

一、选择题 (共 12 道小题, 每题 5 分, 共 60 分), 请将答案填写到答题卡规定的位置

1. 设集合 $A = \{x \mid |x| < 2\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. 命题 $p: \forall x > 2, x^2 - 1 > 0$, 则 $\neg p$ 是 ()
- A. $\forall x > 2, x^2 - 1 \leq 0$ B. $\forall x \leq 2, x^2 - 1 > 0$ C. $\exists x > 2, x^2 - 1 \leq 0$ D. $\exists x \leq 2, x^2 - 1 \leq 0$
3. 设实数 x 满足 $x > 0$, 函数 $y = 3x + \frac{4}{x+1}$ 的最小值为 ()
- A. $4\sqrt{3} - 3$ B. $4\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{3} + 3$ D. 6
4. 函数 $y = \frac{1}{x^2 + 3}$ 的值域为 ()
- A. $(-\infty, \frac{1}{3}]$ B. $(-\infty, \frac{1}{3})$ C. $[0, \frac{1}{3}]$ D. $(0, \frac{1}{3}]$
5. 已知 $a = 4^{0.5}$, $b = \sqrt{2}$, $c = 0.5^4$, 那么 a, b, c 的大小关系为 ()
- A. $b < c < a$ B. $c < b < a$ C. $b < a < c$ D. $c < a < b$
6. 下列函数中, 既是偶函数, 又在区间 $(-\infty, 0)$ 上为减函数的为 ()
- A. $y = \frac{1}{|x|}$ B. $y = -x + \frac{1}{x}$ C. $y = 2^{|x|}$ D. $y = |x+1|$
7. 如果 x_0 是函数 $f(x) = e^x + x$ 的零点, 那么 x_0 一定在下列哪个区间中 ()
- A. $(-2, -1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, 2)$
8. 已知 $a, b \in R$, 则 “ $a^2 > b^2$ ” 是 “ $a^3 > b^3$ ” 的 ()
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
9. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2mx + (m+2) = 0$ 有两个不同的正数实数根, 那么 m 的取值范围为 ()
- A. $(-2, -1)$ B. $(-1, 2)$ C. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ D. $(-\infty, -2) \cup (-1, +\infty)$



10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & x \geq 2, \\ x^2 - 3, & x < 2. \end{cases}$ 若函数 $y = f(x) - k$ 有且只有三个不同的零点, 则实数 k 的取值范

围是 ()

- A. $(-3, 1)$ B. $(0, 1)$ C. $(-3, 0]$ D. $(0, +\infty)$



11. 若不等式 $3^{ax-1} < \left(\frac{1}{3}\right)^{ax^2}$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 ()

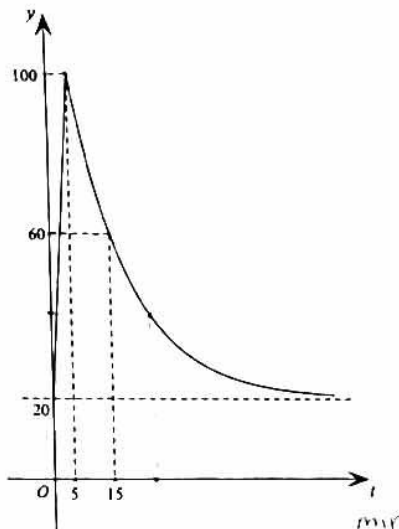
- A. $(-4, 0)$ B. $(-4, 0]$ C. $(0, 4)$ D. $[0, 4)$

12. 某种热饮需用开水冲泡, 其基本操作流程如下: ①先将水加热到 100°C , 水温 $y(^\circ\text{C})$ 与时间 $t(\text{min})$ 近似满足一次函数关系; ②用开水将热饮冲泡后在室温下放置, 温度

$y(^\circ\text{C})$ 与时间 $t(\text{min})$ 近似满足函数的关系式为 $y = 80\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-a}{10}} + b$ (a, b 为常

数), 通常这种热饮在 40°C 时, 口感最佳. 某天室温为 20°C 时, 冲泡热饮的部分数据如图所示. 那么按上述流程冲泡一杯热饮, 并在口感最佳时饮用, 最少需要的时间为 ()

- A. 35 min B. 30 min C. 25 min D. 20 min



二、填空题 (共 6 个小题, 每题 5 分, 共 30 分), 请将答案填写到答题卡规定的位置

13. 函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象经过点 $(-1, 2)$, 则 $f(x) =$ _____.

