2022 北京昌平初二（下）期末

数　　学

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

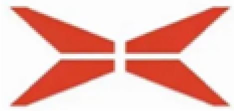
1．若一个多边形的内角和与它的外角和相等，则这个多边形是(　　)

A．三角形　　B．四边形　　C．五边形　　D．六边形

2．函数 $y=\dfrac{2x}{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是(　　)

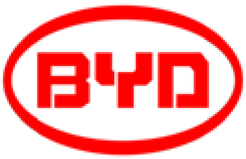
A．$x<1$　　B．$x>1$　　C．$x\neq 1$　　D．$x\neq 0$

3．全球新能源汽车发展已进入不可逆的快车道，中国的新能源汽车产业一直在增长，不断迈上新台阶．下列图形是我国国产部分新能源品牌汽车的标识，在这些汽车标识中，是中心对称图形的是(　　)

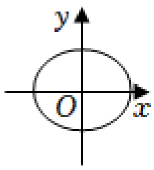
A．

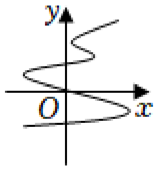
B．

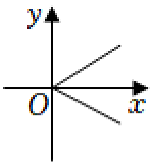
C．

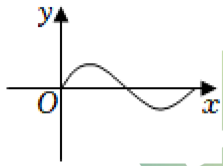
D．

4．下列各曲线中，表示 y 是 x 的函数的是(　　)

A．

B．

C．

D．

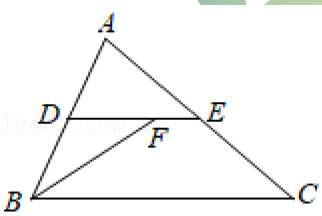
5．下列图形中，具备“对角线相等”的性质的是(　　)

A．平行四边形　　B．菱形　　C．梯形　　D．矩形

6．用配方法解一元二次方程 $x^2+8x-3=0$，配方后得到的方程是(　　)

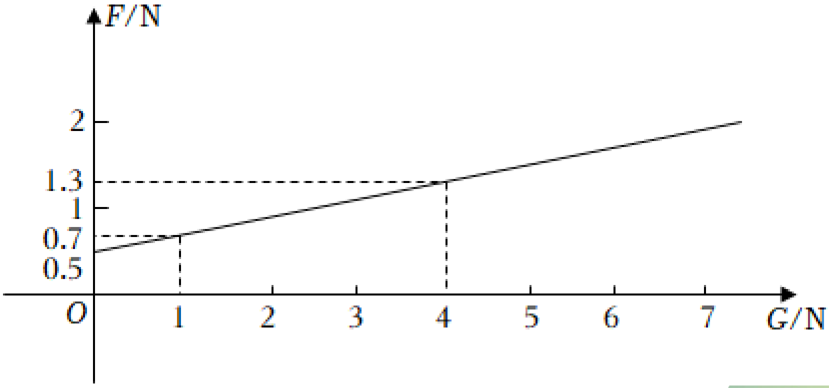
A．$(x+4)^2=19$　　B．$(x-4)^2=19$　　C．$(x-4)^2=13$　　D．$(x+4)^2=13$

7．如图，DE 是 ΔABC 的中位线，$\angle ABC$ 的角平分线交 DE 于点 F，$AB=8$，$BC=12$，则 EF 的长为(　　)



A．1　　B．1.5　　C．2　　D．2.5

8．在物理实验课上，小鹏利用滑轮组及相关器材进行实验，他把得到的拉力 $F(N)$ 和所悬挂物体的重力 $G(N)$ 的几组数据用电脑绘制成如下图象（不计绳重和摩擦），请你根据图象判断以下结论正确的序号有(　　)



①物体的拉力随着重力的增加而增大；

②当物体的重力 $G=7N$ 时，拉力 $F=2.2N$；

③拉力 F 与重力 G 成正比例函数关系；

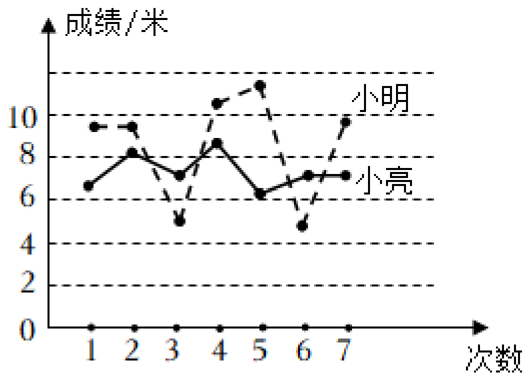
④当滑轮组不悬挂物体时，所用拉力为 $0.5N$．

A．①②　　　　B．②④　　　　C．①④　　　　D．③④

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．如果点 $P(3,m+1)$ 在第一象限，则 m 的取值范围是 ____．

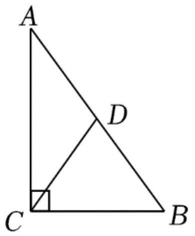
10．体育课上，小明和小亮练习掷实心球，如图是两人 7 次练习成绩的折线统计图，则这两人中掷实心球成绩较稳定的是 ____．（填“小明”或“小亮” ）



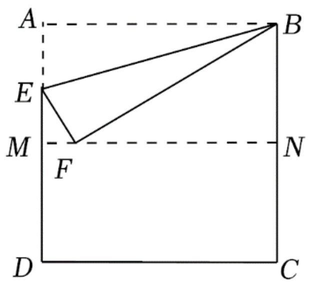
11．我们在生活中经常见到如图所示的电动伸缩门，它能伸缩是利用了四边形的 ____．

12．把直线 $y=-4x$ 向上平移 3 个单位长度后的直线表达式为 ____．

13．如图，在 ΔABC 中，$\angle ACB=90°$，点 D 为 AB 的中点，连接 DC，若 $BC=3$，$AC=4$，则 ΔBDC 的周长为 ____．



14．如图，把正方形纸片 $ABCD$ 沿对边中点所在的直线对折后展开，折痕为 MN，再过点 B 折叠纸片，使点 A 落在 MN 上的点 F 处，折痕为 BE．若 $FN=3$，则正方形纸片的边长为____．



