数学试卷

班级__________ 姓名__________ 学号__________ 成绩__________

考生须知	
	1. 本试卷共 8 页，共 28 道小题，满分 100 分．考试时间 120 分钟．
	2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号．
	3. 答案一律填写在答题卡上，在试卷上作答无效．
	4. 答题卡上，选择和作图题用 2B 铅笔作答，其他题目用黑色签字笔作答．

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1．下列图案中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）


A．

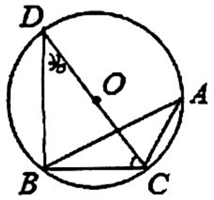
B．

C．

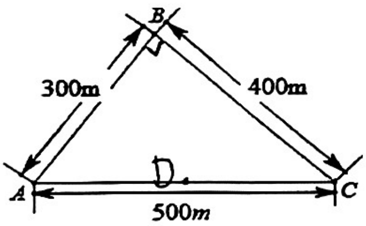
D．

2．如图，$\triangle ABC$ 内接于$\odot O$，CD 是$\odot O$ 的直径，$\angle BCD=54°$，则$\angle A$ 的度数是（　　）

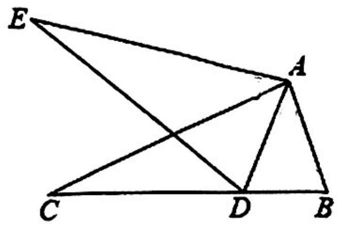
A．36°　　B．33°　　C．30°　　D．27°



第 2 题图



第 5 题图



第 6 题图

3．抛物线 $y=(x+1)(x-3)$ 的对称轴是直线（　　）

A．$x=-1$　　B．$x=1$　　C．$x=-3$　　D．$x=3$

4．关于 x 的一元二次方程 $4x^2+(4m+1)x+m^2=0$ 有实数根，则 m 的最小整数值为（　　）

A．1　　B．0　　C．-1　　D．-2

5．如图，A，B，C 是某社区的三栋楼，若在 AC 中点 D 处建一个 5G 基站，其覆盖半径为 300m，则这三栋楼中在该 5G 基站覆盖范围内的是（　　）

A．A，B，C 都不在　　B．只有 B

C．只有 A，C　　D．A，B，C

6．如图，将$\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 40°得到$\triangle ADE$，点 B 的对应点 D 恰好落在边 BC 上，则$\angle ADE$ 的度数为（　　）

A．40°　　B．70°　　C．80°　　D．75°

7. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线：$y=x^2-2ax+4$．若 $A(a-1,\ y_1)$，$B(a,\ y_2)$，$C(a+2,\ y_3)$为抛物线上三点，那么 y_1，y_2 与 y_3 之间的大小关系是（　　）

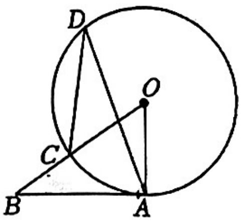
A．$y_1<y_2<y_3$　　B．$y_3<y_2<y_1$　　C．$y_3<y_1<y_2$　　D．$y_2<y_1<y_3$

8. 在某次实验中，因仪器和观察的误差，使得三次实验所得实验数据分别为 a_1，a_2，a_3．我们规定该实验的“最佳实验数据” x 是这样一个数值：x 与各数据 a_1，a_2，a_3 差的平方和最小．依此规定，则 $x=$（　　）

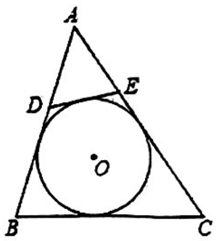
A．$a_1+a_2+a_3$　　B．$\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}}{3}$　　D．$\dfrac{a_1+a_2+a_3}{3}$

