大兴区 2020~2021 学年度第一学期期末检测

初三数学参考答案及评分标准

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8
答 案	C	A	B	D	B	C	D	B

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9. $m<0$ ；　　10. =；　　11. （2，−4）；　　12. 2；

13. $\frac{4}{3}\pi$ ；　　14. 答案不唯一，例如：$y=x$；　　15. ①②③；　　16. $1<m<5$.

三、解答题（本题共 52 分，第 17–21 题，每小题 5 分，第 22 题 6 分，第 23–25 题,每小题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.解: 原式 $=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\left(\sqrt{2}-1\right)-\sqrt{3}+1$ ………………………………… 4 分

$=\sqrt{2}+\sqrt{2}-1-\sqrt{3}+1$

$=2\sqrt{2}-\sqrt{3}$ ………………………………………………… 5 分

18.解:（1）∵抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点（1，−4），（0，−3），

$\therefore\begin{cases}1+b+c=-4\\c=-3\end{cases}$. ………………………………………………… 2 分

解得 $\begin{cases}b=-2\\c=-3\end{cases}$.

$\therefore y=x^2-2x-3$. ………………………………………………… 3 分

（2）令 y=0,

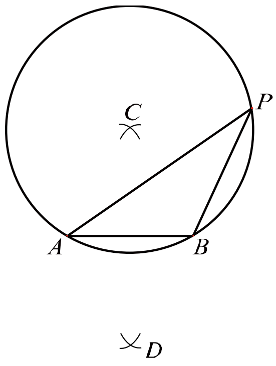
$\therefore x^2-2x-3=0$.

解得: $x_1=-1,x_2=3$.

∴ 抛物线与 x 轴的交点坐标是（−1,0），（3,0）. ………………………… 5 分

19. 解:

（1）补全的图形如图所示：



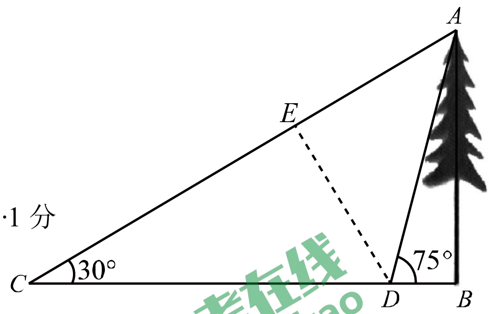
……………………………………………2 分

（2）60. ……………………………………………3 分

一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半……………………5 分

20.解:

作 $DE\perp AC$，垂足为 E，



在 Rt△CED 中，$\sin C=\dfrac{ED}{CD}$，

∵ $\angle C=30^{\circ}$, $CD=20$,

∴ $DE=10$. ……………………………………………1 分

∵$\cos C=\dfrac{CE}{CD}$，

∴ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{CE}{20}$.

∴$CE=10\sqrt{3}$. ……………………………………………2 分

∵ $\angle ADB$ 是△ACD 的外角，

$\angle ADB=75^{\circ}$,$\angle C=30^{\circ}$，

∴ $\angle CAD=45^{\circ}$.

∴在 Rt△ADE 中，$\tan\angle EAD=\dfrac{ED}{AE}=1$，

∴$AE=10$. ……………………………………………3 分

∴$AC=AE+CE=10+10\sqrt{3}$. ……………………4 分

∴在 Rt△ABC 中，$\sin\angle C=\dfrac{AB}{AC}$，

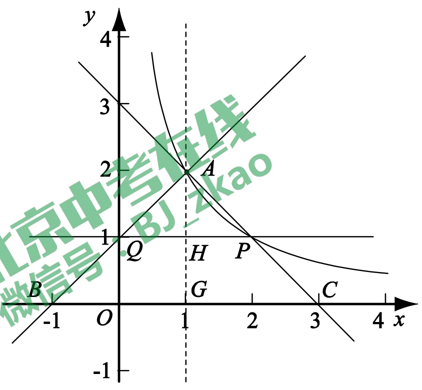
∴$AB=5+5\sqrt{3}$.

答：这棵树 AB 的高度是$(5+5\sqrt{3}\ )$米. …………………5 分

21.解：（1）将点A（1，2）代入 $y=kx+1(k\neq 0)$ 中得k=1. ·····················1分

将点A（1，2）代入 $y=\dfrac{m}{x}(m>0)$ 得m=2. ·····················2分

（2）①当点 P 在点 A 下方时，



过点 A 作 $AG\perp x$ 轴，交直线 PQ 于点 H，

∵PQ 平行于 x 轴，

∴ $\Delta APQ\backsim\Delta ACB$

∴ $\dfrac{S_{\Delta APQ}}{S_{\Delta ACB}}=\left(\dfrac{AP}{AC}\right)^2=\left(\dfrac{AH}{AG}\right)^2=\dfrac{1}{4}$

∴ $\dfrac{AH}{AG}=\dfrac{1}{2}$

∵点 A（1，2），

∴点 P 纵坐标为 1.

∵$m=2$，

∴$y=\dfrac{2}{x}$.