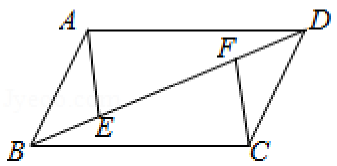
15．2022 年女足亚洲杯在 2022 年 1 月 20 日至 2 月 6 日举行，由小组赛和淘汰赛组成．按比赛规则小组赛赛制为单循环赛制（即每个小组的两个球队之间进行一场比赛），在小组赛阶段，中国队凭借着小组赛比赛前几个场次的赢球，成为最先获得八强资格的球队，并在 2022 年 2 月 6 日的亚洲杯决赛中以 $3:2$ 战胜韩国女足，获得亚洲杯冠军．已知中国女足队所在的 A 组共安排了 6 场比赛，则中国女足所在的 A 组共有____支球队．

16．在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $▱ABCD$ 的顶点 $A(a,b)$ 在第二象限，点 O 为 AC 的中点，边 $AB//x$ 轴，当 $AB=1$ 时，点 D 的坐标为____．

三、解答题（共 68 分，第 17-22 题，每题 5 分，第 23-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17．（5 分）解方程：$3x(x+1)=3x+3$．

18．（5 分）如图，在 $▱ABCD$ 中，点 E，F 是对角线 BD 上的点，且 $BE=DF$．求证：$AE=CF$．



19．（5 分）在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象经过点 $A(-2,6)$，$B(1,3)$，且与 x 轴相交于点 C．

（1）求 k，b 的值；

（2）求 $S_{\Delta BOC}$．

20．（5 分）某印刷厂一月份印了 50 万册书，三月份印了 60.5 万册，那么这个印刷厂印数的月平均增长率是多少？

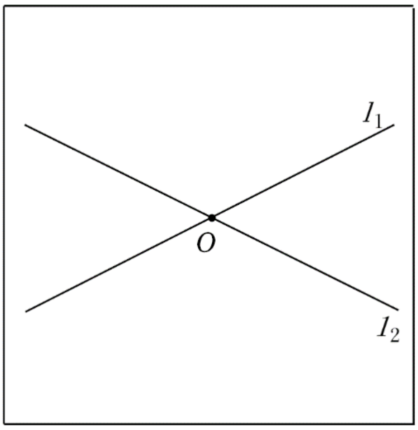
21．（5 分）在数学课上，老师提出问题：如何用尺规作一个矩形？小华的设计如下：

①如图，任取一点 O，过点 O 作直线 l_1，l_2；
②以 O 为圆心，任意长为半径作圆，与直线 l_1 交于点 A，C，与直线 l_2 交于点 B，D；
③连接 AB，BC，CD，DA．所以，四边形 $ABCD$ 即为所求作的矩形．

老师说小华的设计是正确的，请你根据小华的设计完成以下问题：

（1）在作图区内，使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

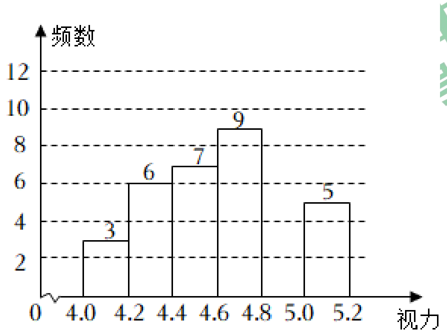
（2）将证明四边形 $ABCD$ 是矩形的过程书写完整．



作图区

22.（5 分）为了保护视力，学校开展了全校性的视力保健活动（视力达到 4.8 及以上为达标），活动前随机抽取部分学生，检查他们的视力，结果如图所示（数据包括左端点不包括右端点，精确到 0.1）．活动后再次检查这部分学生的视力，结果如表所示．

抽取的学生活动前视力频数分布直方图



抽取的学生活动后视力频数分布表

分组	频数
$4.0\leqslant x<4.2$	2
$4.2\leqslant x<4.4$	3
$4.4\leqslant x<4.6$	5
$4.6\leqslant x<4.8$	a
$4.8\leqslant x<5.0$	15
$5.0\leqslant x<5.2$	5

（1）若活动后所抽取学生的视力达标率为 50%，求 a 的值；

（2）补全频数分布直方图；

（3）分析活动前后相关数据，对视力保健活动的效果进行评价．

23.（6 分）已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+mx+m-1=0$．

（1）求证：无论 m 为何值，方程总有两个实数根；

（2）若方程只有一个根为负数，求 m 的取值范围．

24.（6 分）昌平区公共自行车智能系统，是响应国家“低碳环保，绿色出行”号召，基于“服务民生”理念，运用信息化管理与服务手段，自 2016 年底开始为居住区、旅游景点等人流量集中地区提供充费公共自行车服务的智能交通

系统．对于优化城市交通状况、解决“交通末端”难题及改善城市居住环境都有重要意义据小丽调查了解，为充分发挥市场机制配置优势，进一步优化社会资源配给，为居民提供更便捷的服务，昌平区公共自行车实施新的运营模式：自 2021 年 4 月 1 日起，收费标准变更为 1 元 /30 分钟（不足 30 分钟按 30 分钟计算），超过 30 分钟按 0.5 元 /15 分钟依次累加（不足 15 分钟按 15 分钟计算）设使用自行车的时间为 x 分钟，费用为 y 元．

（1）若 $0<x\leqslant 30$，则使用费用 $y=$____元；

（2）若使用时间 $x>30$(x 为 15 的整倍数)，求 y 与 x 之间的函数关系式；

（3）若小丽此次使用公共自行车付费 2 元，请说明她所使用的时间范围．

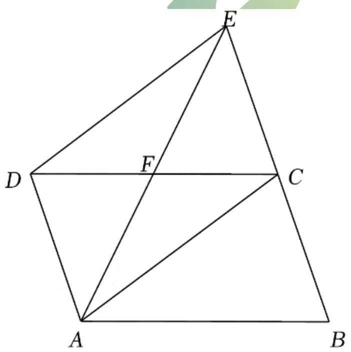
25．（6 分）如图，在▱$ABCD$ 中，延长 BC 到点 E 使 $CE=BC$，连接 AC，DE．

（1）求证：四边形 $ACED$ 是平行四边形；

（2）连接 AE 交 DC 于点 F．

①当 $\angle AFC$ 为____°时，四边形 $ACED$ 是菱形；

②若 $\angle B=70°$，则当 $\angle AFC$ 为____°时，四边形 $ACED$ 是矩形．

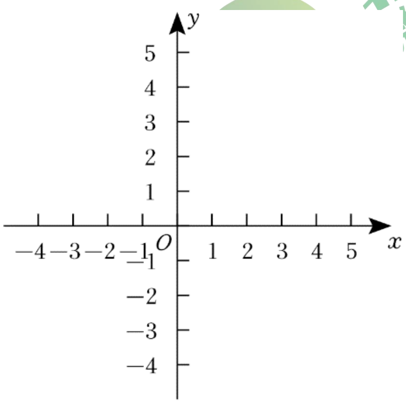


26．（6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象过点 $A(2,3)$，$B(0,-1)$，点 B 关于 x 轴的对称点为 C．