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

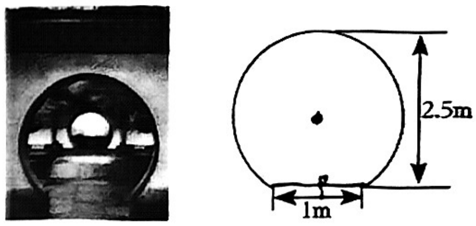
9. 如图，AB 为⊙O 的切线，切点为点 A，BO 交⊙O 于点 C，点 D 在⊙O 上，若∠ABO 的度数是 32°，则∠ADC 的度数是________．



第 9 题图



第 11 题图



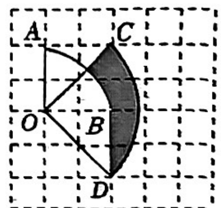
第 12 题图

10. 若正六边形的半径等于 4，则它的边心距等于________．

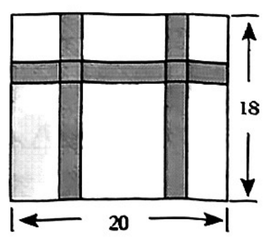
11. 如图，⊙O 是△ABC 的内切圆，点 D、E 分别为边 AB、AC 上的点，且 DE 为⊙O 的切线，若△ABC 的周长为 25，BC 的长是 9，则△ADE 的周长是________．

12. “圆”是中国文化的一个重要精神元素，在中式建筑中有着广泛的应用．例如古典园林中的门洞．如图，某地园林中的一个圆弧形门洞的高为 2.5m，地面入口宽为 1m，则该门洞的半径为________m．

13. 如右图所示，边长为 1 的正方形网格中，点 O，A，B，C，D 是网格线交点，若 $\overset{\frown}{AB}$ 与 $\overset{\frown}{CD}$ 所在圆的圆心都为点 O，那么阴影部分的面积为________．

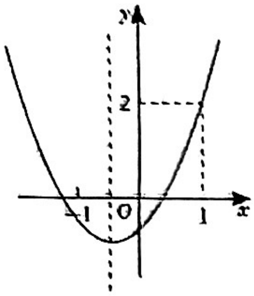


14. 某学校有一个矩形小花园，花园长 20 米，宽 18 米，现要在花园中修建人行甬道，如右图所示，阴影部分为甬道，其余部分种植花卉，同样宽度的甬道有 3 条，其中两条与矩形的宽平行，另外一条与矩形的宽垂直，计划花卉种植面积共为 306 平方米，则甬道的宽为________米．

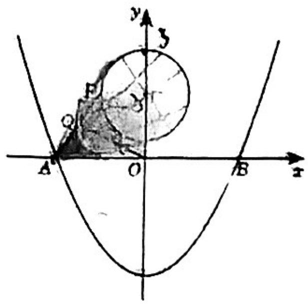


15、抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则下列结论中正确的有________.

① $abc>0$；② $a+b+c=2$；③ $b>2a$；④ $b>1$.



第 15 题图



第 16 题图

16. 如图，抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2-4$ 与 x 轴交于 A，B 两点，P 是以点 $C(0,3)$ 为圆心，2cm 为半径的圆上的动点，Q 是线段 PA 的中点，连接 OQ．则线段 OQ 的最大值是________.

三、解答题（本题共 68 分，第 17、20、22、24、25、26、28 题每题 6 分，第 18 题 4 分，第 19、21、23 题每题 5 分，第 27 题 7 分）

17. 用适当的方法解下列方程：

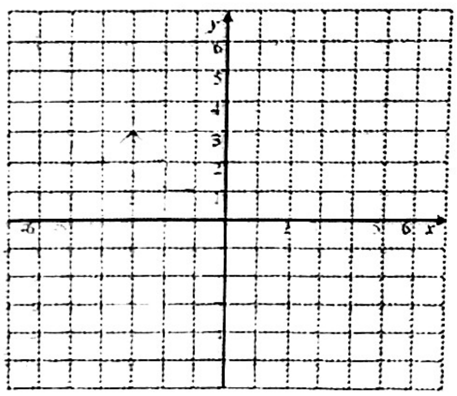
（1）$x^2-2\sqrt{3}x+1=0$；（2）$x^2-1=2(x+1)$.

