



初三年级数学试卷

2021 年 4 月

(考试时间: 120 分钟)

满分: 100 分)

出题人: 曹建箴

审核人: 李琴

一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

下面各题均有四个选项, 其中只有一个是符合题意的, 请将正确选项填涂在答题卡相应的位置.

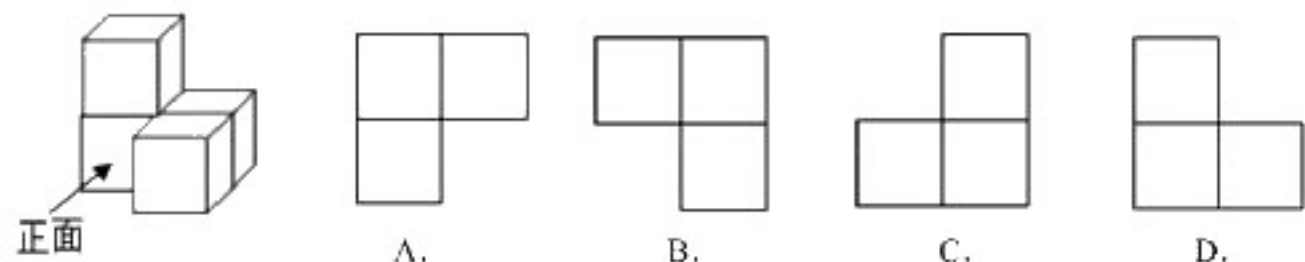
1. KN95 型口罩可以保护在颗粒物浓度很高的空间中工作的人不被颗粒物侵害, 也可以帮助人们预防传染病. “KN95”表示此类型的口罩能过滤空气中 95% 的粒径约为 0.000 000 3m 的非油性颗粒. 其中, 0.000 000 3 用科学记数法表示为

- A. 3×10^{-6} B. 3×10^{-7} C. 0.3×10^{-6} D. 0.3×10^{-7}

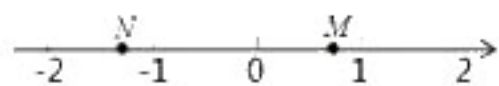
2. 函数 $y = \sqrt{x-3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是

- A. $x \neq 3$ B. $x \geq 3$ C. $x > 3$ D. $x > -3$

3. 如图是由 4 个相同的小正方体组成的几何体, 则它的俯视图是



4. 如图, 数轴上两点 M, N 所对应的实数分别为 m, n , 则 $m-n$ 的结果可能是

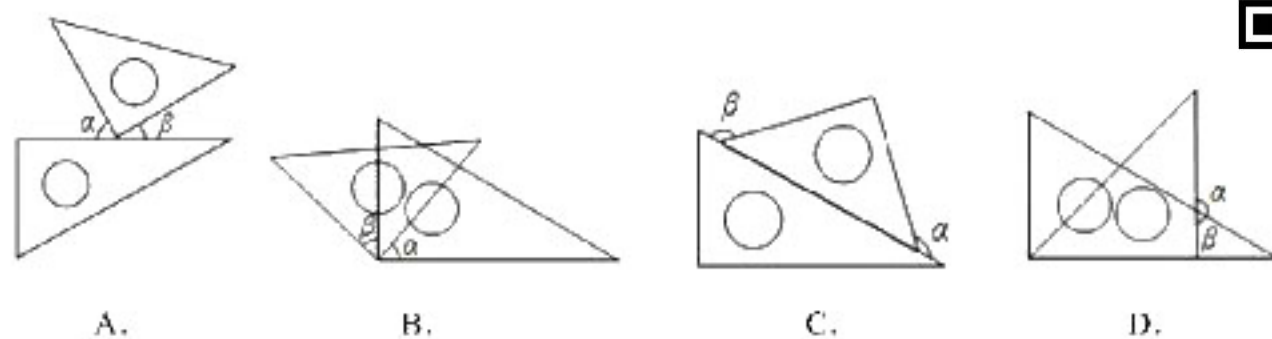


- A. -1 B. 1 C. 2 D. 3

5. 下列各式由左到右是分解因式的是

- A. $x^2 + 6x - 9 = (x+3)(x-3) + 6x$ B. $(x+2)(x-2) = x^2 - 4$
 C. $x^2 - 2xy - y^2 = (x-y)^2$ D. $x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$

6. 如图, 将一副三角尺按下列位置摆放, 使 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 互余的摆放方式是

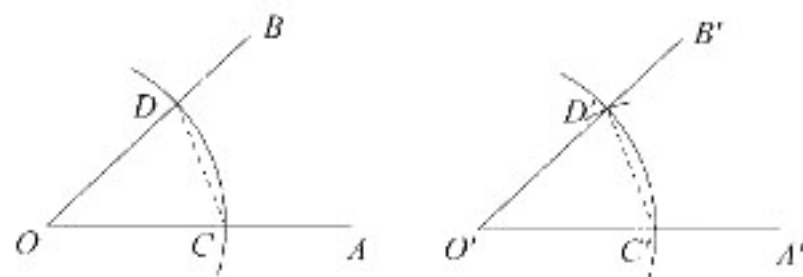


7. 小聪在用直尺和圆规作一个角等于已知角时, 具体过程是这样的:

已知: $\angle AOB$.

