2022 北京八一学校初二（下）期中

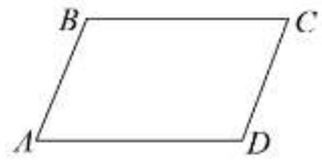
数　　学

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）第 1－10 题均有四个这项，符合题意的选项只有一个.

1. 下列各式中，是最简二次根式的是（　）

A. $\sqrt{\dfrac{1}{2}}$　　B. $\sqrt{32}$　　C. $\sqrt{7}$　　D. $\sqrt{a^2}$

2. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle A+\angle C=140°$，则 $\angle B$ 的度数为（　）



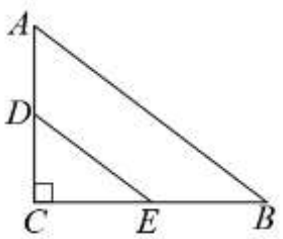
A. 140°　　B. 120°　　C. 110°　　D. 100°

3. 下列运算正确的是（　）

A. $\sqrt{8}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{(-3)^2}=-3$

C. $\sqrt{4\dfrac{1}{9}}=2\sqrt{\dfrac{1}{3}}$　　D. $\sqrt{4+9}=\sqrt{4}+\sqrt{9}$

4. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=6$，$BC=8$，若 D，E 分别为边 AC．BC 的中点，则 DE 的长为（　）



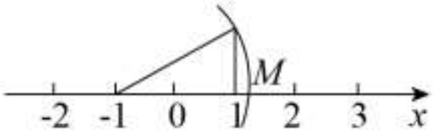
A. 10　　B. 5　　C. 4　　D. 3

5. 在$\triangle ABC$ 中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$　对边分别是 a，b，c，下列条件中，不能判定$\triangle ABC$ 是直角三角形的是（　）

A. $a:b:c=2:2:3$　　B. $a=3$，$b=4$，$c=5$

C. $a=1$，$b=\sqrt{10}$，$c=3$　　D. $\angle A+\angle B=90°$

6. 如图，数轴上点 M 所表示的数为 m，则 m 的值是（　）



A. $\sqrt{5}-2$　　B. $\sqrt{5}-1$　　C. $\sqrt{5}+1$　　D. $1-\sqrt{5}$

7. 下面关于平行四边形的说法中，不正确的是（　　）

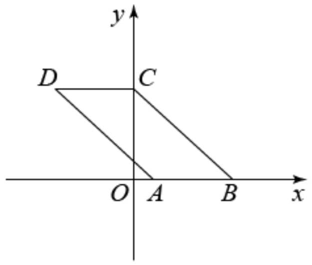
A　对角线互相平分的四边形是平行四边形

B. 有一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形

C. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形

D. 有两组对角相等的四边形是平行四边形

8. 如图，已知点 $A(1,0)$，$B(4,0)$，将线段 AB 平移得到线段 CD，点 B 对应点 C 恰好落在 y 轴上，且四边形 $ABCD$ 的面积为 9，则四边形 $ABCD$ 的周长为（　）



A. 14　　B. 16　　C. 18　　D. 20

9. 图 1 是第七届国际数学教育大会（ICME－7）的会徽图案，它是由一串有公共顶点 O 的直角三角形（如图 2 所示）演化而成的．如果图 2 中的 $OA_1=A_1A_2=A_2A_3=\dots A_7A_8=1$，那么 OA_8 的长为（　）

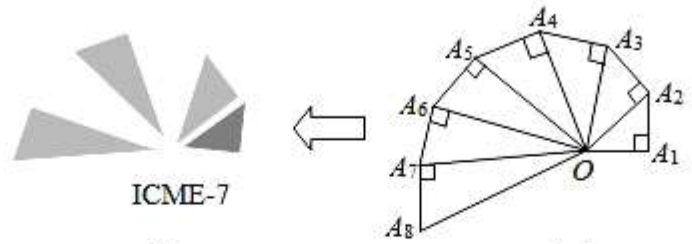


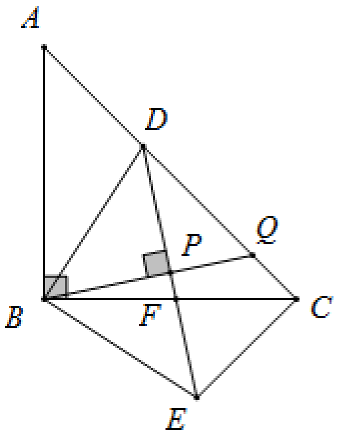
图1　　图2

A. $2\sqrt{2}$　　B. 3　　C. $\sqrt{10}$　　D. $\sqrt{11}$

10. 如图，在直角△ABC 中，$AB=BC$，点 D 是边 AC 上一动点，以 BD 为直角边作等腰直角△DBE，DE 交 BC 于点 F，连接 CE．过点 B 作 $BQ\perp DE$ 于点 P，交 CD 于点 Q．下面结论中正确的有（ ）个

①△ABD≌△CBE； ②∠CDE= ∠ABD；③$AD^2+CQ^2=DQ^2$；

④当 AD：DC=1：2，$S_{\triangle BEC}+S_{\triangle DCE}=S_{\triangle DBE}$; ⑤当时 $CD=BC$ 时，BD：$EF=\sqrt{2}+1$.



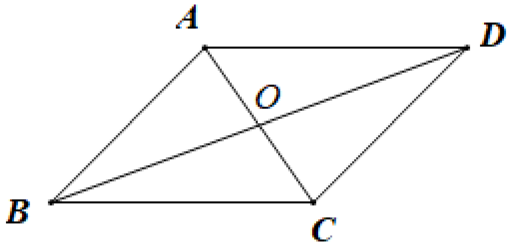
A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

二、填空题（每题 3 分，共 18 分）

11. 若 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 取值范围是__.

12. 比较大小：$2\sqrt{3}$ ________ $\sqrt{13}$（填“＞”、“=”、“＜”）

13. 如图，▱*ABCD* 的对角线相交于点 *O*,两条对角线的和为 18，*AD* 的长为 5，则△*OBC* 的周长为________



14. 如图，这是我国古代数学著作《九章算术》中的一个问题：一根竹子高 1 丈，折断后竹子顶端落在离竹子底端 3 尺处，折断处离地面的高度是_________尺（1 丈＝10 尺）

15. 若 $\sqrt{45n}$ 是整数，则正整数 n 的最小值是_____.

16. 在△*ABC* 中，∠*BAC*＝90°，*AB*＝*AC*＝4，以 *AC* 为一边，在△*ABC* 外作等腰直角△*ACD*，则线段 *BD* 的长为____.

三、解答题（17 题每小题 3 分，共 12 分，18－22 每解题 4 分，23－26，每题 5 分，共 52 分）

17. 计算：

（1）$\sqrt{8}+\sqrt{32}-\sqrt{18}$

（2）$\sqrt{8}\times\sqrt{6}-4\sqrt{6}\div2\sqrt{2}$

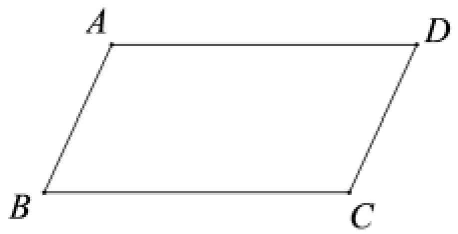
（3）$(2\sqrt{3}+6)^2$

（4）$(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-5)$

18. 下面是小明设计的“作平行四边形 *ABCD* 的边 *AB* 的中点”的尺规作图过程.

已知：平行四边形 *ABCD*.

求作：点 *M*，使点 *M* 为边 *AB* 的中点.