14. 函数 $f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x+1}$ 的定义域为 _____.

15. 若直角三角形斜边长等于 4, 则该直角三角形面积的最大值为 _____.

16. 已知函数 $f(x) = 2^x - \frac{2}{x}$, 则

(1) 方程 $f(x) = 2^x - \frac{2}{x} = 0$ 的根为 _____;

(2) 不等式 $f(x) > 0$ 的解集为 _____.

17. 若函数 $f(x) = \begin{cases} a^x, & x \geq 1 \\ \left(4 - \frac{a}{2}\right)x + 2, & x < 1 \end{cases}$ 满足对任意的实数 $x_1 \neq x_2$ 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ 成立,

则实数 a 的取值范围是_____.

18. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2ax + a + 2$, 其中 $a \in R$.

(1) 当 $a = 1$ 时, $f(-1) =$ _____;

(2) 若 $f(x)$ 的值域是 R , 则 a 的取值范围为_____.

三、解答题 (五个大题, 一共 60 分), 请将答案填写到答题卡规定的位置

19. (本题 10 分) 已知集合 $A = \{x \mid \frac{x+2}{x-\frac{3}{2}} < 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - (m+1)x + m \leq 0\}$.

(1) (5 分) 当 $m = 2$ 时, 求 $A \cup B$;

(2) (5 分) 已知 “ $x \in A$ ” 的一个充分条件是 “ $x \in B$ ”, 求实数 m 的取值范围.

20. (本题 15 分)

(1) (5 分) 解方程组 $\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + 4y^2 = 4 \end{cases}$;

(2) (5 分) 解关于 x 的不等式 $x^2 - 2tx + 1 > 0$;

(3) (5 分) 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(1, 2)$, 求关于 x 的不等式 $cx^2 - bx + a < 0$ 的解集.



21. (本题 12 分) 为弘扬中华优秀传统文化, 学校课外阅读兴趣小组进行每日一小时的“经典名著”和“古诗词”的阅读活动. 根据调查, 小明同学阅读两类读物的阅读量统计如下:

表 1

t	0	10	20	30
$f(t)$	0	2700	5200	7500

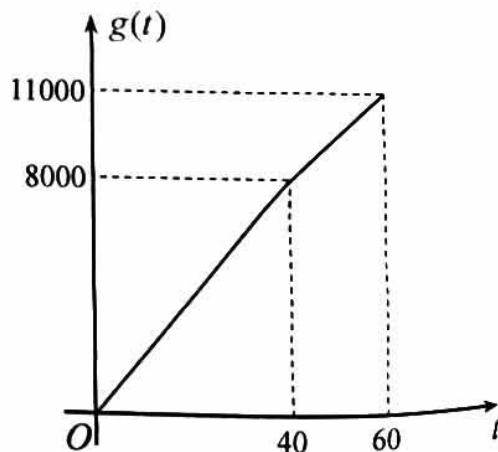


图 1

小明阅读“经典名著”的阅读量 $f(t)$ (单位: 字) 与时间 t (单位: 分钟), $0 \leq t \leq 60$ 满足

二次函数关系, 部分数据如表 1 所示; 阅读“古诗词”的阅读量 $g(t)$ (单位: 字) 与时间 t (单位: 分钟), $0 \leq t \leq 60$ 满足如图 1 所示的分段关系 (各段图像均为线段).

(1) (6分) 请分别直接写出函数 $f(t)$ 和 $g(t)$ 的解析式, 并注明每部分 t 的范围;

(2) (6分) 在每天的一小时课外阅读活动中, 小明如何分配“经典名著”和“古诗词”的阅

读时间, 使每天的阅读量最大, 最大值是多少?



22. (本题 15 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1-2^x}{1+2^x}$.

(1) (5分) 判断并证明 $f(x)$ 的奇偶性;

(2) (5分) 直接写出 $f(x)$ 的单调性;

(3) (5分) 若 $f(m-1) + f(2m-1) > 0$, 求实数 m 的取值范围.

23. (本题 8 分) 已知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D , 若存在区间 $[a,b] \subseteq D$, 使得 $\{y|y=f(x), x \in [a,b]\} = [a,b]$, 称区间 $[a,b]$ 为函数 $y=f(x)$ 的“和谐区间”.

(1) (3分) 请直接写出函数 $f(x)=x^2$ 的一个“和谐区间”;

(2) (5分) 若 $[0,m]$ ($m > 0$) 为函数 $f(x) = \frac{3}{2}x - 1$ 的一个“和谐区间”, 求 m 的值.