求作: $\angle A'O'B'$, 使 $\angle A'O'B' = \angle AOB$.

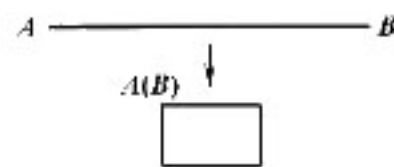
- 作法: (1) 如图, 以点 O 为圆心, 任意长为半径画弧, 分别交 OA, OB 于点 C, D ;
 (2) 画一条射线 $O'A'$, 以点 O' 为圆心, OC 长为半径画弧, 交 $O'A'$ 于点 C' ;
 (3) 以点 C' 为圆心, CD 长为半径画弧, 与第 (2) 步中所画的弧相交于点 D' ;
 (4) 过点 D' 画射线 $O'B'$, 则 $\angle A'O'B' = \angle AOB$.



小聪作法正确的理由是

- A. 由 SSS 可得 $\triangle O'C'D' \cong \triangle OCD$, 进而可证 $\angle A'O'B' = \angle AOB$
 B. 由 SAS 可得 $\triangle O'C'D' \cong \triangle OCD$, 进而可证 $\angle A'O'B' = \angle AOB$
 C. 由 ASA 可得 $\triangle O'C'D' \cong \triangle OCD$, 进而可证 $\angle A'O'B' = \angle AOB$
 D. 由“等边对等角”可得 $\angle A'O'B' = \angle AOB$

8. 如图所示, 将一根长 2m 的铁丝首尾相接围成矩形, 则矩形的面积与其一边长满足的函数关系是



- A. 正比例函数关系
 B. 一次函数关系
 C. 二次函数关系
 D. 反比例函数关系

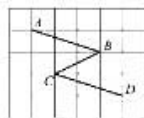
考号: _____ 姓名: _____ 班级: _____

二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 请写出一个比 $\sqrt{10}$ 小的正整数_____.

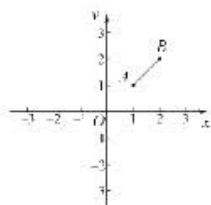
10. 用一个 a 的值说明命题“如果 $a^2 \geq 1$, 那么 $a \geq 1$ ”是错误的, 这个值可以是 $a =$ _____.

11. 如图所示的网格是正方形网格, A, B, C, D 是网格线的交点, 则 $\angle ABC$ 与 $\angle BCD$ 的大小关系为: $\angle ABC$ _____ $\angle BCD$ (填“>”, “=”或“<”).

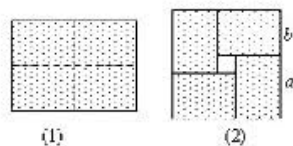


12. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(1, 1)$, $B(2, 2)$, 双曲线 $y = \frac{k}{x}$

与线段 AB 有公共点, 则 k 的取值范围是_____.



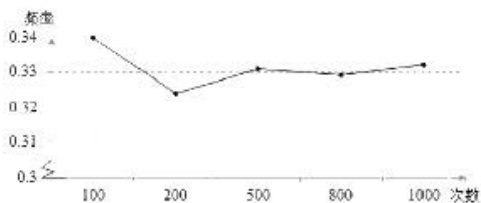
第 12 题图



第 13 题图

13. 如图(1)是一个长为 $2a$, 宽为 $2b(a > b)$ 的长方形, 用剪刀沿图中虚线(对称轴)剪开, 得到四块形状和大小完全相同的小长方形, 然后按图(2)所示拼成一个大正方形, 则中间空白部分的面积是_____.(用含 a, b 的式子表示)

14. 某小组做“用频率估计概率”的试验时, 统计了某一事件发生的频率, 绘制了如图所示的折线图.

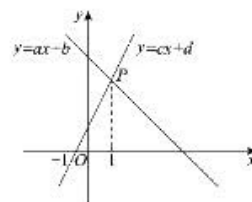


该事件最有可能是_____ (填写一个你认为正确的序号).