作法：如图，①作射线 *DA*；

②以点 *A* 为圆心，*BC* 长为半径画弧，交 *DA* 的延长线于点 *E*；

③连接 EC 交 AB 于点 M．所以点 M 就是所求作的点．

根据小明设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

证明：连接 AC，EB．

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AE /\!/ BC$．

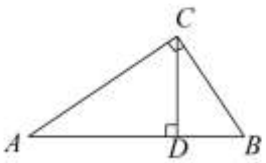
∵AE＝__________，

∴四边形 $EBCA$ 是平行四边形（__________）（填推理的依据）

∴AM＝MB（__________）（填推理的依据）．

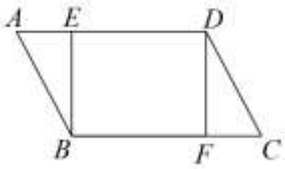
∴点 M 为所求作的边 AB 的中点．

19. 如图，△ABC 中，∠ACB＝90°，AB＝50，BC＝30，CD⊥AB 于 D，求 CD 的长．

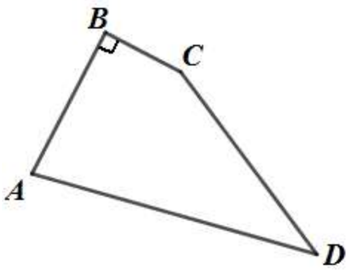


20. 已知 $a=\sqrt{7}+\sqrt{2}$，$b=\sqrt{7}-\sqrt{2}$，求 a^2-ab+b^2 的值．

21. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在 AD，BC 上，且 AE＝CF，连接 BE，DF．求证：BE＝DF．



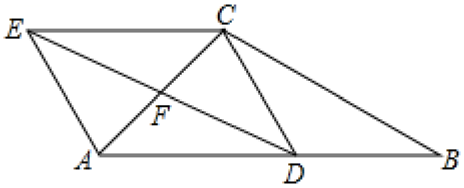
22. 如图，四边形 $ABCD$ 中，∠B＝90°，AB＝4，BC＝3，CD＝12，AD＝13．求四边形 $ABCD$ 的面积．



23. 如图，△ABC 中，D 是 AB 边上任意一点，F 是 AC 中点，过点 C 作 $CE /\!/ AB$ 交 DF 的延长线于点 E，连接 AE，CD．

（1）求证：四边形 $ADCE$ 是平行四边形；

（2）若∠B＝30°，∠CAB＝45°，$AC=\sqrt{6}$，CD＝BD，求 AD 的长．



24. 小明在学习了“二次根式”后，发现一些含根号的代数式可以写成另一个根号的代数式的平方，如 $3+2\sqrt{2}=(1+\sqrt{2})^2$．善于思考的小明进行了以下探索：设 $a+b\sqrt{2}=(m+n\sqrt{2})^2$（其中 a、b、m、n 均为整数），则有 $a+b\sqrt{2}=m^2+2mn\sqrt{2}+2n^2$，$a=m^2+2n^2$，$b=2mn$．这样小明就找到了把类似 $a+b\sqrt{2}$ 的代数式化为平方式的方法．

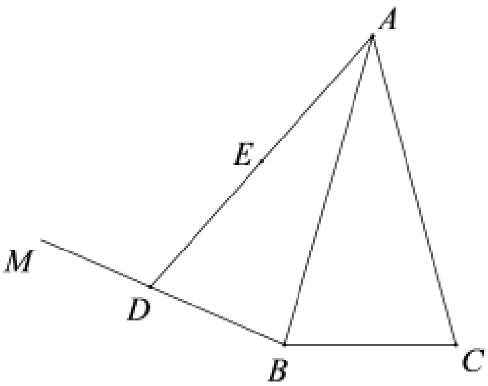
请你仿照小明　方法探索并解决下列问题：

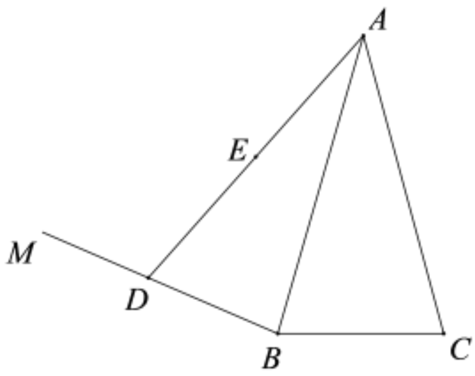
（1）当 a、b、m、n 均为整数时，若 $a+b\sqrt{5}=(m+n\sqrt{5})^2$，用含 m、n 的代数式分别表示 a、b，则：$a=$____，$b=$____；

（2）利用所探索的结论找一组正整数 a、b、m、n 填空：____+____$\sqrt{5}=($____+____$\sqrt{5})^2$

（3）若 $a+6\sqrt{5}=(m+n\sqrt{5})^2$．且 a、m、n 均为正整数，求 a 的值．

25. 如图，在△ABC 中，$AB=AC$，$\angle BAC=30°$，作射线 BM，$\angle ABM=80°$．D 在射线 BM 上，连接 AD，E 是 AD 的中点，B 关于点 E 的对称点为 F，连接 DF．





备用图

（1）依题意补全图形；

（2）判断 AC 与 DF 的数量关系并证明；

（3）平面内一点 G，使得 $DG=DB$，$FG=FC$，求$\angle BDG$ 的值．

26. 已知$\angle MON=90°$，点 A 是射线 ON 上的一个定点，点 B 是射线 OM 上的一个动点，且满足 $OB>OA$．点 C 在线段 OA 的延长线上，且 $AC=OB$．

（1）如图 1，$CD\parallel OB$，$CD=OA$，连接 AD，BD；

①△AOB 与△____全等，$\angle OBA+\angle ADC=$____°；

②若 $OA=a$，$OB=b$，则 $BD=$____；（用含 a，b 的式子表示）

（2）如图 2，在线段 BO 上截取 BE，使 $BE=OA$，连接 CE．若$\angle OBA+\angle OCE=\beta$，当点 B 在射线 OM 上运动时，β 的大小是否会发生变化？如果不变，请求出这个定值；如果变化，请说明理由．

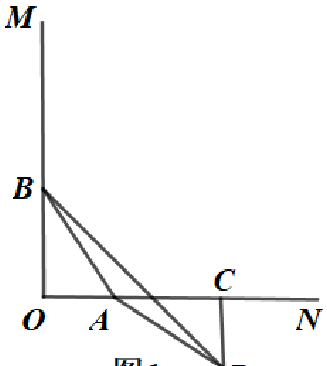


图1

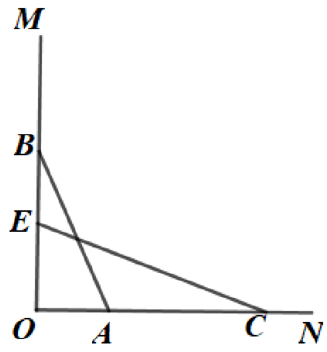


图2

参考答案

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）第 1－10 题均有四个这项，符合题意的选项只有一个.

1. 下列各式中，是最简二次根式的是（　）

A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$　　B. $\sqrt{32}$　　C. $\sqrt{7}$　　D. $\sqrt{a^2}$

【答案】C

【解析】

【分析】判断一个二次根式是不是最简二次根式的方法，是逐个检查定义中的两个条件①被开方数不含分母②被开方数不含能开的尽方的因数或因式，据此可解答.

【详解】A、被开方数含分母，不　最简二次根式，不符合题意，

B、$\sqrt{32}=4\sqrt{2}$，被开方数含能开的尽方的因数或因式，不符合题意，

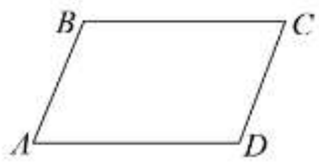
C、$\sqrt{7}$ 是最简二次根式，符合题意，

D、$\sqrt{a^2}=|a|$，被开方数含能开的尽方的因数或因式，不符合题意.

故选 C.

【点睛】本题考查最简二次根式，掌握简二次根式的定义是解题关键.

2. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle A+\angle C=140°$，则 $\angle B$ 的度数为（　）



A. 140°　　B. 120°　　C. 110°　　D. 100°

【答案】C

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质可得 $\angle A=\angle C$， $AD \parallel BC$，结合已知条件即可求解.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $\angle A=\angle C$， $AD \parallel BC$，

$\therefore \angle A+\angle B=180°$，

∵ $\angle A+\angle C=140°$，

$\therefore \angle A=70°$，

$\therefore \angle B=180°-\angle A=110°$，

故选 C

【点睛】本题考查了平行四边形的性质，掌握平行四边形的性质是解题的关键.