18. 如图，在平面直角坐标系中，$\triangle ABC$ 的顶点 $A(-1,1)$，$B(-4,2)$，$C(-3,3)$.

（1）平移 $\triangle ABC$，若点 A 的对应点 A_1 的坐标为(3，-1)，画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$；

（2）将 $\triangle ABC$ 以点（0，2）为旋转中心旋转 180°，画出旋转后对应的 $\triangle A_2B_2C_2$；

（3）已知将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕某一点旋转可以得到 $\triangle A_2B_2C_2$，则旋转中心的坐标为________.



19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(3k+1)x+2k^2+2k=0$.

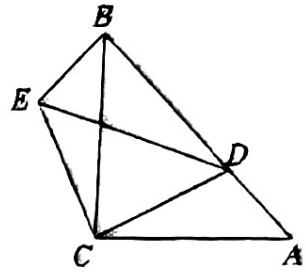
（1）求证：无论 k 取何实数值，方程总有实数根；

（2）若等腰 $\triangle ABC$ 的一边长 $a=6$，另两边长 b、c 恰好是这个方程的两个根，求 k 的值.

20. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=BC=3\sqrt{2}$，点 D 在 AB 上，且 $BA=3AD$，连接 CD，将线段 CD 绕点 C 逆时针方向旋转 90° 至 CE，连接 BE，DE.

（1）求证：$\triangle ACD \cong \triangle BCE$；

（2）求线段 DE 的长度.



21. “化圆为方”是古希腊尺规作图难题之一．即：求作一个正方形，使其面积等于给定圆的面积．这个问题困扰了人类上千年，直到 19 世纪，该问题被证明仅用直尺和圆规是无法完成的，如果借用一个圆形纸片，我们就可以化圆为方，方法如下：

已知：$\odot O$（纸片），其半径为 r.

求作：一个正方形，使其面积等于 $\odot O$ 的面积.

作法：①如图 1，取 $\odot O$ 的直径 AB，作射线 BA，过点 A 作 AB 的垂线 l；

②如图 2，以点 A 为圆心，AO 长为半径画弧交直线 l 于点 C；

③将纸片 $\odot O$ 沿着直线 l 向右无滑动地滚动半周，使点 A，B 分别落在对应的 A'，B' 处；

④取 CB' 的中点 M，以点 M 为圆心，MC 长为半径画半圆，交射线 BA 于点 E；

⑤以 AE 为边作正方形 $AEFG$．则正方形 $AEFG$ 即为所求.

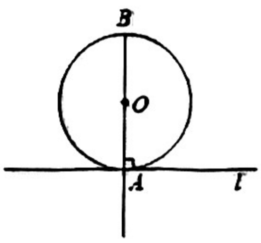


图1

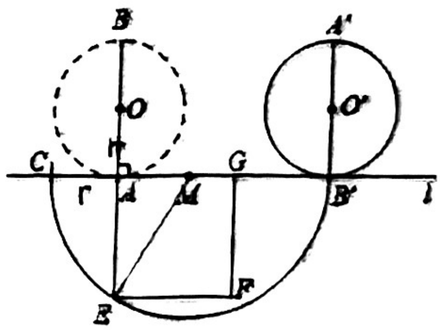


图2

根据上述作图步骤，完成下列填空：

（1）由①可知，直线 l 为 $\odot O$ 的切线，其依据是 ______________.

（2）由②③可知，$AC=r$，$AB'=\pi r$，则 $MC=$______，$MA=$______（用含 r 的代数式表示）.

（3）连接 ME，在 Rt$\triangle AME$ 中，根据 $AM^2+AE^2=EM^2$，可计算得 $AE^2=$______（用含 r 的代数式表示）.

