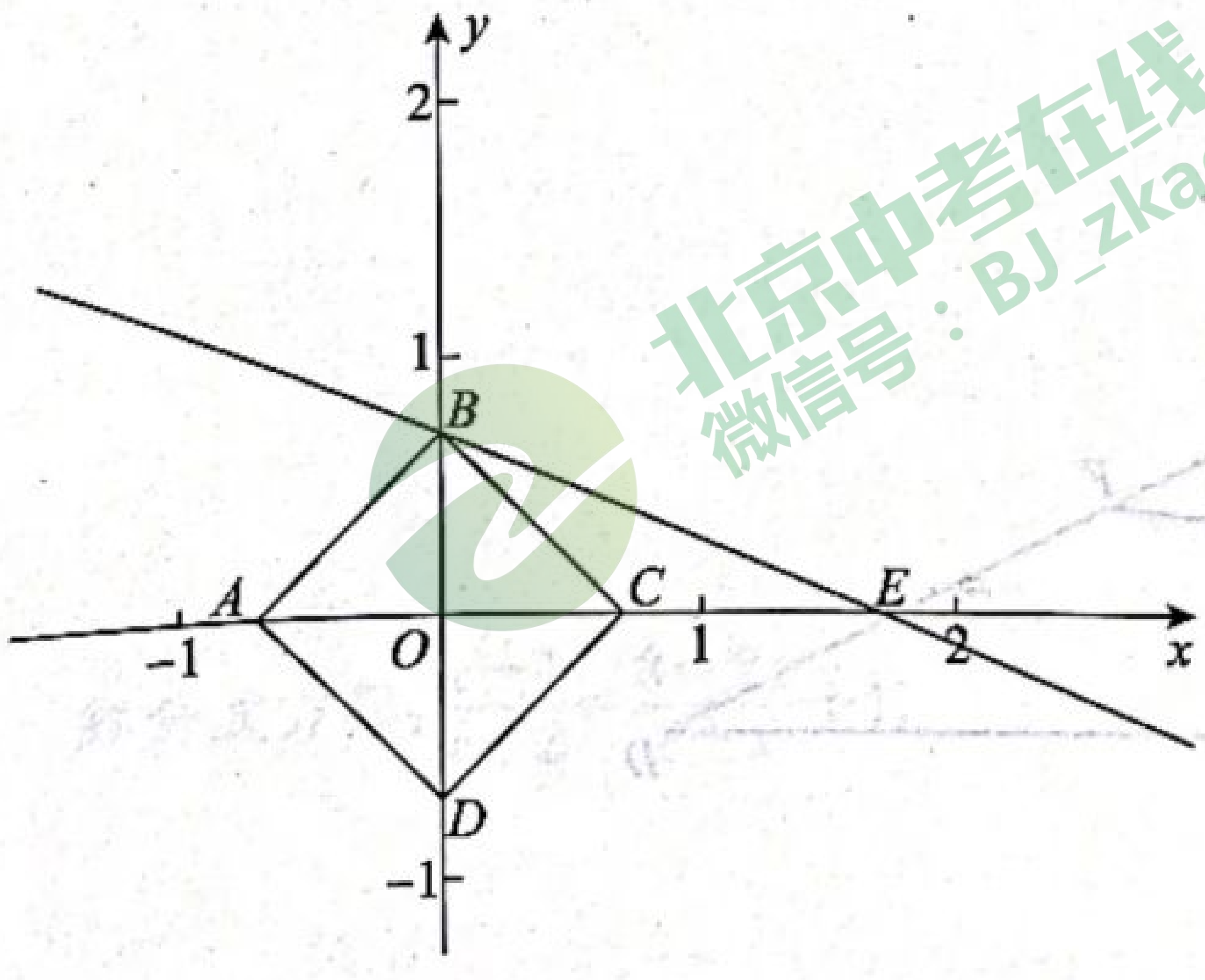