3. 下列运算正确的是（　）

A. $\sqrt{8}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{(-3)^2}=-3$

C. $\sqrt{4\frac{1}{9}}=2\sqrt{\frac{1}{3}}$

D. $\sqrt{4+9}=\sqrt{4}+\sqrt{9}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据二次根式加减与二次根式的性质，分别计算求解即可

【详解】解：A. $\sqrt{8}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$，故该选项正确，符合题意；

B. $\sqrt{(-3)^2}=3$，故该选项不正确，不符合题意；

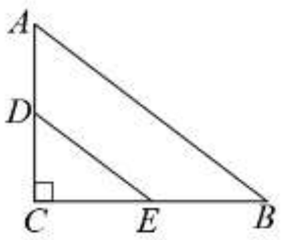
C. $\sqrt{4\frac{1}{9}}=\frac{\sqrt{37}}{3}$，故该选项不正确，不符合题意；

D. $\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$，故该选项不正确，不符合题意；

故选 A

【点睛】本题考查了二次根式的性质与计算，掌握二次根式的性质是解题的关键．

4. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=6$，$BC=8$，若 D，E 分别为边 AC．BC 的中点，则 DE 的长为（　）



A. 10　　B. 5　　C. 4　　D. 3

【答案】B

【解析】

【分析】首先利用勾股定理可求出 AB 的长，再由三角形中位线定理可得到 $DE=\frac{1}{2}AB$，问题得解.

【详解】解：∵在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=6$，$BC=8$，

∴$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=10$，

∵点 D，E 分别为 AC，BC 的中点，

∴DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

∴$DE=\frac{1}{2}AB=5$，

故选:B.

【点睛】本题考查了三角形的中位线定理以及勾股定理的运用，熟记性质与定理是解题的关键.

5. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的对边分别是 a，b，c，下列条件中，不能判定 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是（　）

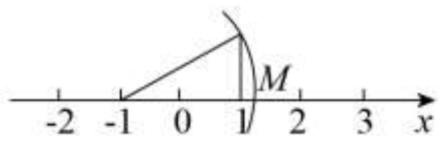
A. $a:b:c=2:2:3$

B. $a=3$，$b=4$，$c=5$

C. $a=1$，$b=\sqrt{10}$，$c=3$

D. $\angle A+\angle B=90°$

【答案】A

【解析】
【分析】根据勾股定理逆定理及三角形内角和可进行排除选项.
【详解】A.∵ $a:b:c=2:2:3$，
设 $a=2k,b=2k,c=3k$
则 $a^2+b^2=8k^2,c^2=9k^2$
∴ $a^2+b^2\neq c^2$
∴不能判定△ABC 是直角三角形，故 A 选项符合题意；
B. ∵$a=3$，$b=4$，$c=5$
∴ $a^2+b^2=25,c^2=25$
∴$a^2+b^2=c^2$
∴△ABC 是直角三角形,故 B 选项不符合题意；
C. ∵$a=1$，$b=\sqrt{10}$，$c=3$
∴ $a^2+c^2=10,b^2=10$
∴$a^2+c^2=b^2$
∴△ABC 是直角三角形,故 C 选项不符合题意；
D.∵ $\angle A+\angle B=90°$
∴$\angle C=180°-(\angle A+\angle B)=90°$
∴△ABC 是直角三角形,故 D 选项不符合题意；
故选 A
【点睛】本题主要考查勾股定理逆定理，熟练掌握勾股定理逆定理是解题的关键.
6. 如图，数轴上点 M 所表示的数为 m，则 m 的值是（　）


A. $\sqrt{5}-2$　　B. $\sqrt{5}-1$　　C. $\sqrt{5}+1$　　D. $1-\sqrt{5}$
【答案】B
【解析】
【分析】首先计算出直角三角形斜边的长，然后再确定 m 的值.
【详解】解：∵ $\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，
∴ $m=\sqrt{5}-1$，
故选：B.
【点睛】此题主要考查了实数与数轴，关键是利用勾股定理计算出直角三角形斜边长.
7. 下面关于平行四边形的说法中，不正确的是（　　）
A. 对角线互相平分的四边形是平行四边形

B. 有一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形

C. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形

D. 有两组对角相等的四边形是平行四边形

【答案】B

【解析】

【分析】由平行四边形的判定分别对各个选项进行判断即可.

【详解】解：A、对角线互相平分的四边形是平行四边形，故 A 不符合题意；

B、一组对边平行，另一组对边相等的四边形不一定是平行四边形，故 B 符合题意；

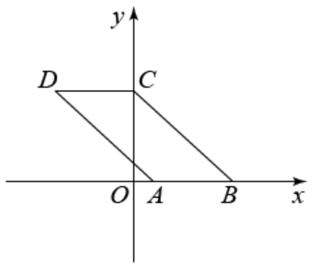
C、两组对边分别相等的四边形是平行四边形，故 C 不符合题意；

D、两组对角相等的四边形是平行四边形，故 D 不符合题意.

故选：B.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定，熟练掌握平行四边形的判定是解题的关键.

8. 如图，已知点 $A\ 1,0$ ，$B\left(4,0\right)$，将线段 AB 平移得到线段 CD，点 B 的对应点 C 恰好落在 y 轴上，且四边形 $ABCD$ 的面积为 9，则四边形 $ABCD$ 的周长为（　）



A. 14　　B. 16　　C. 18　　D. 20

【答案】B

【解析】

【分析】根据平移的性质可得四边形 $ABCD$ 是平行四边形，然后根据点 A、B 的坐标求出 AB，再利用平行四边形的面积求出 OC，然后利用勾股定理列式求出 BC，再根据平行四边形的周长公式列式计算即可得解.

【详解】解：∵线段 AB 平移得到线段 CD，

∴$AB\parallel CD$，$AB=CD$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∵A（1，0），B（4，0），

∴AB=4-1=3，

∵四边形 $ABCD$ 的面积为 9，

∴3•OC=9，

解得 OC=3，

在 $Rt\triangle BOC$ 中，由勾股定理得，

$BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，

∴四边形 $ABCD$ 的周长=2（3+5）=16.

故选：B.

【点睛】此题考查了坐标与图形变化-平移，勾股定理，平行四边形的判定与性质，解题的关键是熟记性质并求出 BC 长度．

9. 图 1 是第七届国际数学教育大会（$ICME-7$）的会徽图案，它是由一串有公共顶点 O 的直角三角形（如图 2 所示）演化而成的．如果图 2 中的 $OA_1=A_1A_2=A_2A_3=\ldots A_7A_8=1$，那么 OA_8 的长为（　）

图1

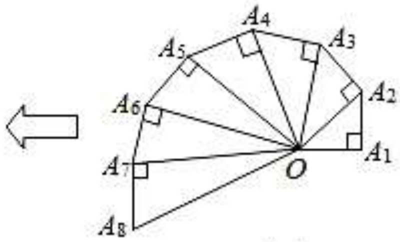


图2

A. $2\sqrt{2}$　　B. 3　　C. $\sqrt{10}$　　D. $\sqrt{11}$

【答案】A

【解析】

【分析】$OA_1=1$，根据勾股定理可得 $OA_2=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$OA_3=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$，找到 $OA_n=\sqrt{n}$ 的规律，即可计算 OA_8 的长．

【详解】解：∵$OA_1=1$，

∴由勾股定理可得 $OA_2=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，

$OA_3=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$，

…，

∴$OA_n=\sqrt{n}$，

∴$OA_8=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$．

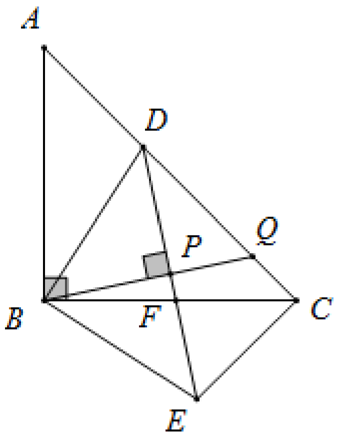
故选：A．

【点睛】本题考查了勾股定理，数字类的找规律，勾股定理求得 $OA_n=\sqrt{n}$ 是解题的关键．

10. 如图，在直角△ABC 中，$AB=BC$，点 D 是边 AC 上一动点，以 BD 为直角边作等腰直角△DBE，DE 交 BC 于点 F，连接 CE．过点 B 作 $BQ\perp DE$ 于点 P，交 CD 于点 Q．下面结论中正确的有（　）个