由此可得 $S_{正方形AEFG}=S_{\odot O}$.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 $A(1,0)$，$B(3,0)$，与 y 轴交于点 C.

（1）求抛物线的表达式；

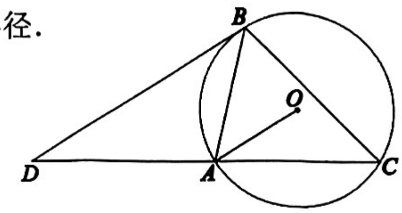
（2）当 $0\leqslant x\leqslant 3$ 时，直接写出 y 的取值范围；

（3）垂直于 y 轴的直线 l 与抛物线交于点 $P(x_1,\ y_1)$，$Q(x_2,\ y_2)$，与直线 BC 交于点 $N(x_3,\ y_3)$．若 $x_1<x_2<x_3$，结合函数的图象，直接写出 $x_1+x_2+x_3$ 的取值范围.

23. 已知：如图，AB 是⊙O 的弦，$\angle OAB=45°$，C 是优弧 AB 上一点，$BD\parallel OA$，交 CA 延长线于点 D，连结 BC.

（1）求证：BD 是⊙O 的切线；

（2）若 $AC=4\sqrt{3}$，$\angle CAB=75°$，求⊙O 的半径.



24. 小明发现某乒乓球发球器有“直发式”与“间发式”两种模式，在“直发式”模式下，球从发球器出口到第一次接触台面的运动轨迹近似为一条抛物线；在“间发式”模式下，球从发球器出口到第一次接触台面的运动轨迹近似为一条直线，球第一次接触台面到第二次接触台面的运动轨迹近似为一条抛物线．如图 1 和图 2 分别建立平面直角坐标系 xOy．

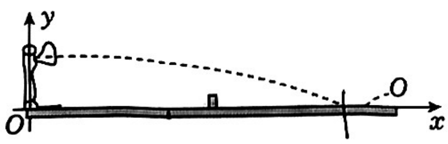


图1　直发式

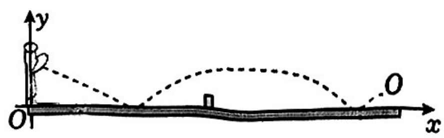


图2　间发式

通过测量得到球距离台面高度 y（单位：dm）与球距离发球器出口的水平距离 x（单位：dm）的相关数据，如下表所示：

表 1 直发式

x(dm)	0	2	4	6	8	10	16	20	…
y(dm)	3.84	3.96	4	3.96	m	3.64	2.56	1.44	…

表 2 间发式

x(dm)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	…
y(dm)	3.36	n	1.68	0.84	0	1.40	2.40	3	3.20	3	…

根据以上信息，回答问题：

（1）表格中 $m =$____，$n =$____；

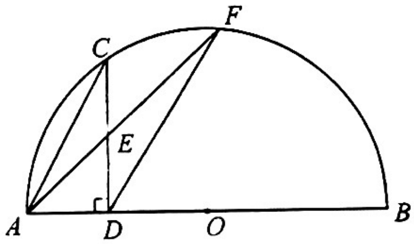
（2）求“直发式”模式下，球第一次接触台面前的运动轨迹的解析式；

（3）若“直发式”模式下球第一次接触台面时距离出球点的水平距离为 d_1，“间发式”模式下球第二次接触台面时距离出球点的水平距离为 d_2，则 d_1____ d_2（填“>”，“=”或“<”）.

25. 如图，点 C 是以点 O 为圆心，AB 为直径的半圆上的动点（不与点 A，B 重合），AB=5cm，过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D，E 是 CD 的中点，连接 AE 并延长交 AB 于点 F，连接 FD.

小腾根据学习函数的经验，对线段 AC, CD，FD 的长度之间的关系进行了探究.