（1）求这个一次函数的表达式；

（2）点 D 为 x 轴上任意一点，求线段 AD 与线段 CD 之和的最小值；

（3）一次函数 $y=ax+c(a\neq 0)$ 的图象经过点 C，当 $x>2$ 时，对于 x 的每一个值，$y=ax+c$ 的值都小于 $y=kx+b$ 的值，直接写出 a 的取值范围．



27.（7 分）在菱形 $ABCD$ 中，$\angle BCD = 60°$，点 P 是直线 AB 上一点，且不与点 A，点 B 重合，连接 CP，作等边三角形 PCE．

（1）如图 1，若点 P 在线段 AB 上，连接 DE，则线段 PB，DE 之间的数量关系是 ____；

（2）如图 2，若点 P 在线段 AB 的延长线上，连接 AE，求证：$EA = EP$；

（3）如图 3，若点 P 在线段 BA 的延长线上，顺次连接四边形 $ABCE$ 各边的中点，则所得四边形的形状是 ____．

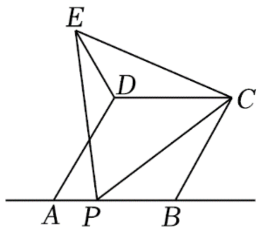


图1

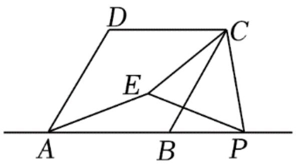


图2

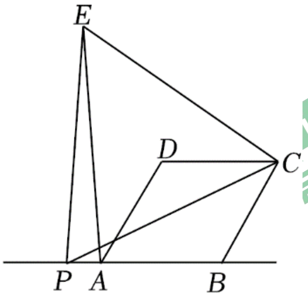


图3

28.（7 分）定义：对于平面直角坐标系 xOy 中的两个图形 M，N，图形 M 上的任意一点与图形 N 上的任意一点的距离中的最小值，叫做图形 M 与图形 N 的距离．若图形 M 与图形 N 的距离小于等于 1，称这两个图形互为“近邻图形”．

（1）已知点 $A(2,4)$，点 $B(5,4)$．

①如图 1，在点 $P_1(1,2)$，$P_2(3,3)$，$P_3(4,\frac{9}{2})$ 中，与线段 AB 互为“近邻图形”的是 ____．

②如图 2，将线段 AB 向下平移 2 个单位，得到线段 DC，连接 AD，BC，若直线 $y = x + b$ 与四边形 $ABCD$ 互为“近邻图形”，求 b 的取值范围；

（2）如图 3，在正方形 $EFGH$ 中，已知点 $E(m,0)$，点 $F(m+1,0)$，若点 $Q(n,-n+2)$ 与正方形 $EFGH$ 互为“近邻图形”，直接写出 m 的取值范围．

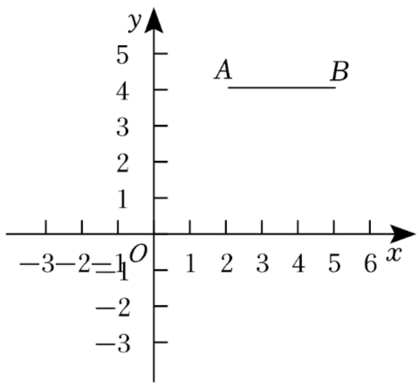


图1

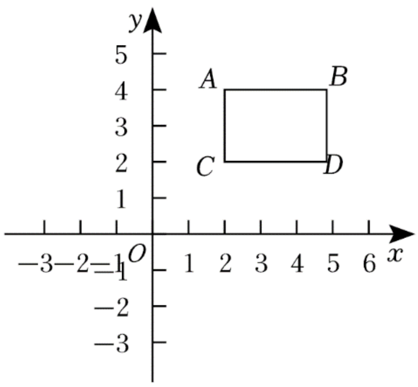


图2

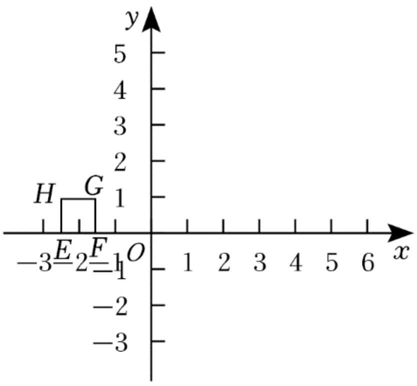


图3

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1.【分析】根据多边形的内角和公式$(n-2)\cdot 180^{\circ}$与多边形的外角和定理列式进行计算即可得解.

【解答】解：设多边形的边数为n，根据题意得

$(n-2)\cdot 180^{\circ}=360^{\circ}$，

解得$n=4$.

故这个多边形是四边形.

故选：B.

【点评】本题考查了多边形的内角和公式与外角和定理，熟记公式与定理是解题的关键.

2.【分析】根据分式有意义的条件列出不等式，解不等式得到答案.

【解答】解：由题意得：$x-1\neq 0$，

解得：$x\neq 1$，

故选：C.

【点评】本题考查的是函数自变量的取值范围的确定，掌握分式的分母不为 0 是解题的关键.

3.【分析】根据中心对称图形的概念判断．把一个图形绕某一点旋转180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形.

【解答】解：选项B、C、D都不能找到这样的一个点，使图形绕某一点旋转180°后与原来的图形重合，所以不是中心对称图形，

选项A能找到这样的一个点，使图形绕某一点旋转180°后与原来的图形重合，所以是中心对称图形，

故选：A.

【点评】本题考查的是中心对称图形，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与自身重合.

4.【分析】根据函数的概念，对于自变量x的每一个值，因变量y都有唯一的值与它对应，即可解答.

【解答】解：A、对于自变量x的每一个值，因变量y不是都有唯一的值与它对应，所以y不是x的函数，故A不符合题意；

B、对于自变量x的每一个值，因变量y不是都有唯一的值与它对应，所以y不是x的函数，故B不符合题意；

C、对于自变量x的每一个值，因变量y不是都有唯一的值与它对应，所以y不是x的函数，故C不符合题意；

D、对于自变量x的每一个值，因变量y都有唯一的值与它对应，所以y是x的函数，故D符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查了函数的概念，熟练掌握函数的概念是解题的关键.

5.【分析】根据平行四边形、矩形、菱形以及梯形的性质即可确定.