①△ABD≌△CBE：②∠CDE= ∠ABD；③$AD^2+CQ^2=DQ^2$：

④当 AD：DC=1：2，$S_{\triangle BEC}+S_{\triangle DCE}=S_{\triangle DBE}$；⑤当时 $CD=BC$ 时，BD：$EF=\sqrt{2}+1$．



A. 2　　　　　　　　B. 3　　　　　　　　C. 4　　　　　　　　D. 5

【答案】C

【解析】

【分析】根据等腰直角三角形的性质，得$\angle ABC=\angle DBE=90^{\circ}$，$\angle A=\angle ACB=\angle BDE=\angle BED=45^{\circ}$，则可判定①；由$\angle DEB=\angle ACB=45^{\circ},\angle DFC=\angle BFE$可得$\angle CDF=\angle CBE$，然后根据①可判定②；根据勾股定理的性质，得$BD$，通过三角形面积公式计算，得$S_{\triangle BEC}+S_{\triangle DCE}\neq S_{\triangle DBE}$；根据等腰三角形三线合一、垂直平分线和勾股定理的性质，得$AD^2+CQ^2=DQ^2$；根据等腰三角形和三角形内角和性质，得$BD=DF$，过点F作$FH\perp BE$于点H，设$BD=BE=DF=y,FH=EH=x$，进而根据等腰直角三角形的性质、二次根式的计算，即可得到答案.

【详解】解：∵直角$\triangle ABC$中，$AB=BC$，等腰直角$\triangle DBE$，

∴ $BD=BE$，$\angle ABC=\angle DBE=90^{\circ}$，$\angle A=\angle ACB=\angle BDE=\angle BED=45^{\circ}$，

∵ $\angle ABD+\angle CBD=\angle CBE+\angle CBD=90^{\circ}$，

∴ $\angle ABD=\angle CBE$，

$\triangle ABD$和$\triangle CBE$中，

$$\begin{cases} AB=BC \\ \angle ABD=\angle CBE \\ BD=BE \end{cases},$$

∴$\triangle ABD\cong\triangle CBE$，即①正确；

∴ $\angle BCE=\angle A=45^{\circ}$，$AD=CE$，

∵ $\angle DEB=\angle ACB=45^{\circ},\angle DFC=\angle BFE$，

∴由三角形内角和可知$\angle CDF=\angle CBE$，

∴$\angle CDE=\angle ABD$，故②正确；

∵AD：DC=1：2，

∴设$AD=CE=m$，$DC=2m$，

∴ $AC=3m$，

∵在等腰直角$\triangle ABC$中，

∴ $AB=BC=\dfrac{AC}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}m}{2}$，

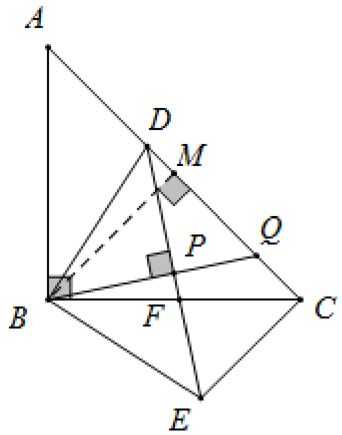
∵ $\angle ACE=90^{\circ}$，

∴ $DE=\sqrt{DC^2+CE^2}=\sqrt{5}m$，

∵等腰直角$\triangle DBE$

∴ $BD=BE=\dfrac{DE}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}m}{2}$

过点B作$BM\perp AC$，交AC于点M，如下图，



∵等腰直角△ABC

$\therefore BM=\frac{1}{2}AC=\frac{3}{2}m$，

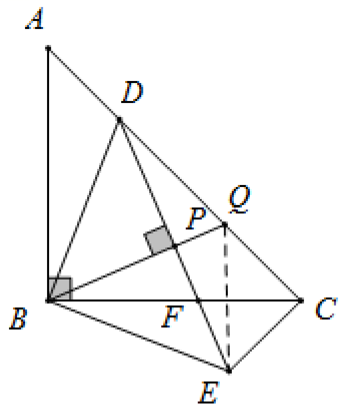
$\therefore S_{\triangle BEC}=\frac{1}{2}AD\times BM=\frac{1}{2}m\times\frac{3}{2}m=\frac{3}{4}m^2$，

$S_{\triangle DCE}=\frac{1}{2}DC\times CE=\frac{1}{2}\times 2m\times m=m^2$，

$S_{\triangle DBE}=\frac{1}{2}BD\times BE=\frac{1}{2}\times\left(\frac{\sqrt{10}m}{2}\right)^2=\frac{5}{4}m^2$，

∴$S_{\triangle BEC}+S_{\triangle DCE}\neq S_{\triangle DBE}$，即④错误；

连接QE，如下图：



∵$BQ\perp DE$，△DBE是等腰直角三角形，

$\therefore QE=DQ$，

$\because CE=AD$，$\angle ACE=90°$，

$\therefore CE^2+CQ^2=QE^2$，

∴$AD^2+CQ^2=DQ^2$，即③正确；

∵$CD=BC$，$\angle ACB=45°$

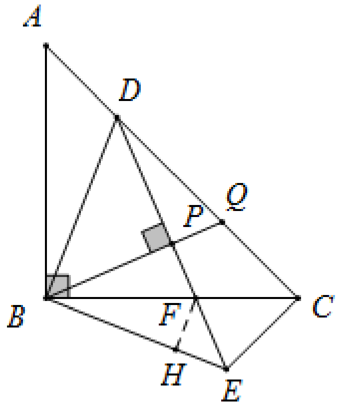
$\therefore \angle CDB=\angle CBD=\frac{180°-\angle ACB}{2}=67.5°$，$AB=BC=CD$，

$\therefore \angle CFE=\angle BFD=180°-\angle CBD-\angle BDE=180°-67.5°-45°=67.5°$，

$\therefore \angle DBF = \angle DFB = 67.5°$，

$\therefore BD = DF = BE$，

过点 F 作 $FH \perp BE$ 于点 H，如图所示：



设 $BD = BE = DF = y, FH = EH = x$，

$\because \angle DEB = 45°$，

$\therefore \triangle FHE$ 是等腰直角三角形，

$\therefore DE = \sqrt{2}DB = \sqrt{2}y, EF = \sqrt{2}FH = \sqrt{2}x$，

$\therefore DE = DF + FE = y + \sqrt{2}x = \sqrt{2}y$，

$\therefore y = \left(2+\sqrt{2}\right)x$，

$\therefore \dfrac{BD}{EF} = \dfrac{\left(2+\sqrt{2}\right)x}{\sqrt{2}x} = \sqrt{2}+1$，即 BD：EF=$\sqrt{2}+1$；故⑤正确；

∴①②③⑤正确；

故选：C.

【点睛】本题考查了等腰直角三角形的性质、勾股定理、全等三角形的性质与判定及二次根式等知识；解题的关键是熟练掌握等腰直角三角形、全等三角形及勾股定理，从而完成求解.

二、填空题（每题 3 分，共 18 分）

11. 若 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是__.

【答案】$x \geqslant 1$.

【解析】

【分析】二次根式有意义的条件：被开方数为非负数，再列不等式，从而可得答案.

【详解】解：若 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，

则 $x-1 \geqslant 0$，

解得： $x \geqslant 1$.

故答案为： $x \geqslant 1$.

【点睛】本题考查的是二次根式有意义的条件，解题的关键是根据二次根式有意义的条件列不等式.

12. 比较大小： $2\sqrt{3}$ ________ $\sqrt{13}$ （填“＞”、“=”、“＜”）

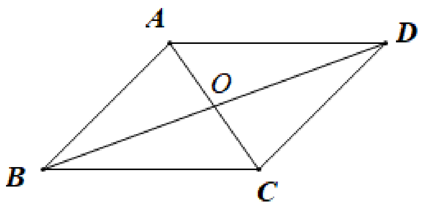
【答案】<

【解析】

【详解】先把 $2\sqrt{3}$ 化为 $\sqrt{12}$ 的形式，再比较被开方数的大小.

