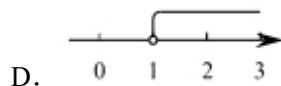
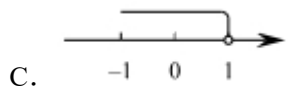
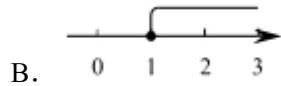
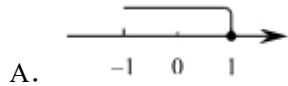


# 2020 北京门头沟初一（下）期末 数 学



## 一、选择题（共 8 小题）

1. 把不等式  $x \leq 1$  的解集表示在数轴上，正确的是（ ）



2.  $a^2 \times a^3$  的结果是（ ）

- A.  $a^6$                       B.  $a^5$                       C.  $2a^6$                       D.  $2a^5$

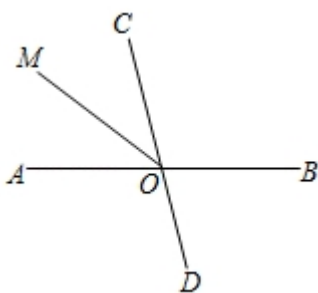
3. 空气的密度是 0.00129 克每立方厘米，将 0.00129 用科学记数法表示应为（ ）

- A.  $1.29 \times 10^{\square 3}$               B.  $1.29 \times 10^{\square 5}$               C.  $1.29 \times 10^{\square 4}$               D.  $1.29 \times 10^{\square 2}$

4. 下列事件中，必然事件是（ ）

- A. 任意掷一枚均匀的硬币，正面朝上  
B. 通常情况下，抛出的篮球会下落  
C. 从一副扑克牌中，随意抽出一张是大王  
D. 三角形内角和为  $360^\circ$

5. 如图，直线  $AB$ ， $CD$  交于点  $O$ ，射线  $OM$  平分  $\angle AOC$ ，如果  $\angle AOD = 104^\circ$ ，那么  $\angle BOM$  等于（ ）

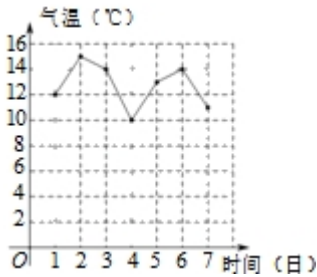


- A.  $38^\circ$                       B.  $104^\circ$                       C.  $140^\circ$                       D.  $142^\circ$

6. 如果  $a > b$ ，那么下列不等式变形正确的是（ ）

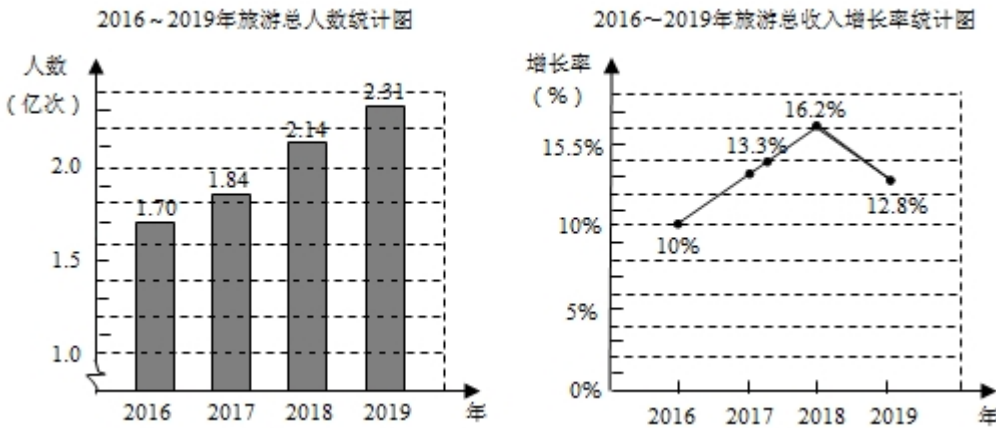
- A.  $a+5 < b+5$               B.  $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$                       C.  $\square 4a > \square 4b$                       D.  $a \square 2 > b \square 2$

7. 如图是我市 4 月 1 日至 7 日一周内“日平均气温变化统计图”，在这组数据中，众数和中位数分别是（ ）



- A. 13, 13      B. 14, 10      C. 14, 13      D. 13, 14

8. 近年来, 某市旅游事业稳步发展, 下面是根据该市旅游网提供的数据制成的 2016 年~2019 年旅游总人数和旅游总收入同比增长率统计图:



下面有三个推断:

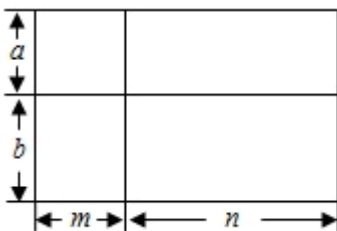
- ①从 2016 年到 2019 年, 年旅游总人数增长最多的是 2018 年, 比上一年增长了 0.3 亿人次;
- ②从 2016 年到 2019 年, 年旅游总收入最高的是 2018 年;
- ③如果 2016 年旅游总收入为 2442.1 亿元, 那么 2015 年旅游总收入约为 2220 亿元.