下面是小腾的探究过程，请补充完整：



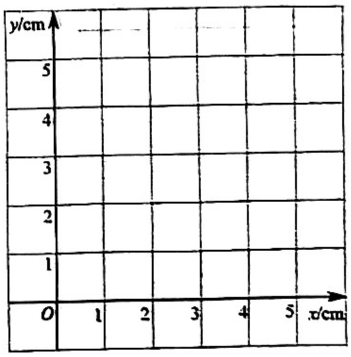
（1）对于点 C 在 $\overset{\frown}{AB}$ 上的不同位置，画图、测量，得到了线段 AC，CD，FD 的长度的几组值，如下表：

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7	位置 8
AC/cm	0.1	0.5	1.0	1.9	2.6	3.2	4.2	4.9
CD/cm	0.1	0.5	1.0	1.8	2.2	2.5	2.3	1.0
FD/cm	0.2	1.0	1.8	2.8	3.0	2.7	1.8	0.5

在 AC，CD，FD 的长度这三个量中，确定_____的长度是自变量，_____的长度和______的长度都是这个自变量的函数；

（2）在同一平面直角坐标系 xOy 中，画出（1）中所确定的函数的图象；

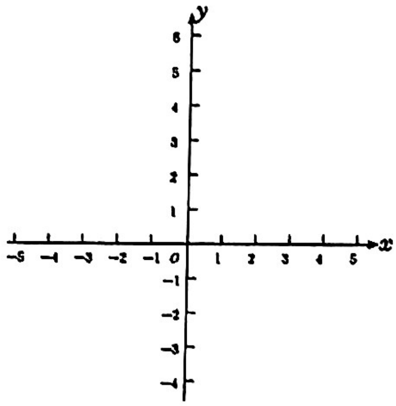
（3）结合函数图象，解答问题：当 $CD>DF$ 时，AC 的长度的取值范围是______.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2-2a^2x-3$（$a\neq0$）与 y 轴交于点 A，与直线 $x=-4$ 交于点 B．

（1）若 $AB/\!/x$ 轴，求抛物线的解析式；

（2）记抛物线在 A，B 之间的部分为图象 G（包含 A，B 两点），若对于图象 G 上任意一点 $P(x_P，y_P)$，都有 $y_P\geqslant-3$，求 a 的取值范围．



27. 在 Rt△ABC 中，∠C=90°，$AC=BC$，点 D 为 AB 上一点．过点 D 作 $DE\perp AC$ 于点 E，过点 D 作 $DF\perp BC$ 于点 F，G 为直线 BC 上一点，连接 GE，M 为线段 GE 的中点．连接 MD，MF，将线段 MD 绕点 M 旋转，使点 D 恰好落在 AB 边上，记为 D'．

（1）①在图 1 中将图形补充完整；

②求∠FMD' 的度数．

（2）如图 2 所示，$DE=\sqrt{3}DF$，当点 G，M，D' 在一条直线上时，请直接写出∠GFM 的度数．

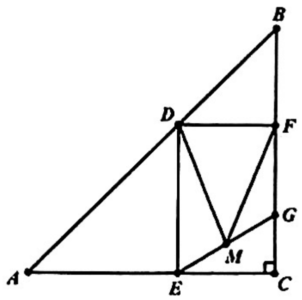


图 1

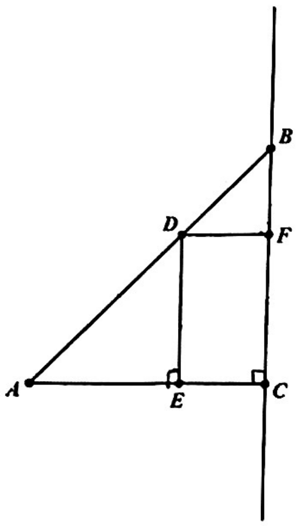
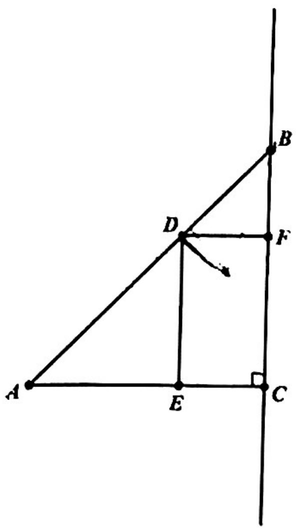