本题解析: ∵ $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$,12<13, ∴ $\sqrt{12}<\sqrt{13}$ 即 $2\sqrt{3}<\sqrt{13}$,故答案为<.

13. 如图，▱*ABCD* 的对角线相交于点 *O*,两条对角线的和为 18，*AD* 的长为 5，则△*OBC* 的周长为 ___________.



【答案】14

【解析】

【分析】根据两对角线之和为 18，可得出 *OB*+*OC* 的值，再由 *AD*=*BC*，可得出△*OBC* 的周长.

【详解】由题意得，*OB*+*OC*= $\frac{1}{2}$ （*AC*+*BD*）=9，

又∵*AD*=*BC*=5，

∴△*OBC* 的周长=9+5=14.

故答案为 14.

【点睛】此题考查了平行四边形的性质，解答此题需要掌握平行四边形的对角线互相平分，对边相等的性质.

14. 如图，这是我国古代数学著作《九章算术》中　一个问题：一根竹子高 1 丈，折断后竹子顶端落在离竹子底端 3 尺处，折断处离地面的高度是_________尺（1 丈＝10 尺）

【答案】4.55

【解析】

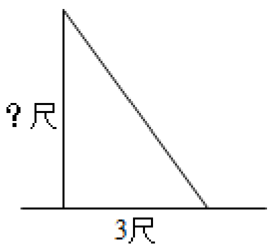
【分析】竹子折断后刚好构成一个直角三角形，设竹子折断出离地面的高度是 *x* 尺，则斜边为（10-*x*）尺，利用勾股定理求解即可得到答案.

【详解】解：设设竹子折断出离地面的高度是 *x* 尺，则斜边为（10-*x*）尺

由勾股定理得 $x^2+3^2=(10-x)^2$

解得 $x=4.55$

故答案为：4.55.



【点睛】本题主要考查了勾股定理的应用，解题的关键是利用题目信息构造直角三角形利用勾股定理解题．

15. 若 $\sqrt{45n}$ 是整数，则正整数 n 的最小值是_____．

【答案】5

【解析】

【详解】$\sqrt{45n}$ $=\sqrt{9\times 5n}$，

∵ $\sqrt{45n}$ 是整数，

∴正整数 n 的最小值是 5．

故答案为 5．

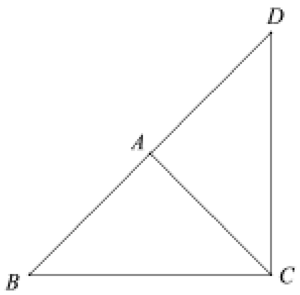
16. 在△ABC 中，$\angle BAC$＝90°，AB＝AC＝4，以 AC 为一边，在△ABC 外作等腰直角△ACD，则线段 BD 的长为____．

【答案】8 或 $4\sqrt{5}$ 或 $2\sqrt{10}$

【解析】

【分析】根据题意分类讨论，①$\angle CAD=90°$，②$\angle ACD=90°$，③$\angle ADC=90°$，分别作出图形，再结合已知条件勾股定理求解即可．

【详解】①如图，当 $\angle CAD=90°$ 时，

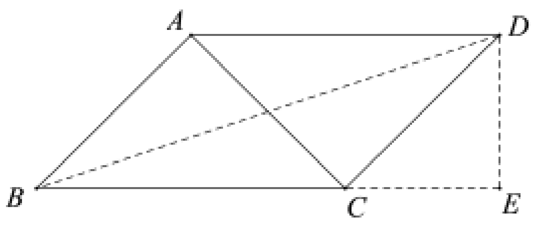


∵ $\angle BAC=90°$，$AB=AC=4$，$\triangle ACD$ 是等腰直角三角形，

$\therefore AC=AD=AB=4$，$\angle BAD=\angle BAC+\angle CAD=180°$

$\therefore BD=AB+AD=4+4=8$

②如图，当 $\angle ACD=90°$ 时，过点 D 作 $DE\perp BC$，交 BC 的延长线于点 E，



∵ $\angle BAC=90°$，$AB=AC=4$，$\triangle ACD$，$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，

$\therefore CD = AC = AB = 4$，$\angle DCE = 180° - \angle ACD - \angle ACB = 45°$

又$\because$ $DE \perp BC$

$\therefore \triangle DEC$是等腰直角三角形

$\therefore DE = CE$

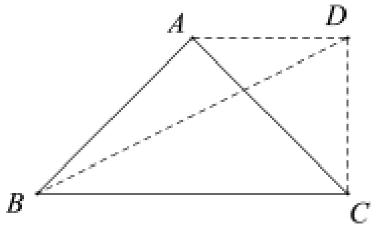
在$\mathbf{Rt}\triangle DEC$中，$DC^2 = CE^2 + DE^2 = 2DE^2$

$\therefore DE = \frac{\sqrt{2}}{2}DC = 2\sqrt{2}$

在$Rt\triangle ABC$中，$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 4\sqrt{2}$

在$Rt\triangle BDE$中，$BD = \sqrt{BE^2 + DE^2} = \sqrt{\left(4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2} = 4\sqrt{5}$

③如图，当$\angle ADC = 90°$时



$\because \angle BAC = 90°$，$AB = AC = 4$，$\triangle ACD$，$\triangle ABC$是等腰直角三角形，

$\therefore CD = AD = \frac{\sqrt{2}}{2}AC = 2\sqrt{2}$，

在$Rt\triangle ABC$中，$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 4\sqrt{2}$

在$Rt\triangle BDC$中，$BD = \sqrt{CD^2 + BC^2} = \sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2 + \left(4\sqrt{2}\right)^2} = 2\sqrt{10}$

综上所述，BD的长为：8或$4\sqrt{5}$或$2\sqrt{10}$

【点睛】本题考查了勾股定理，等腰三角形的性质，分类讨论是解题的关键.

三、解答题（17题每小题3分，共12分，18－22每解题4分，23－26，每题5分，共52分）

17. 计算：

（1）$\sqrt{8} + \sqrt{32} - \sqrt{18}$

（2）$\sqrt{8} \times \sqrt{6} - 4\sqrt{6} \div 2\sqrt{2}$

（3）$(2\sqrt{3} + 6)^2$

（4）$(\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 5)$

【答案】（1）$3\sqrt{2}$

（2）$2\sqrt{3}$

（3）$48 + 24\sqrt{3}$

（4）$-2\sqrt{2} - 13$

【解析】

【分析】（1）根据二次根式的性质化简，然后根据二次根式的加减运算计算即可；

（2）根据二次根式的乘除混合运算进行计算即可；

（3）根据完全平方公式进行计算即可；

（4）根据多项式的乘法以及二次根式的混合运算进行计算即可

【小问 1 详解】

解：原式$=2\sqrt{2}+4\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

$=6\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}$

【小问 2 详解】

解：原式$=4\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}$

【小问 3 详解】

解：原式$=12+24\sqrt{3}+36$

$=48+24\sqrt{3}$

【小问 4 详解】

解：原式$=2-5\sqrt{2}+3\sqrt{2}-15$

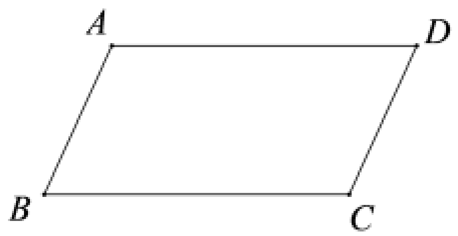
$=-2\sqrt{2}-13$

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，掌握二次根式的运算法则是解题的关键.

18. 下面是小明设计的“作平行四边形 $ABCD$ 的边 AB 的中点”的尺规作图过程.

已知：平行四边形 $ABCD$.

求作：点 M，使点 M 为边 AB 的中点.



作法：如图，①作射线 DA；

②以点 A 为圆心，BC 长为半径画弧，交 DA 的延长线于点 E；

③连接 EC 交 AB 于点 M．所以点 M 就是所求作的点.

根据小明设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：连接 AC，EB.

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AE \parallel BC$.