【解答】解：A、对角线不一定相等，对角线相等的平行四边形是矩形，故选项错误；

B、对角线不一定相等，对角线相等的菱形是正方形，故选项错误；

C、梯形的对角线不一定相等，只有等腰梯形的对角线相等，故选项错误；

D、正确.

故选：D.

【点评】本题考查了平行四边形、矩形、菱形以及梯形的性质，正确理解性质是关键．

6．【分析】将常数项移到方程的右边，两边都加上一次项系数一半的平方配成完全平方式后即可．

【解答】解：$\because x^2+8x-3=0$，

$\therefore x^2+8x=3$，

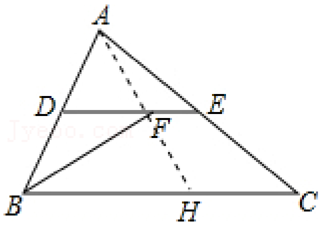
则 $x^2+8x+16=3+16$，即 $(x+4)^2=19$．

故选：A．

【点评】本题主要考查解一元二次方程的能力，熟练掌握解一元二次方程的几种常用方法：直接开平方法、因式分解法、公式法、配方法，结合方程的特点选择合适、简便的方法是解题的关键．

7．【分析】延长 AF 交 BC 于 H，由三角形中位线定理得到 $DE//BC$，$DE=\frac{1}{2}BC=6$，$AF=FH$，再证 $\Delta BFA\cong\Delta BFH(AAS)$，得 $BH=AB=8$，然后由三角形中位线定理得 $DF=4$，求解即可．

【解答】解：连接 AF 并延长交 BC 于 H，如图所示：



$\because$ 点 D、E 分别为边 AB、AC 的中点，

$\therefore DE//BC$，$DE=\frac{1}{2}BC=6$，$AF=FH$，

在 ΔBFA 和 ΔBFH 中，

$$\begin{cases}\angle ABF=\angle HBF\\ \angle AFB=\angle HFB\\ FA=FH\end{cases},$$

$\therefore \Delta BFA\cong\Delta BFH(AAS)$，

$\therefore BH=AB=8$，

$\because AD=DB$，$AF=FH$，

$\therefore DF$ 是 ΔABH 的中位线，

$\therefore DF=\frac{1}{2}BH=4$，

$\therefore EF=DE-DF=2$，

故选：C．

解法二：

$\because DE$ 是 ΔABC 的中位线，$AB=8$，$BC=12$，

$\therefore BD=\frac{1}{2}AB=4$，$DE//BC$，$DE=\frac{1}{2}BC=6$，

$\therefore \angle DFB=\angle CBF$，

$\because BF$ 是 $\angle ABC$ 的平分线，

$\therefore \angle DBF = \angle CBF$，

$\therefore \angle DFB = \angle DBF$，

$\therefore DF = BD = 4$，

$\therefore EF = DE - DF = 6 - 4 = 2$，

故选：C．

【点评】本题考查的是三角形中位线定理、全等三角形的判定和性质等知识，熟练掌握三角形中位线定理和全等三角形的判定与性质是解题的关键．

8．【分析】由函数图象直接可以判断①③④，设出拉力F与重力G的函数解析式用待定系数法求出函数解析式，把$G = 7$代入函数解析式求值即可判断②．

【解答】解：由图象可知，拉力F随着重力的增加而增大，

故①正确；

$\because$拉力F是重力G的一次函数，

$\therefore$设拉力F与重力G的函数解析式为$F = kG + b(k \neq 0)$，

则$\begin{cases} b = 0.5 \\ k + b = 0.7 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} k = 0.2 \\ b = 0.5 \end{cases}$，

$\therefore$拉力F与重力G的函数解析式为$F = 0.2G + 0.5$，

当$G = 7$时，$F = 0.2 \times 7 + 0.5 = 1.9$，

故②错误；

由图象知，拉力F是重力G的一次函数，

故③错误；

$\because G = 0$时，$F = 0.5$，

故④正确．

故选：C．

【点评】本题考查一次函数的应用，关键是数形结合思想的运用．

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．【分析】根据第一象限内点的坐标特征得到$m + 1 > 0$，然后解不等式即可．

【解答】解：$\because$点$P(3, m + 1)$在第一象限，

$\therefore m + 1 > 0$，

$\therefore m > -1$．

故答案为：$m > -1$．

【点评】本题考查了解一元一次不等式和点的坐标：直角坐标系中点与有序实数对一一对应；在x轴上点的纵坐标为 0，在y轴上点的横坐标为 0；记住各象限点的坐标特点．

10．【分析】根据折线统计图的形状来判定即可．

【解答】解：通过折线统计图可以看出，小明的成绩折线上下浮动很大，小亮的折线图上下浮动较小，所以成绩较稳定的是小亮．

故答案为：小亮.

【点评】考查统计折线图，关键要掌握折线图的特点，能根据折线图分析理解其中的数据变化情况，进而解答题目.

11．【分析】四边形具有不稳定性，易变形，电动伸缩们是利用了这一特性.

【解答】解：电动伸缩门，它能伸缩是利用了四边形的不稳定性.

故答案为：不稳定性.

【点评】本题考查了四边形的不稳定性，四边形的不稳定性运用比较广泛，伸缩门的制作运用了四边形的不稳定性.

12．【分析】直接根据"上加下减"的原则进行解答即可.

【解答】解：由"上加下减"的原则可知，将直线 $y=-4x$ 向上平移 3 个单位后，所得直线的表达式是 $y=-4x+3$.

故答案为： $y=-4x+3$.

【点评】本题考查的是一次函数的图象与几何变换，熟知函数图象平移的法则是解答此题的关键.

13．【分析】先在 RtΔABC 中，利用勾股定理求出 AB 的长，然后根据直角三角形斜边上的中线，可得 $CD=BD=\frac{1}{2}AB=2.5$，进行计算即可解答.

【解答】解：$\because \angle ACB=90^{\circ}$， $BC=3$， $AC=4$，

$\therefore AB=\sqrt{AC^{2}+BC^{2}}=\sqrt{4^{2}+3^{2}}=5$，

$\because$ 点 D 为 AB 的中点，

$\therefore CD=BD=\frac{1}{2}AB=2.5$，

$\therefore \Delta BDC$ 的周长 $=BC+CD+BD$

$=3+2.5+2.5$

$=8$，

故答案为：8.

【点评】本题考查了直角三角形斜边上的中线，熟练掌握直角三角形斜边上的中线性质是解题的关键.