图 2



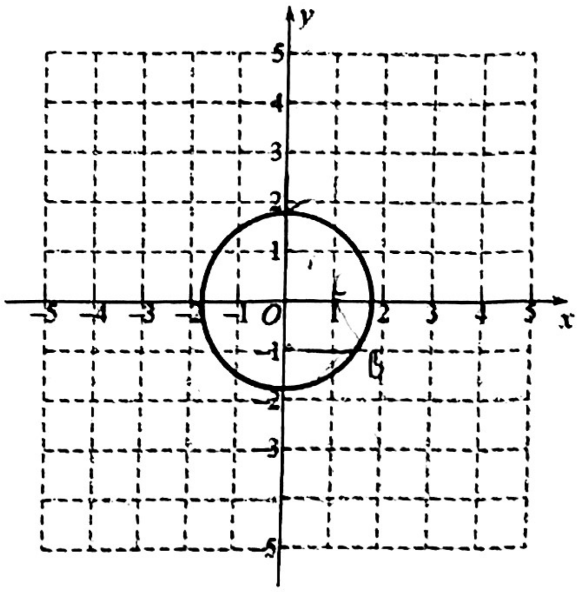
备用图

28．在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 的半径为 $\sqrt{3}$．对于平面内一点 A，若存在边长为 1 的等边 $\triangle ABC$，满足点 B 在 $\odot O$ 上，且 $OC \geq OA$，则称点 A 为 $\odot O$ 的"近心点"，点 C 为 $\odot O$ 的"远心点"．

（1）下列各点：$D(-3,0)$，$E(0,\ 1+\sqrt{3})$，$F(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$G(1,-\sqrt{2})$ 中，$\odot O$ 的"近心点"有________；

（2）设点 O 与 $\odot O$ 的"远心点"之间的距离为 d，求 d 的取值范围；

（3）直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+b(b>0)$ 分别交 x，y 轴于点 M，N，且线段 MN 上任意一点都是 $\odot O$ 的"近心点"，请直接写出 b 的取值范围．



数学参考答案

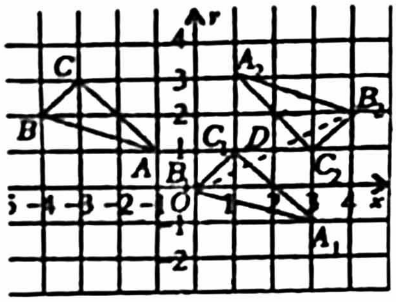
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

DABB　DBDD

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 29　　10. $2\sqrt{3}$　　11. 7　　12. 1.3　　13. $\frac{3}{2}\pi-2$　　14. 1　　15. ②④　　16. 3.5

三、解答题（本题共 68 分）



17.(6 分)

（1）$x_1=\sqrt{3}+\sqrt{2}$，$x_2=\sqrt{3}-\sqrt{2}$；　　（2）$x_1=3$，$x_2=-1$.

18.(4 分)

（1）如右图；（2）如右图；（3）（2，1）.

19.(5 分)

（1）证明：$\because \Delta=b^2-4ac=(3k+1)^2-4(2k^2+2k)=9k^2+6k+1-8k^2-8k=k^2-2k+1=(k-1)^2\geqslant 0$，

$\therefore$无论 k 取何值，方程总有实数根.

（2）解：①若 $a=6$ 为底边，则 b，c 为腰长，则 $b=c$，则 $\Delta=0$.