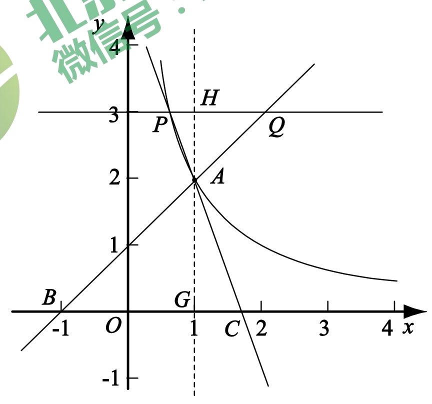
∴P 点坐标为（2，1）. ·····················4 分

②当点 P 在点 A 上方时，

过点 A 作 $AG\perp x$ 轴，交直线 PQ 于点 H.

∵PQ 平行于 x 轴，

∴ $\Delta APQ\backsim\Delta ACB$.



∴ $\dfrac{S_{\Delta APQ}}{S_{\Delta ACB}}=\left(\dfrac{AP}{AC}\right)^2=\left(\dfrac{AH}{AG}\right)^2=\dfrac{1}{4}$

∴ $\dfrac{AH}{AG}=\dfrac{1}{2}$

∵点 A（1，2），

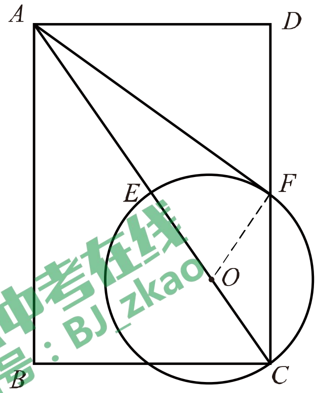
∴P 点纵坐标为 3.

代入 $y=\dfrac{2}{x}$ 得，$x=\dfrac{2}{3}$

∴P 点坐标为$\left(\dfrac{2}{3},3\right)$. ·····················5 分

∴P 点坐标为（2，1）或（$\dfrac{2}{3}$，3）.

22.



(1)证明：连接 OF.

∵ $OC=OF$，

∴ $\angle OCF=\angle OFC$.

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $\angle B=\angle D=\angle DCB=90°$.

又∵ $\angle DAF=\angle BAC$，

∴ $\angle AFD=\angle ACB$. ……………………………………1 分

∵ $\angle ACB+\angle ACD=90°$，

∴ $\angle AFD+\angle OFC=90°$.

∴ $\angle AFO=90°$.

∴ $OF\perp AF$ 于 F.

∴直线 AF 与⊙O 相切. ……………………………………2 分

(2) 解：

∵ $\tan\angle DAF=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\angle DAF=\angle BAC$，

∴ $\tan\angle BAC=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

∵ $\angle B=90°$，

∴ $\tan\angle BAC=\frac{BC}{AB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

∵ $AB=4$，

∴ $BC=2\sqrt{2}$. ……………………………………3 分

∴ $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2\sqrt{6}$.

又∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $BC=AD=2\sqrt{2}$.

又 $\angle D=90°$，$\tan\angle DAF=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴ $DF=AD\cdot\tan\angle DAF=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2$. ……………………………4 分

∴ $AF=2\sqrt{3}$.

设⊙O 的半径为 r，在 Rt△AFO 中，$\angle AFO=90°$.

$\therefore OA^2=OF^2+AF^2$.

即$(2\sqrt{6}-r)^2=r^2+12$. ……………………………5 分

解得 $r=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

$\therefore \odot O$ 的半径为$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. ……………………………6 分

23.解：

（1）$\because -\dfrac{b}{2a}=1$，

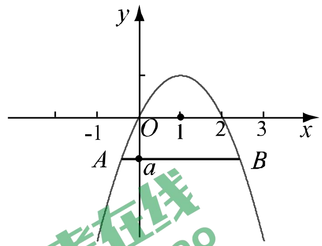
$\therefore b=-2a$. ………………………………………1 分

（2）把 $b=-2a$ 代入 $y=ax^2+bx+a+1$ 得：

$y=ax^2-2ax+a+1$.

配方得：$y=a(x-1)^2+1$.

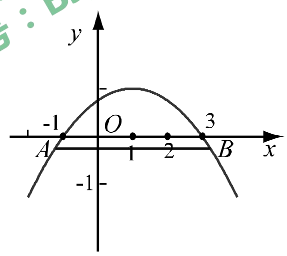
$\therefore$顶点 $M(1,1)$. ……………………………………2 分



（3）① 1 个. ……………………………………3 分

② 由①得，$a=-1$时，区域 W 内有 1 个整点.

（Ⅰ）当抛物线过（-1，0）时，区域 W 内恰有 3 个整点.

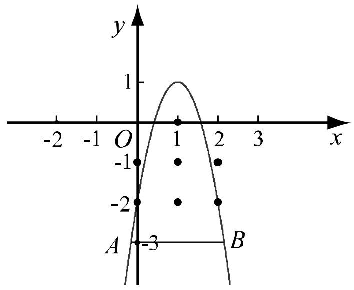


将（-1，0）代入 $y=ax^2-2ax+a+1$，

得 $a=-\dfrac{1}{4}$. ……………………………………4 分

结合图象可得$-1<a\le-\dfrac{1}{4}$. ……………………………5 分

（Ⅱ）当抛物线过（0，-2）时，区域 W 内恰有 3 个整点.