14．【分析】设 $CD=x$，则 $BF=AB=x$， $BN=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}x$，先根据折叠的性质以及勾股定理，求得 $NF=\sqrt{BF^{2}-BN^{2}}=\frac{1}{2}\sqrt{3}x=3$，解得 $x=2\sqrt{3}$，即可得到正方形纸片的边长.

【解答】解：设正方形纸片的边长为 x，则 $BF=AB=x$， $BN=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}x$，

$\therefore$ RtΔBFN 中， $NF=\sqrt{BF^{2}-BN^{2}}=\frac{1}{2}\sqrt{3}x=3$，

$\therefore x=2\sqrt{3}$，

故答案为： $2\sqrt{3}$.

【点评】此题主要考查了翻折变换的性质，折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等．利用勾股定理得到 NF 的长是解答此问题的关键.

15．【分析】设中国女足所在的 A 组共有 x 支球队，利用中国女足队所在的 A 组安排的比赛场数 $=$ 中国女足所在的 A 组球队的数量 $\times$（中国女足所在的 A 组球队的数量 $-1)\div 2$，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之取其正值即可得出结论.

【解答】解：设中国女足所在的 A 组共有 x 支球队，

依题意得：$\frac{1}{2}x(x-1)=6$，

整理得：$x^2-x-12=0$，

解得：$x_1=4$，$x_2=-3$（不合题意，舍去），

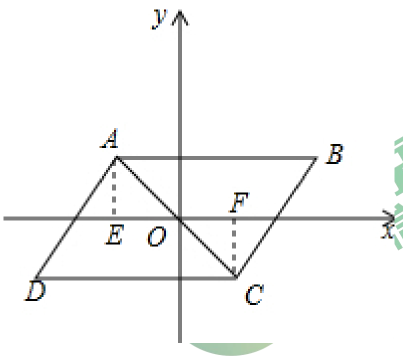
$\therefore$ 中国女足所在的 A 组共有 4 支球队.

故答案为：4.

【点评】本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

16.【分析】如图，过 A 作 $AE\perp x$ 轴于 E，过 C 作 $CF\perp x$ 轴于 F，根据全等三角形的性质得到 $AE=CF=b$，$OE=OF=-a$，根据平行四边形的性质即可得到结论.

【解答】解：如图，过 A 作 $AE\perp x$ 轴于 E，过 C 作 $CF\perp x$ 轴于 F，



$\therefore \angle AEO=\angle CFO=90°$，

$\because$ 点 O 为 AC 的中点，

$\therefore AO=CO$，

$\because \angle AOE=\angle COF$，

$\therefore \Delta AOE\cong\Delta COF(AAS)$，

$\therefore AE=CF=b$，$OE=OF=-a$，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore CD=AB=1$，

$\therefore D(1+a,-b)$

故答案为：$D(1+a,-b)$.

【点评】本题考查了平行四边形的性质，全等三角形的判定和性质，熟练掌握平行四边形的性质是解题的关键.

三、解答题（共 68 分，第 17-22 题，每题 5 分，第 23-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17.【分析】先移项，再分解因式，即可得出两个一元一次方程，求出方程的解即可.

【解答】解：$3x(x+1)=3x+3$，

$3x(x+1)-3(x+1)=0$，

$3(x+1)(x-1)=0$，

$x-1=0$，$x+1=0$，

$x_1=1$，$x_2=-1$.

【点评】本题考查了解一元二次方程的应用，解此题的关键是能把一元二次方程转化成一元一次方程，难度适中.

18.【分析】根据平行四边形性质得出 $AB=CD$， $AB//CD$， 推出 $\angle ABE=\angle CDF$， 根据 SAS 推出 $\Delta ABE\cong\Delta CDF$ 即可．

【解答】证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB=CD$， $AB//CD$，

$\therefore \angle ABE=\angle CDF$，

在 ΔABE 和 ΔCDF 中，

$$\begin{cases}AB=CD\\ \angle ABE=\angle CDF\\ BE=DF\end{cases}，$$

$\therefore \Delta ABE\cong\Delta CDF(SAS)$，

$\therefore AE=CF$．

【点评】本题考查了平行四边形性质，平行线性质，全等三角形的判定与性质的应用，关键是推出 $\Delta ABE\cong\Delta CDF$．

19.【分析】（1）根据题意列出方程组，解方程组得到答案；

（2）求出点 C 的坐标，进而得出 OC 的长，根据三角形的面积公式计算即可．

【解答】解：（1）由题意得：$\begin{cases}-2k+b=6\\ k+b=3\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=-1\\ b=4\end{cases}$，

答：$k=-1$，$b=4$；

（2）对于 $y=-x+4$，当 $y=0$ 时，$x=4$，

则点 C 的坐标为 $(4,0)$，即 $OC=4$，

$\therefore S_{\Delta BOC}=\dfrac{1}{2}\times4\times3=6$．

【点评】本题考查的是待定系数法求一次函数解析式、三角形的面积计算，根据题意得出方程组并正确解出方程组是解题的关键．

20.【分析】设这个印刷厂印数的月平均增长率是 x，利用三月份的印数＝一月份的印数$\times(1+$月平均增长率）^{2}，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之取其正值即可得出结论．

【解答】解：设这个印刷厂印数的月平均增长率是 x，

依题意得：$50(1+x)^2=60.5$，

解得：$x_1=0.1=10\%$，$x_2=-2.1$（不合题意，舍去）．

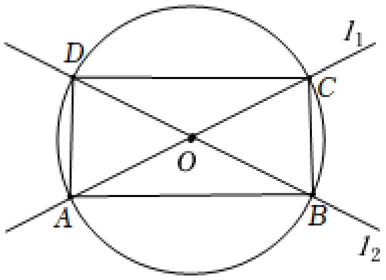
答：这个印刷厂印数的月平均增长率是 10%．

【点评】本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键．

21.【分析】（1）作图见解析部分；

（2）根据对角线相等的平行四边形是矩形证明即可．

【解答】解：（1）如图，矩形 $ABCD$ 即为所求；



（2）理由：由作图可知，$OA=OC$，$OB=OD$，

$\therefore$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\because AC=BD$，