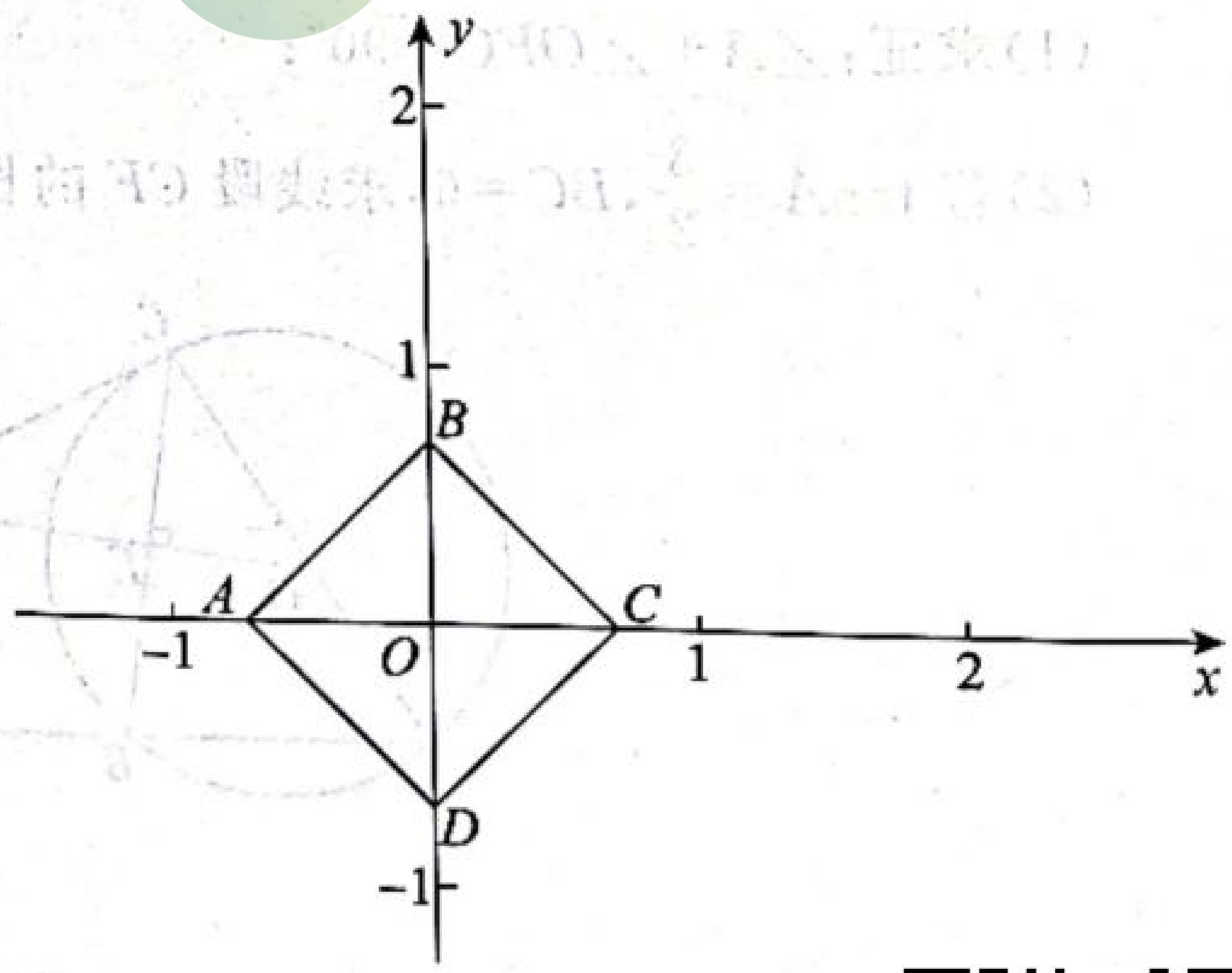


图 2



备用图