$\therefore (k-1)^2=0$，解得：$k=1$. 此时原方程化为 $x^2-4x+4=0$，

$\therefore x_1=x_2=2$，即 $b=c=2$. 此时 ΔABC 三边为 6，2，2 不能构成三角形，故舍去；

②若 $a=b$ 为腰，则 b，c 中一边为腰，不妨设 $b=a=6$，

代入方程：$6^2-6(3k+1)+2k^2+2k=0$，解得 $k=3$ 或 5，

则原方程化为 $x^2-10x+24=0$ 或 $x^2-16x+60=0$，

解得 $x_1=4$，$x_2=6$ 或 $x_1=6$，$x_2=10$，即 $b=6$，$c=4$，或 $b=6$，$c=10$，

此时 ΔABC 三边为 6，6，4 或 6，6，10 能构成三角形，

$\therefore k=3$ 或 5

20.(6 分)

（1）证明：$\because$将线段 CD 绕点 C 逆时针方向旋转 $90°$ 至 CE，$\therefore CD=CE$，$\angle DCE=90°$，

$\because \angle ACB=90°$，$\therefore \angle ACB-\angle BCD=\angle DCE-\angle BCD$，即 $\angle ACD=\angle BCE$.

在 ΔACD 与 ΔBCE 中，$\begin{cases}AC=BC\\ \angle ACD=\angle BCE\\ CD=CE\end{cases}$，　$\therefore \Delta ACD\cong\Delta BCE(SAS)$；

（2）解：在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=BC=3\sqrt{2}$，$\therefore AB=6$.

$\because AB=3AD$，$\therefore AD=2$，$BD=4$.

由（1）可知 $\Delta ACD\cong\Delta BCE$，$\therefore \angle CBE=\angle A=45°$，$BE=AD=2$，

$\therefore \angle DBE=\angle ABC+\angle CBE=90°$.

在 $Rt\Delta BDE$ 中，$\angle DBE=90°$，$\therefore DE^2=BE^2+BD^2$，$\therefore DE=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$.

21.(5 分)

（1）经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线；

（2）$\dfrac{(\pi+1)r}{2}$；$\dfrac{(\pi-1)r}{2}$；

（3）πr^2.

22.(6 分)

（1）$y=x^2-4x+3$；（2）$-1\le y\le 3$；（3）$7<x_1+x_2+x_3<8$.

23.(5 分)

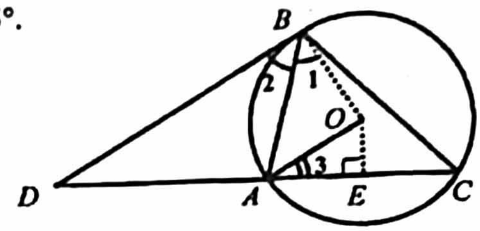
（1）证明：连结 OB，如图

∵ $OA=OB$，$\angle OAB=45°$，∴ $\angle 1=\angle OAB=45°$.

∵ $AO\parallel DB$，∴ $\angle 2=\angle OAB=45°$.

∴ $\angle 1+\angle 2=90°$. ∴ $BD\perp OB$ 于 B.

∴ 又点 B 在⊙O 上.∴ CD 是⊙O 的切线.



（2）解：作 $OE\perp AC$ 于点 E.

∵$OE\perp AC$，$AC=4\sqrt{3}$，∴$AE=\dfrac{1}{2}AC=2\sqrt{3}$.

∵$\angle BAC=75°$，$\angle OAB=45°$，∴$\angle 3=\angle BAC-\angle OAB=30°$.

∴ 在 Rt$\triangle OAE$ 中，$OA=4$.