$\therefore$四边形 $ABCD$ 是矩形．

【点评】本题考查作图－复杂作图，矩形的判定等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题．

22．【分析】（1）根据活动后所抽取学生的视力达标率为50%，可以计算出本次抽取的学生数，然后再根据表格中的数据，即可计算出 a 的；

（2）根据（1）中的结构和频数分布直方图中的数据，可以计算出活动前 $4.8\leqslant x<5.0$ 的学生人数，然后即可将直方图补充完整；

（3）根据题目中的数据加以说明即可，本题答案不唯一，只要合理即可．

【解答】解：（1）由题意可得，

本次抽取的学生有：$(15+5)\div 50\%=40$（人），

$a=40-2-3-5-15-5=10$，

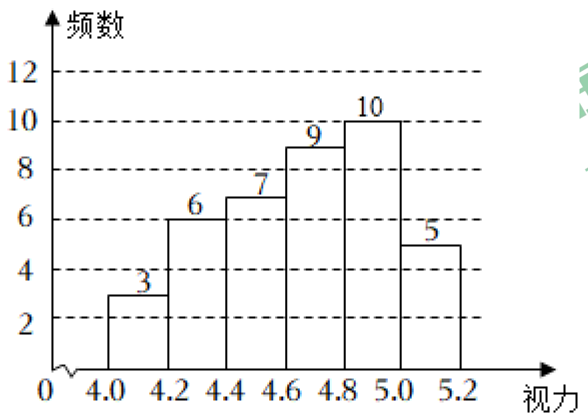
即 a 的值为 10；

（2）活动前 $4.8\leqslant x<5.0$ 的学生有：$40-3-6-7-9-5=10$（人），

补全的频数分布直方图如右图所示；

（3）通过活动前后的数据可以发现，活动后学生们的视力情况有了明显的好转，达标率有所上涨，在今后学生们要继续加强保健活动，保护自己的视力．

抽取的学生活动前视力频数分布直方图



【点评】本题考查频数分布直方图、频数分布表，解答本题的关键是明确题意，求出本次调查的人数，利用数形结合的思想解答．

23．【分析】（1）根据根的判别式求出△的值，再进行判断即可；

（2）解方程得到 $x_1=-1$，$x_2=-m+1$，根据方程只有一个根为负数，得到方程，解方程即可得到结论．

【解答】（1）证明：$\because \triangle = m^2-4\times(m-1)$

$=m^2-4m+4$

$=(m-2)^2\geqslant 0$，

$\therefore$无论 m 为何值，方程总有两个实数根；

（2）解：解一元二次方程 $x^2+mx+m-1=0$ 得，$x_1=-1$，$x_2=-m+1$，

若方程只有一个根为负数，则 $-m+1\geqslant 0$，解得 $m\leqslant 1$.

故 m 的取值范围为 $m\leqslant 1$.

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的根的判别式$\triangle=b^2-4ac$：当$\triangle>0$，方程有两个不相等的实数根；当$\triangle=0$，方程有两个相等的实数根；当$\triangle<0$，方程没有实数根.

24.【分析】（1）由已知直接可得答案；

（2）根据超过 30 分钟按 0.5 元/15 分钟依次累加（不足 15 分钟按 15 分钟计算），可列出函数关系式；

（3）算出 $y=2$ 时 x 的值，即可求出她所使用的时间范围.

【解答】解：（1）若 $0<x\leqslant 30$，使用费用 $y=1$ 元，

故答案为：1；

（2）若使用时间 $x>30$(x 为 15 的整倍数)，y 与 x 之间的函数关系式为 $y=1+\dfrac{x-30}{15}\times 0.5=\dfrac{x}{30}$，

答：y 与 x 之间的函数关系式为 $y=\dfrac{x}{30}$，($x>30$ 且 x 为 15 的倍数)；

（3）当 $y=2$ 时，$2=\dfrac{x}{30}$，

解得 $x=60$，

$\therefore$她所使用的时间范围是 $45<x\leqslant 60$.

【点评】本题考查一次函数的应用，解题的关键是读懂题意，列出函数关系式.

25.【分析】（1）由平行四边形的性质得出 $AD//BC$，$AD=BC$，再证 $AD=CE$，然后由平行四边形的判定定理即可得到结论；

（2）①证 $AE\perp CD$，再由菱形的判定即可得出结论；

②由矩形的性质、等腰三角形的性质以及三角形的外角性质即可得出结论.

【解答】（1）证明：$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD//BC$，$AD=BC$，

$\because CE=BC$，

$\therefore AD=CE$，

$\therefore$四边形 $ACED$ 是平行四边形；

（2）解：①当 $\angle AFC$ 为 90° 时，四边形 $ACED$ 是菱形，理由如下：

由（1）可知，四边形 $ACED$ 是平行四边形，

$\because \angle AFC=90^\circ$，

$\therefore AE\perp CD$，

$\therefore$平行四边形 $ACED$ 是菱形，

故答案为：90；

②$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle ADC=\angle B=70^\circ$，

$\because$ 四边形 $ACED$ 是矩形，

$\therefore DF=CF=\frac{1}{2}CD$， $AF=EF=\frac{1}{2}AE$， $CD=AE$，

$\therefore FD=FA$，

$\therefore \angle FAD=\angle ADC=70^\circ$，

$\therefore \angle AFC=\angle FAD+\angle ADC=70^\circ+70^\circ=140^\circ$，

故答案为：140.

【点评】本题考查了矩形的判定、菱形的判定、平行四边形的性质与判定以及等腰三角形的性质等知识，熟练掌握平行四边形的判定与性质是解题的关键.

26.【分析】（1）通过待定系数法将 $A(2,3)$ 和点 $B(0,-1)$ 代入解析式求解即可.

（2）点 C 关于 x 轴的对称点为 B，连结 AB，利用将军饮马问题， AB 的长度即为最小值.

（3）利用一次函数 $y=ax+c(a\neq 0)$ 的图象经过点 C， 得到 $y=ax+1$， 根据点 $(2,3)$ 结合图象即可求得.

【解答】解：（1）将 $A(2,3)$ 和点 $B(0,-1)$ 代入 $y=kx+b$，

得：$\begin{cases}3=2k+b\\-1=b\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=2\\b=-1\end{cases}$，

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y=2x-1$；

（2）$\because$ 点 B 关于 x 轴的对称点为 C，

$\therefore C$ 点的坐标是 $(0,1)$.

$\because$ 点 D 为 x 轴上任意一点，且 AD 与 CD 之和最小又点 C 关于 x 轴的对称点为 B，

$\therefore AB$ 即为线段 AD 与线段 CD 之和的最小值，

即 $AB=\sqrt{2^2+[3-(-1)]^2}=2\sqrt{5}$.

（3）一次函数 $y=ax+c(a\neq 0)$ 的图象经过点 C，

把 $(0,1)$ 代入，

得到 $y=ax+1$，

把点 $(2,3)$ 代入 $y=ax+1$，求得 $a=1$，

$\because$ 当 $x>2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=ax+1(m\neq 0)$ 的值小于一次函数 $y=kx+b$ 的值，

$\therefore a$ 的取值范围是： $a<1$.