∵AE=_________，

∴四边形 $EBCA$ 是平行四边形（_________）（填推理的依据）

∴$AM=MB$（_________）（填推理的依据）．

∴点 M 为所求作的边 AB 的中点．

【答案】（1）见解析　（2）BC；一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；平行四边形的对角线互相平分

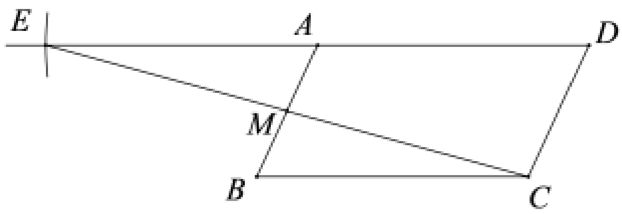
【解析】

分析】（1）根据题意作出图形即可；

（2）连接 AC，EB，根据作图以及平行四边形的性质与判定完成证明过程即可．

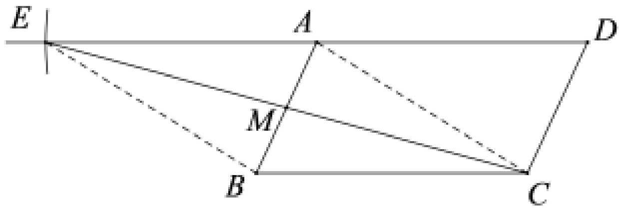
【小问 1 详解】

如图所示，



【小问 2 详解】

证明：连接 AC，EB．



∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AE\parallel BC$．

∵AE=<u>BC</u>，

∴四边形 $EBCA$ 是平行四边形（<u>一组对边平行且相等的四边形是平行四边形</u>）（填推理的依据）

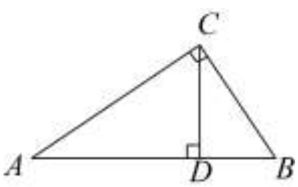
∴$AM=MB$（<u>平行四边形的对角线互相平分</u>）（填推理的依据）．

∴点 M 为所求作的边 AB 的中点．

故答案为：BC；一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；平行四边形的对角线互相平分

【点睛】本题考查了作一条线段等于已知线段，平行四边形的性质与判定，掌握平行四边形的性质与判定是解题的关键．

19. 如图，△ABC 中，∠ACB=90°，AB=50，BC=30，$CD\perp AB$ 于 D，求 CD 的长．



【答案】24

【解析】

【分析】先利用勾股定理求出 AC 的长，再由三角形面积公式 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\bullet CD=\frac{1}{2}BC\bullet AC$，得到 $CD=\frac{AC\cdot BC}{AB}$，由此即可得到答案．

【详解】解：∵△ABC 是直角三角形，AB=50，BC=30，

由勾股定理有：$AC^2=AB^2-BC^2$，

∴$AC=\sqrt{50^2-30^2}=40$．

又∵$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\bullet CD=\frac{1}{2}BC\bullet AC$，

∴$CD=\frac{AC\cdot BC}{AB}=\frac{40\times30}{50}=24$；

$\because CD=24$

【点睛】本题考查了勾股定理以及三角形面积的计算；熟练运用勾股定理，特别注意：直角三角形斜边上的高等于两条直角边的乘积除以斜边．

20. 已知 $a=\sqrt{7}+\sqrt{2}$，$b=\sqrt{7}-\sqrt{2}$，求 a^2-ab+b^2 的值．

【答案】13

【解析】

【分析】先将代数式变形，再计算 $a-b, ab$ 的值，代入代数式，根据二次根式的混合运算进行计算求解即可．

【详解】解：∵ $a=\sqrt{7}+\sqrt{2}$，$b=\sqrt{7}-\sqrt{2}$，

$\therefore a-b=2\sqrt{2}$， $ab=7-2=5$

∴原式$=a^2-2ab+b^2+ab$

$=(a-b)^2+ab$

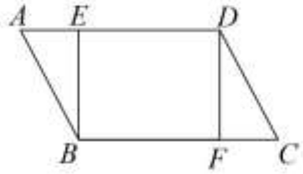
$=\left(2\sqrt{2}\right)^2+5$

$=8+5$

$=13$

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，完全平方公式，将代数式化简是解题的关键．二次根式的化简求值，一定要先化简再代入求值．二次根式运算的最后，注意结果要化到最简二次根式，二次根式的乘除运算要与加减运算区分，避免互相干扰．

21. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在 AD，BC 上，且 $AE=CF$，连接 BE，DF．求证：$BE=DF$．



【答案】见解析

【解析】

【分析】由平行四边形的性质得出 $AB=CD$，$\angle A=\angle C$，由 SAS 即可得出△ABE≌△CDF，进而根据全等三角形的性质即可得证.

【详解】证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AB=CD$，$\angle A=\angle C$，

在△ABE 和△CDF 中，

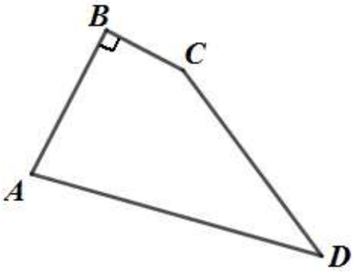
$$\begin{cases} AB=CD \\ \angle A=\angle C \\ AE=CF \end{cases},$$

∴△ABE≌△CDF（SAS）；

∴$BE=DF$

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质、平行四边形的判定与性质；熟练掌握平行四边形的性质，并能进行推理论证是解决问题的关键.

22. 如图，四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=90°$，$AB=4$，$BC=3$，$CD=12$，$AD=13$．求四边形 $ABCD$ 的面积.

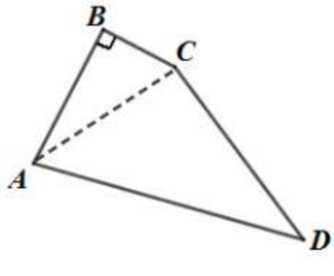


【答案】四边形 $ABCD$ 的面积为 36.

【解析】

【分析】连接 AC，在直角三角形 ABC 中，由 AB 及 BC 的长，利用勾股定理求出 AC 的长，再由 AD 及 CD 的长，利用勾股定理的逆定理得到三角形 ACD 为直角三角形，根据四边形 $ABCD$ 的面积=直角三角形 ABC 的面积+直角三角形 ACD 的面积，即可求出四边形的面积.

【详解】解：连接 AC，如图所示：



∵$\angle B=90°$，

∴△ABC 为直角三角形，

又 $AB=4$，$BC=3$，

∴根据勾股定理得：$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=5$，

又 $AD=13$，$CD=12$，

∴$AD^2=13^2=169$，$CD^2+AC^2=12^2+5^2=144+25=169$，

$\therefore CD^2+AC^2=AD^2$，

$\therefore \triangle ACD$ 为直角三角形，$\angle ACD=90°$，

则 $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}$

$=\frac{1}{2}AB\bullet BC+\frac{1}{2}AC\bullet CD$

$=\frac{1}{2}\times3\times4+\frac{1}{2}\times12\times5$

$=36$．

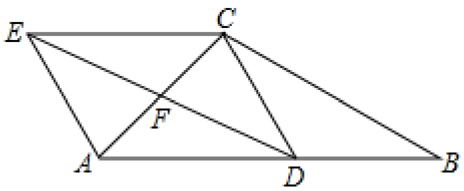
答：四边形 $ABCD$ 的面积为 36．

【点睛】本题考查了勾股定理，以及勾股定理的逆定理，熟练掌握定理及逆定理是解本题的关键．

23. 如图，$\triangle ABC$ 中，D 是 AB 边上任意一点，F 是 AC 中点，过点 C 作 $CE // AB$ 交 DF 的延长线于点 E，连接 AE，CD．

（1）求证：四边形 $ADCE$ 是平行四边形；

（2）若 $\angle B=30°$，$\angle CAB=45°$，$AC=\sqrt{6}$，$CD=BD$，求 AD 的长．



【答案】（1）见解析；（2）$\sqrt{3}+1$．

【解析】

【分析】（1）根据平行线的性质得到$\angle CAD=\angle ACE$，$\angle ADE=\angle CED$，根据等腰三角形的性质得到 $AD=CE$，于是得到四边形 $ADCE$ 是平行四边形；

（2）过点 C 作 $CG\perp AB$ 于点 G，根据等腰三角形的性质得到$\angle DCB=\angle B=30°$，求得$\angle CDA=60°$，解直角三角形即可得到结论．