其中所有合理的推断的序号是 ( )

- A. ①②      B. ②③      C. ①③      D. ①②③

二. 填空题 (共 8 小题)

- 9. 计算:  $(\pi \square 5)^0 = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 10. 如果把方程  $3x + y = 2$  写成用含  $x$  的代数式表示  $y$  的形式, 那么  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 11. 写出方程  $x \square y = 1$  的一个整数解为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 12. 如图中的四边形均为长方形, 根据图形的面积关系, 写出一个正确的等式:  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



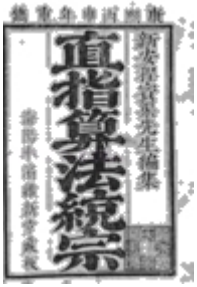
13. 我国明代数学家程大位的名著《直指算法统宗》里有一道著名算题:

一百馒头一百僧, 大僧三个更无争,

小僧三人分一个，大小和尚各几丁？

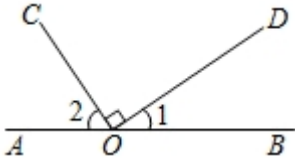
如果译成白话文，其意思是：有 100 个和尚分 100 个馒头，

正好分完。如果大和尚一人分 3 个，小和尚 3 人分一个，试问大、小和尚各有多少人？设大和尚  $x$  人，小和尚  $y$  人，可列方程组为\_\_\_\_\_。



14. 关于  $x$  的不等式  $ax > b$  的解集是  $x < \frac{b}{a}$ . 写出一组满足条件的  $a, b$  的值:  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 如图，点  $O$  为直线  $AB$  上一点， $OC \perp OD$  于  $O$ ，如果  $\angle 1 = 35^\circ$ ，那么  $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ .



16. 学完一元一次不等式解法后，老师布置了如下练习：

解不等式  $\frac{15-3x}{2} \geq 7-x$ ，并把它的解集在数轴上表示出来。

以下是小明的解答过程：

解：第一步 去分母，得  $15-3x \geq 2(7-x)$ ，

第二步 去括号，得  $15-3x \geq 14-2x$ ，

第三步 移项，得  $-3x+2x \geq 14-15$ ，

第四步 合并同类项，得  $-x \geq -1$ ，

第五步 系数化为 1，得  $x \geq 1$ 。

第六步 把它的解集在数轴上表示为：



老师看后说：“小明的解题过程有错误！”

问：请指出小明从第几步开始出现了错误，并说明判断依据。

答：\_\_\_\_\_。

### 三. 解答题 (共 11 小题)

17. 把下列各式分解因式：

(1)  $6x^4 - 12x^2z$ .

(2)  $2x^2 - 18$ .



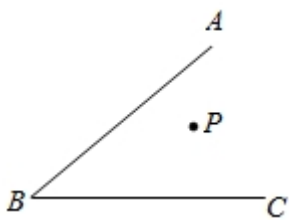
18. 计算:

(1)  $(a+b)(a-b) - a^2$ .

(2)  $(a+2)(a-3) + (a+2)^2$ .

19. 如图, 点  $P$  是  $\angle ABC$  内一点.

- (1) 过点  $P$  画  $BC$  的垂线, 垂足为点  $D$ ;
- (2) 过点  $P$  画  $BC$  的平行线交  $AB$  于点  $E$ ;
- (3) 如果  $\angle B=40^\circ$ , 那么  $\angle PEB=$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



20. 解方程组  $\begin{cases} 2x-3y=3 \\ 3x-2y=7 \end{cases}$ .

21. 先化简, 再求值:  $[(2x-y)^2 + x(y-4x) + 8y^2] \div 3y$ , 其中  $x=3, y=-1$ .

22. 解不等式组  $\begin{cases} 4(x+1) \leq 7x+10 \\ x-5 < \frac{x-8}{3} \end{cases}$ , 并写出它的所有正整数解.

23. 完成下面的证明:

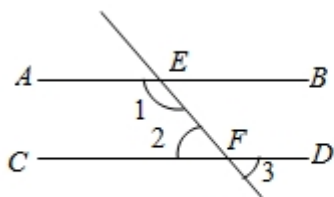


图1

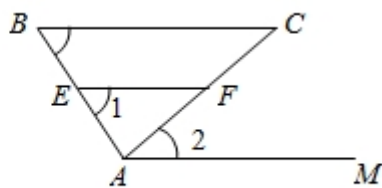


图2

(1) 已知: 如图 1,  $AB \parallel CD$ .