24.(6 分)

（1）3.84，2.52;

（2）由已知表 1 中的数据及抛物线的对称性可知："直发式"模式下，抛物线的顶点为$(4,4)$，

∴设此抛物线的解析式为$y=a(x-4)^2+4(a<0)$，

把$(0,3.84)$代入，得$3.84=a(0-4)^2+4$，解得：$a=-0.01$，

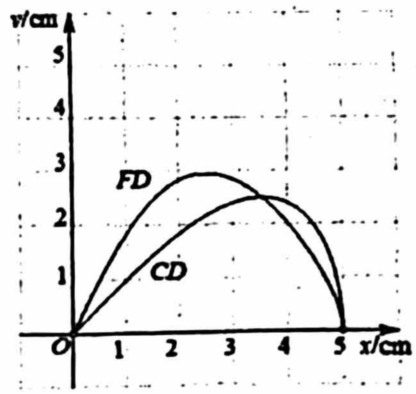
∴"直发式"模式下，球第一次接触台面前的运动轨迹的解析式为$y=-0.01(x-4)^2+4$；

（3）=.

25.(6 分)

（1）AC，CD，FD.

（2）图象如右图;



（3）$3.5\text{cm}<x<5\text{cm}$.

26.(6 分)

（1）当$x=0$时，$y=ax^2-2a^2x-3=-3$，∴点$A(0,-3)$.

∵$AB//x$轴，且点B在直线$x=-4$上，

∴点$B(-4,-3)$，抛物线的对称轴为直线$x=-2$，

∴$x=-\dfrac{-2a^2}{2a}=a=-2$，∴抛物线的表达式为$y=-2x^2-8x-3$；

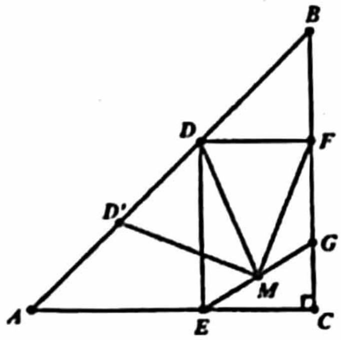
（2）①当 $a<0$ 时，$\because A(0,-3)$，

$\therefore$ 要使 $-4\leqslant x_p\leqslant 0$ 时，始终满足 $y_p\geqslant -3$．只需使抛物线 $y=ax^2-2a^2x-3$ 的对称轴与直线 $x=-2$ 重合或在直线 $x=-2$ 的左侧.

$\therefore a\leqslant -2$；

②当 $a>0$ 时， 在 $-4\leqslant x_p\leqslant 0$ 时， $y_p\geqslant -3$ 恒成立.

综上所述，a 的取值范围是 $a>0$ 或 $a\leqslant -2$.



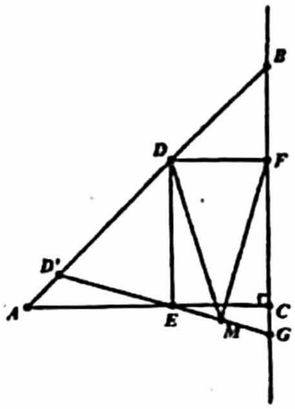
27.（7 分）

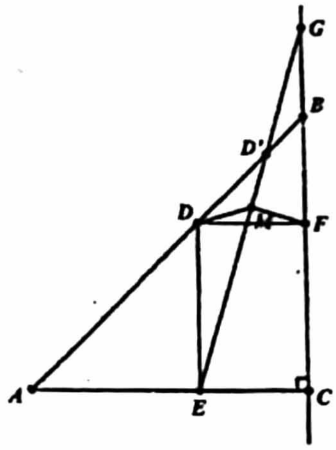
（1） ①补全图形如右图，

②90° 延长 FM、DE，相交于 H，先证 $DM=FM$，

再证 $\angle D'MF=360-2\angle D'DF=2\times 45°=90°$；

（2）15°或 75°，如右图.





28. (6 分)

（1）F,G;

（2）$1\leqslant d\leqslant\sqrt{3}+1$；

（3）$2-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\leqslant d\leqslant\dfrac{\sqrt{21}}{3}$．