- ① 抛一个质地均匀的三六面体骰子, 向上的一面的点数是 2;
- ② 抛一枚硬币, 正面朝上;
- ③ 暗箱中有 1 个红球和 2 个黄球, 这些球除了颜色外无其他差别, 从中任取一球是红球.

15. 不等式组 $\begin{cases} 1-x \leq 4 \\ \frac{x+1}{2} < 1 \end{cases}$ 的解集是_____.

16. 如图, 一次函数 $y = -ax + b$ 与 $y = cx + d$ 的图象交于点 P .



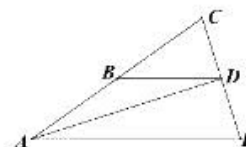
下列结论中, 所有正确结论的序号是_____.

- ① $b < 0$; ② $ac < 0$; ③ 当 $x > 1$ 时, $ax + b > cx + d$;
- ④ $a + b = c + d$; ⑤ $c > d$.

三、解答题(本题共 68 分, 第 17-25 题, 每小题 5 分, 第 26 题 7 分, 第 27 题 8 分, 第 28 题 8 分)

17. 计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 2\cos 45^\circ + |\sqrt{2}-1| - (3.14-\pi)^0$.

18. 如图, AD 是 $\triangle ACE$ 的角平分线, $BA=BC$, $BD \parallel AE$. 求证: $\angle C = \angle E$.



19. 已知 $3x^2 - x - 1 = 0$, 求代数式 $(2x+5)(2x-5) + 2x(x-1)$ 的值.

20. 下面是小明同学设计的“过直线外一点作已知直线的平行线”的尺规作图过程.

已知: 如图 1, 直线 l 和直线 l 外一点 P .

求作: 直线 PQ , 使直线 $PQ \parallel$ 直线 l .

作法: 如图 2,

- ① 在直线 l 上取一点 A , 连接 PA ;
- ② 作 PA 的垂直平分线 MN , 分别交直线 l , 线段 PA 于点 B, O ;
- ③ 以 O 为圆心, OB 长为半径作弧, 交直线 MN 于另一点 Q ;
- ④ 作直线 PQ , 所以直线 PQ 为所求作的直线.

根据上述作图过程, 回答问题:

(1) 用直尺和圆规, 补全图 2 中的图形(保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明:

证明: \because 直线 MN 是 PA 的垂直平分线,

$\therefore PO =$ _____, $\angle POQ = \angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore OQ = OB$,

$\therefore \triangle POQ \cong \triangle AOB$.

\therefore _____ = _____.

$\therefore PQ \parallel l$ (_____)(填推理的依据).

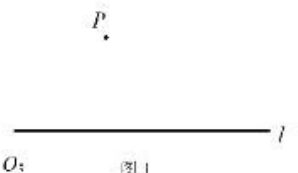


图 1

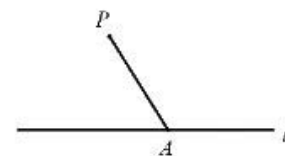


图 2



21. 已知关于 x 的方程 $mx^2 + nx - 2 = 0 (m \neq 0)$.

- (1) 求证: 当 $n=m-2$ 时, 方程总有两个实数根;
- (2) 若方程两个相等的实数根都是整数, 写出一组满足条件的 m, n 的值, 并求此时方程的根.

22. 2020年3月线上授课期间, 小莹、小静和小新为了解所在学校九年级600名学生居家减压方式情况, 对该校九年级部分学生居家减压方式进行抽样调查. 将居家减压方式分为 A (享受美食)、 B (交流谈心)、 C (室内体育活动)、 D (听音乐) 和 E (其他方式) 五类, 要求每位被调查者选择一种自己最常用的减压方式, 他们将收集的数据进行了整理, 绘制的统计表分别为表1、表2和表3.

表1: 小莹抽取60名男生居家减压方式统计表(单位: 人)

减压方式	A	B	C	D	E
人数	4	6	37	8	5

表2: 小静随机抽取10名学生居家减压方式统计表(单位: 人)

减压方式	A	B	C	D	E
人数	2	1	3	3	1

表3: 小新随机抽取60名学生居家减压方式统计表(单位: 人)

减压方式	A	B	C	D	E
人数	6	5	26	13	10

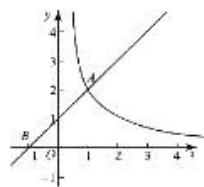
根据以上材料, 回答下列问题:

- (1) 小莹、小静和小新三人中, 哪一位同学抽样调查的数据能较好地反映出该校九年级学生居家减压方式情况, 并简要说明其他两位同学抽样调查的不足之处.
- (2) 根据三人中能较好地反映出该校九年级居家减压方式的调查结果, 估计该校九年级600名学生中利用室内体育活动方式进行减压的人数.