求证:  $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ .

证明:  $\because AB \parallel CD$  (已知),

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$  (\_\_\_\_\_),

又  $\because \angle 2 = \angle 3$  (\_\_\_\_\_),

$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$  (\_\_\_\_\_).

(2) 已知: 如图 2,  $AM \parallel EF$ ,  $\angle 1 = \angle B$ .

求证:  $\angle 2 = \angle C$ .

证明:  $\because \angle 1 = \angle B$  (已知),

$\therefore EF \parallel BC$  (\_\_\_\_\_),

$\because AM \parallel EF$  (已知),

$\therefore AM \parallel BC$  (\_\_\_\_\_),

$\therefore \angle 2 = \angle C$  (\_\_\_\_\_).

24. 为响应国家“低碳环保, 绿色出行”的号召, 区政府基于“服务民生”理念, 运用信息化管理与服务手段, 为居住区和旅游景点等人流量集中的地区提供公共自行车服务的智能交通系统.

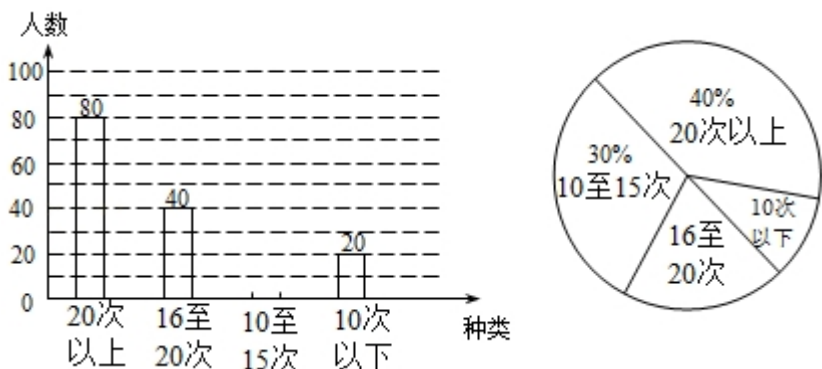


小明针对某校七年级学生 (共 16 个班, 480 名学生) 每月使用公共自行车的次数进行了调查.

(1) 小明采取的下列调查方式中, 比较合理的是\_\_\_\_\_; 理由是: \_\_\_\_\_;

- A. 对七年级 (1) 班的全体同学进行问卷调查;
- B. 对七年级各班的班长进行问卷调查;
- C. 对七年级各班学号为 3 的倍数的全体同学进行问卷调查.

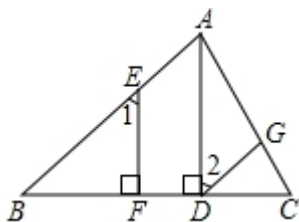
(2) 小明根据问卷调查的结果绘制了如下两幅不完整的统计图, 根据图中提供的信息解答下列问题:



- ①在扇形统计图中, “10次以下”所在的扇形的圆心角等于\_\_\_\_\_度;
- ②补全条形统计图;
- ③根据调查结果, 估计七年级每月使用公共自行车次数是“16至20次”的同学有\_\_\_\_\_人.



25. 已知：如图，在三角形  $ABC$  中，点  $E$ 、 $G$  分别在  $AB$  和  $AC$  上， $EF \perp BC$  于点  $F$ ， $AD \perp BC$  于点  $D$ ，连接  $DG$ 。如果  $\angle 1 = \angle 2$ ，请猜想  $AB$  与  $DG$  的位置关系，并证明你的猜想。



26. 在新年联欢会上，同学们组织了精彩的猜谜活动，为了奖励猜对的同学，老师决定购买笔袋或彩色铅笔作为奖品，已知 1 个笔袋和 2 筒彩色铅笔原价共需 44 元；2 个笔袋和 3 筒彩色铅笔原价共需 73 元。

(1) 求每个笔袋、每筒彩色铅笔的原价各多少元？

(2) 时逢新年期间，商店举行“优惠促销”活动，具体办法如下：笔袋“九折”优惠，彩色铅笔不超过 10 筒不优惠，超出 10 筒的部分“八折”优惠。如果买  $m$  个笔袋需要  $y_1$  元，买  $n$  筒彩色铅笔需要  $y_2$  元。请用含  $m$ ， $n$  的代数式分别表示  $y_1$  和  $y_2$ ；

(3) 如果在 (2) 的条件下一共购买同一种奖品 95 件，请分析买哪种奖品省钱。

27. 如果  $x$  是一个有理数，我们定义  $\{x\}$  表示不小于  $x$  的最小整数。

如  $\{3.2\} = 4$ ， $\{\square 2.6\} = \square 2$ ， $\{5\} = 5$ ， $\{\square 6\} = \square 6$ 。