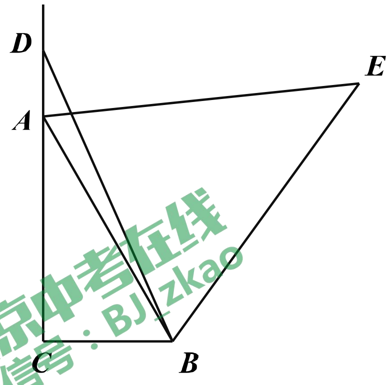
将（0，-2）代入 $y=ax^2-2ax+a+1$，

得 $a=-3$.

综上所述，a 的值范围是$-1<a\le-\dfrac{1}{4}$或 $a=-3$.…………7 分

24.

（1） $AE=BE.$ ……………………………………………1 分



（2）依题意补全图形 ……………………………………………2 分

① $AE=BE.$ ……………………………………………3 分

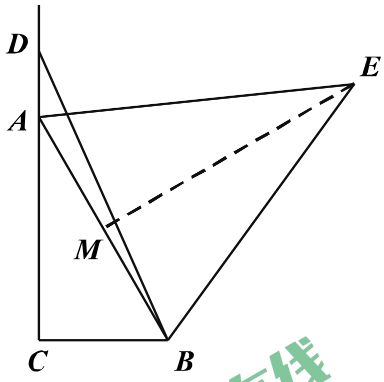
如图，作 $EM\perp AB$ 于 $M.$

$\because \angle DBC=\angle ABC+\angle ABD=60°+\angle ABD$，

$\angle EBM=\angle EBD+\angle ABD=60°+\angle ABD$，

$\therefore \angle DBC=\angle EBM.$

在$\triangle DBC$ 与$\triangle EBM$ 中，



$$\begin{cases}\angle DBC=\angle EBM\\ \angle C=\angle EMB\\ BD=BE\end{cases}$$

$\therefore \triangle DBC\cong\triangle EBM.$

$\therefore BC=BM.$

在$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle BAC=30°$，

$\therefore BC=\dfrac{1}{2}AB.$

$\therefore BM=\dfrac{1}{2}AB.$

$\therefore EM$ 垂直平分 $AB.$

$\therefore AE=BE.$

$\therefore AE=BD.$ ……………………………………………5 分

② $CD^2+\dfrac{1}{4}AB^2=AE^2.$ ……………………………………………7 分

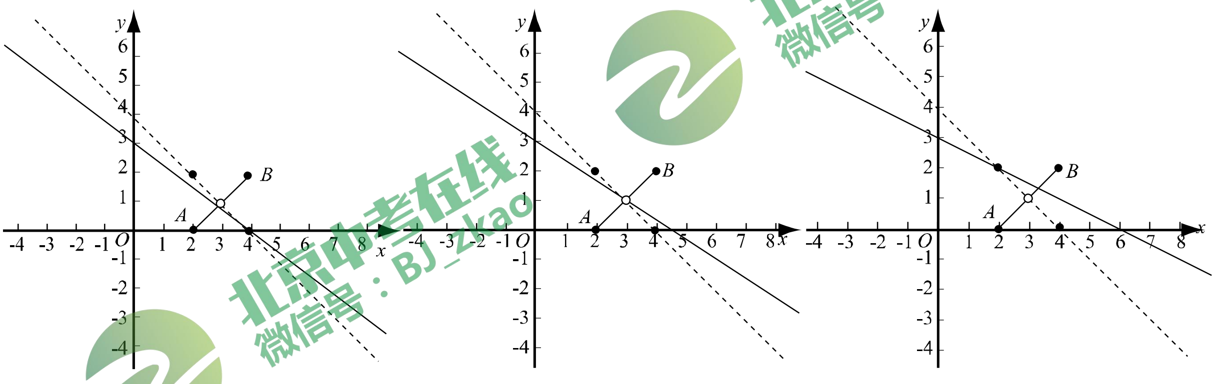
25.解：

（1） ①$C(4，0)$，$E(-1，5)$ ……………………………………………2 分

②（Ⅰ）当点（4，0）在直线 $y=kx+3$ 上时，$4k+3=0$，$k=-\dfrac{3}{4}$

（Ⅱ）当点（3，1）在直线 $y=kx+3$ 上时，$3k+3=1$，$k=-\dfrac{2}{3}$

（Ⅲ）当点（2，2）在直线 $y=kx+3$ 上时，$2k+3=2$，$k=-\dfrac{1}{2}$



（Ⅰ） （Ⅱ） （Ⅲ）

结合图象可得 $-\dfrac{3}{4}\le k\le-\dfrac{1}{2}$ 且 $k\ne-\dfrac{2}{3}$ ……………………………………………………5 分

（2）$-3\sqrt{3}\le t<\sqrt{3}$ ………………………………………………………7 分