【点评】本题考查待定系数法解一次函数解析式、将军饮马问题及一次函数和不等式的关系，解题关键是熟练掌握一次函数的性质.

27.【分析】（1）证明 $\Delta ECD\cong\Delta PCB(SAS)$ 即可；

（2）连接 DE，根据菱形的性质得 $AD//BC$， $AD=CD=BC$， $AB//CD$， $\angle ADC=120^\circ$， 可得 $\angle CBP=60^\circ$， 证

明 $\Delta ECD\cong\Delta PCB(SAS)$，根据全等三角形的性质得 $\angle CDE=\angle CBP=60^\circ$，则 $\angle ADE=\angle CDE=60^\circ$，证明 $\Delta ECD\cong\Delta EAD(SAS)$，根据全等三角形的性质得 $EA=EC$，即可解决问题；

（3）连接 AC、BD，DE，证明 $\Delta ECD\cong\Delta PCB(SAS)$，根据全等三角形的性质得 $\angle CDE=\angle CBP=120^\circ$，则 $\angle ADE=\angle CDE=120^\circ$，证明 $\Delta ECD\cong\Delta EAD(SAS)$，根据全等三角形的性质得 $EA=EC$，根据菱形的性质得 $\angle CDB=60^\circ$，则 $\angle CDB+\angle CDE=180^\circ$，可得 B、D、E 三点共线，根据等腰三角形的性质得 $BE\perp AC$，根据三角形中位线定理即可解决问题.

【解答】（1）解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore BC=DC$，

$\because \Delta PCE$ 是等边三角形，

$\therefore PC=EC$，$\angle PCE=60^\circ$，

$\because \angle BCD=60^\circ$，

$\therefore \angle BCD=\angle PCE$，

$\therefore \angle BCD-\angle PCD=\angle PCE-\angle PCD$，

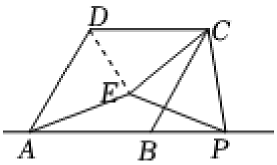
$\therefore \angle PCB=\angle ECD$，

$\therefore \Delta ECD\cong\Delta PCB(SAS)$，

$\therefore PB=DE$，

故答案为：$PB=DE$；

（2）证明：连接 DE，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle BCD=60^\circ$，

$\therefore AD//BC$，$AD=CD=BC$，$AB//CD$，$\angle ADC=120^\circ$，

$\therefore \angle CBP=\angle BCD=60^\circ$，

$\because \Delta PCE$ 是等边三角形，

$\therefore PC=EC=EP$，$\angle PCE=60^\circ$，

$\because \angle BCD=60^\circ$，

$\therefore \angle BCD=\angle PCE$，

$\therefore \angle BCD-\angle BCE=\angle PCE-\angle BCE$，

$\therefore \angle PCB=\angle ECD$，

$\therefore \Delta ECD\cong\Delta PCB(SAS)$，

$\therefore \angle CDE=\angle CBP=60^\circ$，

$\because \angle ADC=120^\circ$，

$\therefore \angle ADE=\angle CDE=60^\circ$，

$\because AD=CD$，$DE=DE$，

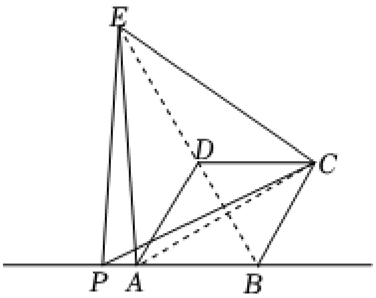
$\therefore \Delta ECD \cong \Delta EAD(SAS)$，

$\therefore EA = EC$，

$\because EC = EP$，

$\therefore EA = EP$；

（3）解：连接 AC 、 BD， DE，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形， $\angle BCD = 60^\circ$，

$\therefore AD = CD = BC$， $\angle ADC = \angle ABC = 120^\circ$， $\angle ADB = \angle CDB = 60^\circ$，

$\because \Delta PCE$ 是等边三角形，

$\therefore PC = EC = EP$， $\angle PCE = 60^\circ$，

$\because \angle BCD = 60^\circ$，

$\therefore \angle BCD = \angle PCE$，

$\therefore \angle BCD - \angle PCD = \angle PCE - \angle PCD$，

$\therefore \angle PCB = \angle ECD$，

$\therefore \Delta ECD \cong \Delta PCB(SAS)$，

$\therefore \angle CDE = \angle ABC = 120^\circ$，

$\because \angle ADC = 120^\circ$，

$\therefore \angle ADE = \angle CDE = 120^\circ$，

$\because AD = CD$， $DE = DE$，

$\therefore \Delta ECD \cong \Delta EAD(SAS)$，

$\therefore EA = EC$， $\angle AED = \angle CED$，

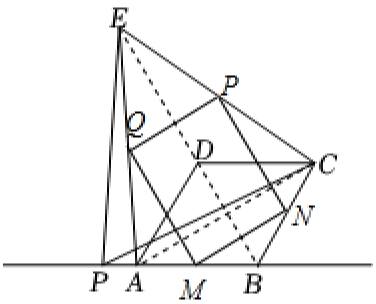
$\because \angle CDB = 60^\circ$， $\angle CDE = 120^\circ$，

$\therefore \angle CDB + \angle CDE = 180^\circ$，

$\therefore B$、 D、 E 三点共线，

$\therefore BE \perp AC$，

如图，顺次连接四边形 $ABCE$ 各边的中点 M 、 N 、 P 、 Q，



$\therefore MN//AC$， $MN=\frac{1}{2}AC$， $PQ//AC$， $PQ=\frac{1}{2}AC$， $PN//BE$， $MQ//BE$，

$\therefore MN//PQ//AC$， $MN=PQ$， $PN//MQ//BE$，

$\therefore$四边形$MNPQ$是平行四边形，

$\because BE\perp AC$，

$\therefore MN\perp PN$，

$\therefore$平行四边形$MNPQ$是矩形．

故答案为：矩形．

【点评】本题属于四边形综合题，考查了菱形的性质，全等三角形的判定和性质，等边三角形的性质，等腰三角形的性质，三角形中位线定理，矩形的判定等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考压轴题．