【详解】（1）证明：$\because AB//CE$，

$\therefore \angle CAD=\angle ACE$，$\angle ADE=\angle CED$，

$\because F$ 是 AC 中点，

$\therefore AF=CF$，

在$\triangle AFD$ 与$\triangle CFE$ 中，

$$\begin{cases}\angle CAD=\angle ACE\\ \angle ADE=\angle CED\\ AF=CF\end{cases}$$

$\therefore \triangle AFD\cong\triangle CFE$（$AAS$），

$\therefore AD=CE$，

$\therefore$ 四边形 $ADCE$ 是平行四边形；

（2）解：过点 C 作 $CG\perp AB$ 于点 G，

$\because CD=BD$，$\angle B=30°$，

∴ $\angle DCB=\angle B=30°$，

∴ $\angle CDA=60°$，

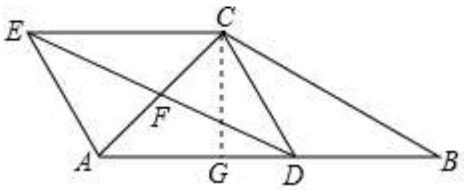
在△ACG 中，$\angle AGC=90°$，$AC=\sqrt{6}$，$\angle CAG=45°$，

∴ $CG=AG=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}$，

在△CGD 中，$\angle DGC=90°$，$\angle CDG=60°$，$CG=\sqrt{3}$，

∴ $\tan\angle CDG=\dfrac{CG}{GD}$，$GD=1$，

∴ $AD=AG+GD=\sqrt{3}+1$．



【点睛】本题考查平行四边形的判断、全等三角形的判定与性质、等腰三角形的性质、平行线的性质、勾股定理、正切等知识，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键．

24. 小明在学习了“二次根式”后，发现一些含根号的代数式可以写成另一个根号的代数式的平方，如 $3+2\sqrt{2}=(1+\sqrt{2})^2$．善于思考的小明进行了以下探索：设 $a+b\sqrt{2}=(m+n\sqrt{2})^2$（其中 a、b、m、n 均为整数），则有 $a+b\sqrt{2}=m^2+2mn\sqrt{2}+2n^2$，$a=m^2+2n^2$，$b=2mn$．这样小明就找到了把类似 $a+b\sqrt{2}$ 的代数式化为平方式的方法．

请你仿照小明的方法探索并解决下列问题：

（1）当 a、b、m、n 均为整数时，若 $a+b\sqrt{5}=(m+n\sqrt{5})^2$，用含 m、n 的代数式分别表示 a、b，则：a =____，b=____；

（2）利用所探索的结论找一组正整数 a、b、m、n 填空：____+____$\sqrt{5}$=（____+____$\sqrt{5}$）^{2}

（3）若 $a+6\sqrt{5}=(m+n\sqrt{5})^2$．且 a、m、n 均为正整数，求 a 的值．

【答案】（1）m^2+5n^2，$2mn$；

（2）21，4，1，2（答案不唯一）

（3）a=46 或 14．

【解析】

【分析】（1）已知等式右边利用完全平方公式展开，表示出 a 与 b 即可；

（2）令 $m=1$，$n=2$，确定出 a 与 b 的值即可；

（3）根据第（1）题的结论，结合 a、m、n 均为正整数，即可求解．

【小问 1 详解】

∵ $(m+n\sqrt{5})^2=m^2+2mn\sqrt{5}+5n^2$，

又∵ $a+b\sqrt{5}=(m+n\sqrt{5})^2$，

∴$a=m^2+5n^2$，$\mathrm{b}=2mn$；

故答案为 m^2+5n^2，$2mn$；

【小问 2 详解】

令 $m=1$，$n=2$，则 $a=m^2+5n^2=1+5\times4=21$，$b=2mn=4$，

$\therefore 21+4\sqrt{5}=(1+2\sqrt{5})^2$；

故答案　21，4，1，2；（答案不唯一）

【小问 3 详解】

由（1）可知：$a=m^2+5n^2$，$6=2mn$，

$\therefore a=m^2+5n^2$，$mn=3$，

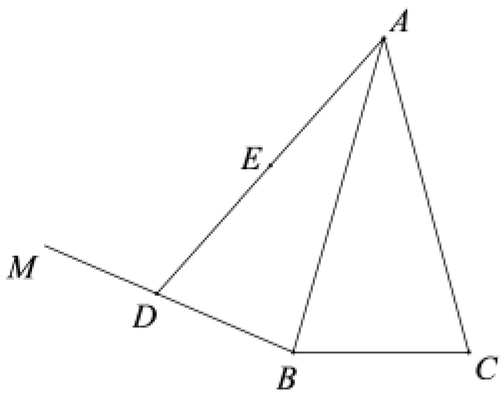
$\because a$、m、n 均为正整数，

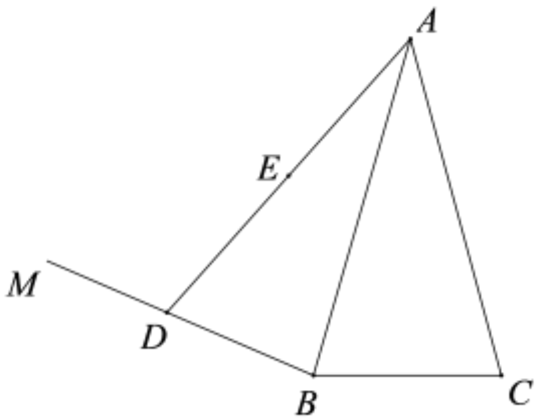
$\therefore m=1$，$n=3$ 或 $m=3$，$n=1$，

$\therefore a=1^2+5\times3^2=46$ 或 $a=3^2+5\times1^2=14$，即 $a=46$ 或 14.

【点睛】本题考查了二次根式运算，完全平方公式，熟练掌握完全平方公式，是解题的关键.

25. 如图，在△ABC 中，$AB=AC$，$\angle BAC=30°$，作射线 BM，$\angle ABM=80°$．D 在射线 BM 上，连接 AD，E 是 AD 的中点，B 关于点 E 的对称点为 F，连接 DF.





备用图

（1）依题意补全图形：

（2）判断 AC 与 DF 的数量关系并证明：

（3）平面内一点 G，使得 $DG=DB$，$FG=FC$，求$\angle BDG$ 的值.

【答案】（1）见解析　（2）$AC=DF$；证明见解析

（3）130°或 30°

【解析】

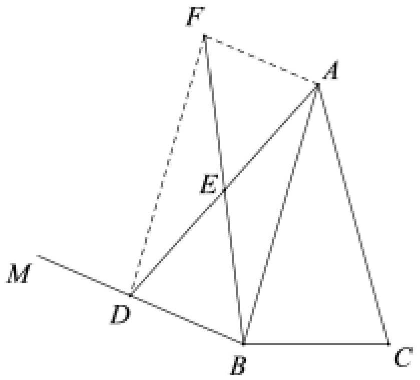
【分析】（1）依题意补全图形；

（2）根据作图可得四边形 $ABDF$ 是平行四边形，根据平行四边形的性质结合已知条件，可得结论；

（3）分两种情况讨论，由“SSS”可证△AFC≌△DGF，可得$\angle FAC=\angle GDF=130°$，即可求解.