23. 截止到2020年11月23日, 全国832个国家级贫困县全部脱贫摘帽. “某单位党支部在“精准扶贫”活动中, 给结对帮扶的贫困家庭赠送甲、乙两种树苗. 已知每棵乙种树苗的价格比甲种树苗的价格贵10元, 用480元购买乙种树苗的棵数恰好与用360元购买甲种树苗的棵数相同, 求甲、乙两种树苗每棵的价格.

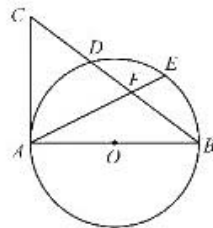
24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $l: y = kx + 1 (k \neq 0)$ 与函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象 G 交于点 $A(1, 2)$, 与 x 轴交于点 B .

- (1) 求 k, m 的值;
- (2) 点 P 为图象 G 上一点, 过点 P 作 x 轴的平行线 PQ 交直线 l 于点 Q , 作直线 PA 交 x 轴于点 C , 若 $S_{\triangle APQ} : S_{\triangle ACP} = 1 : 4$, 求点 P 的坐标.



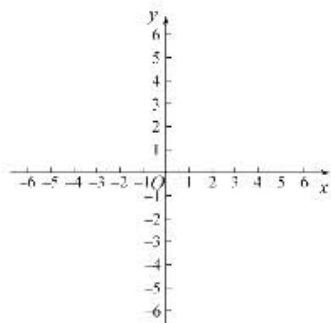
25. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 与 $\odot O$ 相切于点 A , 连接 BC 交 $\odot O$ 于点 D , 点 E 是 \widehat{BD} 的中点, 连接 AE 交 BC 于点 F .

- (1) 求证: $AC = CF$;
- (2) 若 $AB = 4, AC = 3$, 求 $\angle BAE$ 的正切值.



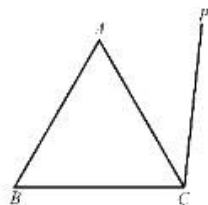
26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 3$ 与 y 轴交于点 A ，过 A 作 $AB \parallel x$ 轴与直线 $x=4$ 交于 B 点。

- (1) 抛物线的对称轴为 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ (用含 m 的代数式表示)；
- (2) 当抛物线经过点 A, B 时，求此时抛物线的表达式；
- (3) 记抛物线在线段 AB 下方的部分图象为 G (包含 A, B 两点)，点 $P(m, 0)$ 是 x 轴上一动点，过 P 作 $PD \perp x$ 轴于 P ，交图象 G 于点 D ，交 AB 于点 C ，若 $CD \leq 1$ ，求 m 的取值范围。



27. 如图，在等边三角形 ABC 右侧作射线 CP ， $\angle ACP = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 60^\circ$)，点 A 关于射线 CP 的对称点为点 D ， BD 交 CP 于点 E ，连接 AD, AE 。

- (1) 依题意补全图形；
- (2) 求 $\angle DBC$ 的大小 (用含 α 的代数式表示)；
- (3) 直接写出 $\angle AEB$ 的度数；
- (4) 用等式表示线段 AE, BD, CE 之间的数量关系，并证明。



28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意两点 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ ，定义如下：

点 M 与点 N 的“直角距离”为 $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ ，记作 d_{MN} 。

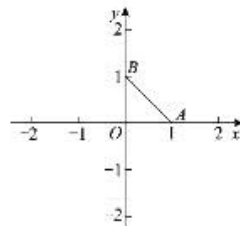
例如：点 $M(1, 5)$ 与 $N(7, 2)$ 的“直角距离” $d_{MN} = |1 - 7| + |5 - 2| = 9$ 。

(1) 已知点 $P_1(-1, 0), P_2(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}), P_3(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}), P_4(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ ，则在这四个点中，

与原点 O 的“直角距离”等于 1 的点是 ；

(2) 如图，已知点 $A(1, 0), B(0, 1)$ ，根据定义可知线段 AB 上的任意一点与原点 O 的“直角距离”都等于 1。

若点 P 与原点 O 的“直角距离” $d_{OP} = 1$ ，请在图中将所有满足条件的点 P 组成的图形补全；



(3) 已知直线 $y = kx + 2$ ，点 $C(t, 0)$ 是 x 轴上的一个动点。

- ① 当 $t=3$ 时，若直线 $y = kx + 2$ 上存在点 D ，满足 $d_{CD} = 1$ ，求 k 的取值范围；
- ② 当 $k=-2$ 时，直线 $y = kx + 2$ 与 x 轴， y 轴分别交于点 E, F 。若线段 EF 上任意一点 H 都满足 $1 \leq d_{CH} \leq 4$ ，直接写出 t 的取值范围。