28．【分析】（1）①根据两个图形之间的距离的定义，画出图形即可判断；

②当直线$y=x+b$在点A的上方时，过点A作$AT\perp$直线$y=x+b$，过点T作$TJ\perp AB$，交BA的延长线于点J．不妨假设$AT=1$，则$TJ=AJ=\frac{\sqrt{2}}{2}$，推出$T(2-\frac{\sqrt{2}}{2}$，$4+\frac{\sqrt{2}}{2})$，可得$5+\frac{\sqrt{2}}{2}=2-\frac{\sqrt{2}}{2}+b$，解得$b=3+\sqrt{2}$，当直线$y=x+b$在点$D$的下方时，过点$D$作$DR\perp$直线$y=x+b$，不妨假设$DR=1$，同法可得$R(5+\frac{\sqrt{2}}{2}$，$2-\frac{\sqrt{2}}{2})$，求出$b$的值，可得结论；

（2）由$Q(n,-n+2)$，推出点Q在直线$y=-x+2$上运动，当正方形$EFGH$在直线$y=-x+2$的左侧时，不妨假设点G到直线$y=-x+2$的距离为1时，设直线$y=-x+2$交直线GH于点$N(1,1)$，推出$MG=MN=1$，推出$GN=\sqrt{2}$，推出$G(1-\sqrt{2}$，$1)$，可得$m+1=1-\sqrt{2}$，推出$m=-\sqrt{2}$，当正方形$EFGH$在直线$y=-x+2$的右侧时，且正方形$EFGH$与直线$y=-x+2$的距离为1时，求出点E的坐标，可得m的值，即可判断．

【解答】解：（1）①如图1中，

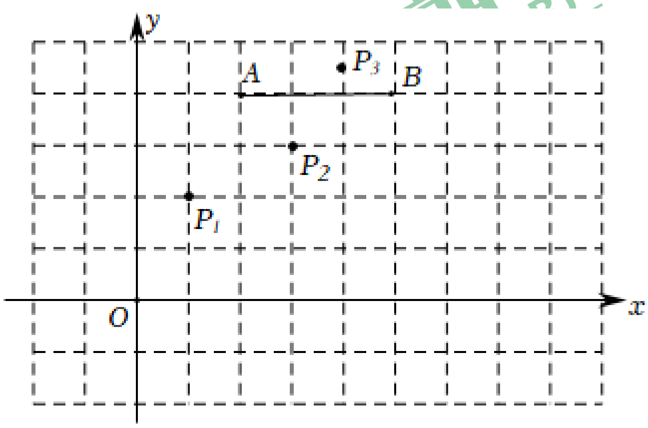


图1

观察图形可知，与线段 AB 互为“近邻图形”的是 P_2， P_3 .

故答案为： P_2， P_3；

②如图②中，

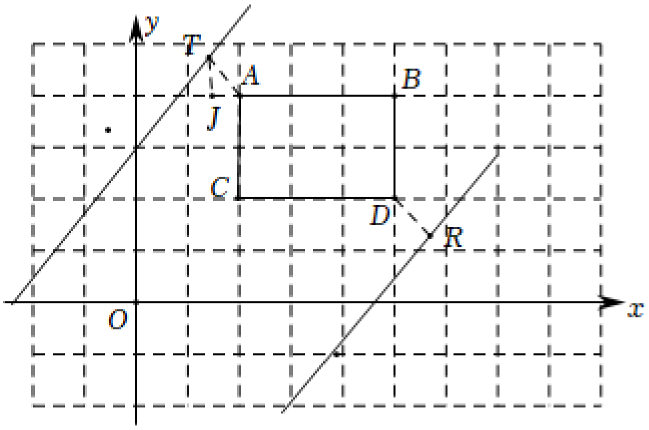


图2

当直线 $y=x+b$ 在点 A 的上方时，过点 A 作 $AT\perp$ 直线 $y=x+b$，

过点 T 作 $TJ\perp AB$，交 BA 的延长线于点 J .

不妨假设 $AT=1$，则 $TJ=AJ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore T(2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$， $4+\dfrac{\sqrt{2}}{2})$，

$\therefore 4+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}+b$，

$\therefore b=2+\sqrt{2}$，

当直线 $y=x+b$ 在点 D 的下方时，过点 D 作 $DR\perp$ 直线 $y=x+b$，

不妨假设 $DR=1$，同法可得 $R(5+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$， $2-\dfrac{\sqrt{2}}{2})$，

$\therefore 2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}=5+\dfrac{\sqrt{2}}{2}+b$，

$\therefore b=-3-\sqrt{2}$，

观察图象可知，满足条件的 b 的取值范围为 $-3-\sqrt{2}\leqslant b\leqslant 2+\sqrt{3}$；

（2）如图 3 中，

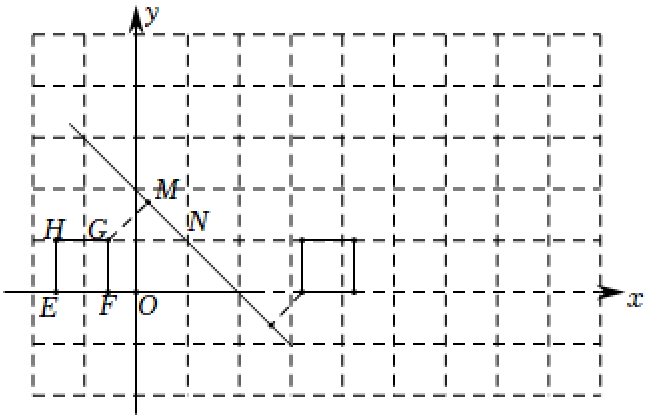


图3

$\because Q(n,-n+2)$，

$\therefore$点Q在直线$y=-x+2$上运动，

当正方形$EFGH$在直线$y=-x+2$的左侧时，不妨假设点G到直线$y=-x+2$的距离为1时，

设直线$y=-x+2$交直线GH于点$N(1,1)$，

$\therefore MG=MN=1$，

$\therefore GN=\sqrt{2}$，

$\therefore G(1-\sqrt{2}，1)$，

$\therefore m+1=1-\sqrt{2}$，

$\therefore m=-\sqrt{2}$，

当正方形$EFGH$在直线$y=-x+2$的右侧时，且正方形$EFGH$与直线$y=-x+2$的距离为1时，

同法可得$E(2+\sqrt{2}，0)$，

$\therefore m=2+\sqrt{2}$，

观察图象可知，满足条件的m的值为$-\sqrt{2}\leqslant m\leqslant 2+\sqrt{2}$．

【点评】本题属于一次函数综合题，考查了一次函数的性质，正方形的性质，两个图形之间的距离等知识，解题的关键是理解题意，学会寻找特殊位置解决数学问题，属于中考压轴题．