【小问 1 详解】

如图所示，



【小问 2 详解】

∵E 是 AD 的中点，B 关于点 E 的对称点为 F

∴$EF=EB$，$AE=DE$，

∴四边形 $ABDF$ 是平行四边形，

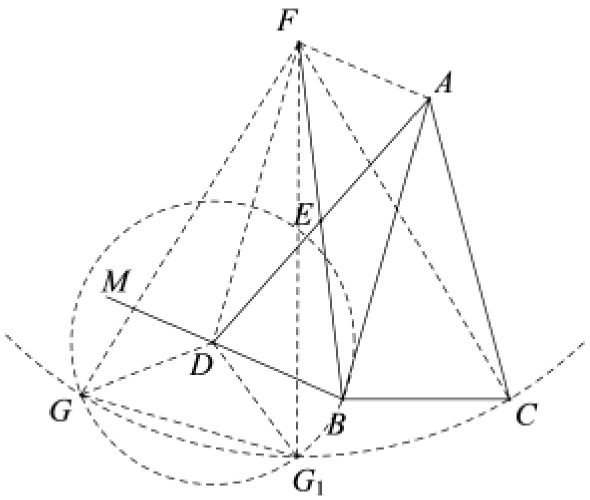
∴$DF=AB$，

∵$AB=AC$，

∴$AC=DF$

【小问 3 详解】

如图，



∵ $\angle ABM=80°$，$AF\parallel BD$，

∴ $\angle BAF=100°=\angle FDB$，

∵ $\angle BAC=30°$

∴ $\angle FAC=\angle BAC+\angle BAF=130°$，

当点 G 在直线 FD 的下方时，

∵$AC=AB=DF$，$FC=FG_1$，$DG_1=DB=AF$，

∴$\triangle AFC\cong\triangle DG_1F$（$SSS$），

∴ $\angle FAC=\angle G_1DF=130°$，

∵四边形 $ABFD$ 是平行四边形

∴ $\angle FDB=\angle BAF=100°$

∴ $\angle BDG_1=30°$，

当点 G 在直线 DF 的上方时，

同理可求 $\angle FDG=\angle FAC=130°$，

$\therefore \angle BDG=360°-130°-100°=130°$，

综上所述：$\angle BDG=130°$或 $30°$.

【点睛】本题是平行四边形的性质与判定，考查了全等三角形的判定和性质，等腰三角形的性质，平行四边形的判定和性质，确定点 G 的位置是本题的关键.

26. 已知 $\angle MON=90°$，点 A 是射线 ON 上的一个定点，点 B 是射线 OM 上的一个动点，且满足 $OB>OA$. 点 C 在线段 OA 的延长线上，且 $AC=OB$.

（1）如图 1，$CD\parallel OB$，$CD=OA$，连接 AD，BD；

①$\triangle AOB$ 与$\triangle$_____全等，$\angle OBA+\angle ADC=$_____°；

②若 $OA=a$，$OB=b$，则 $BD=$_____；（用含 a，b 的式子表示）

（2）如图 2，在线段 BO 上截取 BE，使 $BE=OA$，连接 CE. 若 $\angle OBA+\angle OCE=\beta$，当点 B 在射线 OM 上运动时，β 的大小是否会发生变化？如果不变，请求出这个定值；如果变化，请说明理由.

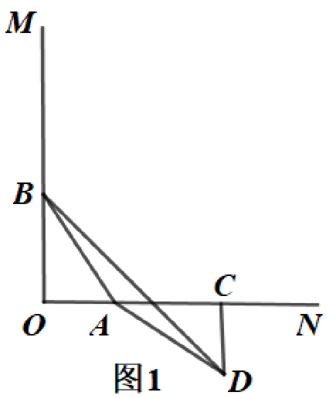


图1

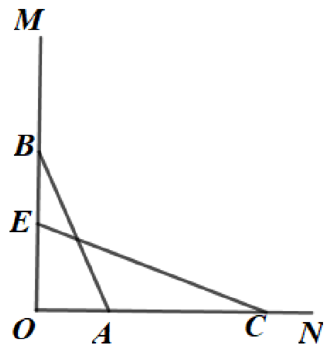


图2

【答案】（1）①DCA，90；②$\sqrt{2}\left(a+b\right)$；（2）当点 B 在射线 OM 上运动时，β 的大小不会发生变化，其值为 $45°$.

【解析】

【分析】（1）①根据平行线的性质可得 $\angle ACD=\angle AOB=90°$，结合已知则可证明$\triangle AOB\cong\triangle DCA$，再利用全等三角形的性质即可求得 $\angle OBA+\angle ADC=90°$. ②延长 MO 到点 E，使 $OE=CD$，连接 DE，利用矩形的判定及性质可得 $DE=OC=OA+AC=a+b$，即可利用勾股定理得出结果；

（2）过点 B 作 $BF\perp OM$，过点 C 作 $CF\perp ON$，交于点 F，在 CF 上截取 CD，使 $CD=OA$，连接 BD，AD，结合已知推出四边形 $OBFC$ 是矩形，并利用三角形全等判定及性质可证明

$\triangle ABD$ 是等腰直角三角形，再矩形的性质及全等三角形的判定及性质可得 $\angle OBA+\angle FBD=\angle OBF-\angle ABD=45°$，即可证明结论.

【详解】解：（1）①$\because CD\parallel OB$，$\angle MON=90°$，

$\therefore \angle ACD=\angle AOB=90°$.

$\because AC=OB$，$CD=OA$，

$\therefore \triangle AOB\cong\triangle DCA$（$SAS$）.

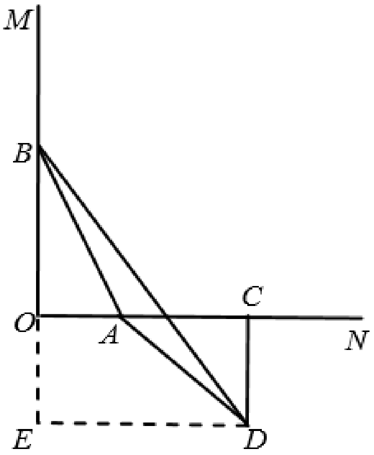
$\therefore \angle OBA=\angle CAD$.

$\because \angle CAD + \angle ADC = 90°$，

$\therefore \angle OBA + \angle ADC = 90°$.

故答案为：DCA，90；

②如图，延长 MO 到点 E，使 $OE = CD$，连接 DE，



$\because \triangle AOB \cong \triangle DCA$，$OA = a$，$OB = b$，

$\therefore AC = OB = b$，$CD = OA = a$.

$\because CD \parallel OB$，$OE = CD$，

$\therefore$四边形 $OCDE$ 平行四边形.

$\because \angle OCD = 90°$，

$\therefore$平行四边形 $OCDE$ 是矩形.

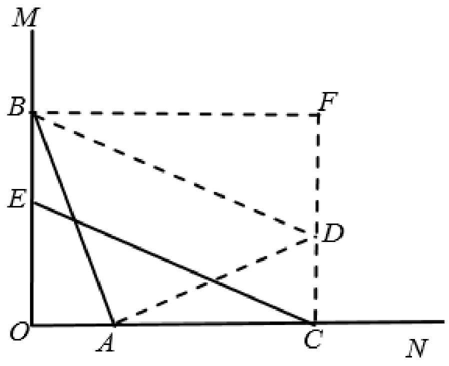
$\therefore DE = OC = OA + AC = a + b$.

$\because BE = OB + OE = a + b$，

$\therefore BD = \sqrt{BE^2 + DE^2} = \sqrt{2}\left(a+b\right)$.

故答案为：$\sqrt{2}\left(a+b\right)$；

（2）如图，过点 B 作 $BF \perp OM$，过点 C 作 $CF \perp ON$，交于点 F，在 CF 上截取 CD，使 $CD = OA$，连接 BD，AD，



$\because \angle MON = 90°$，

$\therefore \angle OBF = \angle OCF = \angle MON = 90°$.

$\therefore$四边形 $OBFC$ 是矩形.

$\therefore OC = BF$，$OB = CF$，$\angle F = 90°$.

$\because AC = OB$，

∴$\triangle AOB\cong\triangle DCA$（SAS）.

∴$\angle OBA=\angle CAD$，$AB=AD$.

∵$\angle OAB+\angle OBA=90°$，

∴$\angle OAB+\angle CAD=90°$.

∴$\angle BAD=90°$.

∴$\triangle ABD$是等腰直角三角形.

∴$\angle ABD=45°$.

∵$OB=CF$，

∴$OE+BE=CD+DF$.

∵$BE=OA=CD$，

∴$OE=DF$.

∵$OC=BF$，$\angle EOC=\angle F=90°$，

∴$\triangle COE\cong\triangle BFD$（SAS）.

∴$\angle OCE=\angle FBD$.

∵$\angle OBA+\angle FBD=\angle OBF-\angle ABD=45°$，

∴$\angle OBA+\angle OCE=45°$.

∴当点B在射线OM上运动时，β的大小不会发生变化，其值为45°.

【点睛】此题属于全等三角形综合问题，考查了全等三角形、矩形的判定与性质及勾股定理等知识，熟练掌握所学知识并灵活运用其解决问题是解题的关键.