由定义可知，任意一个有理数都能写成  $x = \{x\} \square b$  的形式 ( $0 \leq b < 1$ )。

(1) 直接写出  $\{x\}$  与  $x$ ， $x+1$  的大小关系：

提示 1：用“不完全归纳法”推导  $\{x\}$  与  $x$ ， $x+1$  的大小关系；

提示 2：用“代数推理”的方法推导  $\{x\}$  与  $x$ ， $x+1$  的大小关系。

(2) 根据 (1) 中的结论解决下列问题：

① 直接写出满足  $\{3m+7\} = 4$  的  $m$  取值范围；

② 直接写出方程  $\{3.5n \square 2\} = 2n+1$  的解。



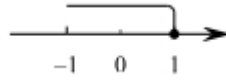
# 2020 北京门头沟初一（下）期末数学

## 参考答案



### 一、选择题（共 8 小题）

1. 【分析】根据比 1 小的数在 1 的左边， $x \leq 1$  包括界点 1，据此求解即可。



【解答】解：把不等式  $x \leq 1$  的解集表示在数轴上，正确的是

故选：A.

2. 【分析】直接利用同底数幂的乘法运算法则计算得出答案。

【解答】解： $a^2 \times a^3 = a^5$ .

故选：B.

3. 【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为  $a \times 10^n$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负整数指数幂，指数  $n$  由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定。

【解答】解：将 0.00129 用科学记数法表示应为  $1.29 \times 10^{-3}$ .

故选：A.

4. 【分析】根据必然事件的意义，逐项进行判断即可。

【解答】解：任意掷一枚均匀的硬币，可能是正面朝上，也可能反面向上，因此选项 A 是随机事件；

由于地球的引力，抛出的篮球会下降，因此是必然事件；

从一副扑克牌随机取出一张，不一定是大王；

三角形的内角和为  $180^\circ$ ，因此是不可能事件，

故选：B.

5. 【分析】根据邻补角互补求出  $\angle AOC$  的度数，再根据角平分线的定义求出  $\angle AOM$  的度数，然后根据平角等于  $180^\circ$  列式计算即可得解。

【解答】解： $\because \angle AOD = 104^\circ$ ,

$\therefore \angle AOC = 76^\circ$ ,

$\because$  射线  $OM$  平分  $\angle AOC$ ,

$\therefore \angle AOM = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 76^\circ = 38^\circ$ ,

$\therefore \angle BOM = 180^\circ - \angle AOM = 180^\circ - 38^\circ = 142^\circ$ .

故选：D.

6. 【分析】根据不等式的性质对各选项进行判断。

【解答】解： $\because a > b$ ,

$\therefore a + 5 > b + 5$ ,  $\frac{1}{3}a > \frac{1}{3}b$ ,  $\square 4a < \square 4b$ ,  $a \square 2 > b \square 2$ .





故选：D.

7. 【分析】根据众数、中位数的定义进行选择即可.

【解答】解：这7个数据分别为12, 15, 14, 10, 13, 14, 11,

众数和中位数分别是14, 13,

故选：C.

8. 【分析】①由条形图，分别计算从2016年到2019年年旅游总人数增长量，再比较即可；

②由折线图可得：从2016年到2019年，年旅游总收入最高的是2019年；

③由2016年旅游总收入为2442.1亿元，增长率为10%，即可求得2015年旅游总收入.

【解答】解：①∵ $1.84 - 1.70 = 0.14$ ,  $2.14 - 1.84 = 0.30$ ,  $2.31 - 2.14 = 0.17$ ,

而  $0.14 < 0.17 < 0.30$ ,

∴从2016年到2019年，年旅游总人数增长最多的是2018年，比上一年增长了0.3亿人次，故本选项推断合理.

②由折线图可知，从2016年到2019年，旅游总收入同比增长率连年增加，所以年旅游总收入最高的是2019年，故本选项推断不合理；

③∵2016年旅游总收入为2442.1亿元，增长率为10%，

∴ $2442.1 \div (1 + 10\%) \approx 2220$  (亿元)，

∴2015年旅游总收入约为2220亿元，故本选项推断合理.

故选：C.

## 二. 填空题 (共8小题)

9. 【分析】根据零指数幂： $a^0 = 1$  ( $a \neq 0$ ) 求解可得.

【解答】解： $(\pi - 5)^0 = 1$ ,

故答案为：1.

10. 【分析】把x看做已知数求出y即可.

【解答】解：方程  $3x + y = 2$ ,

解得： $y = 2 - 3x$ ,

故答案为： $2 - 3x$

11. 【分析】把y看做已知数表示出x，即可确定出整数解.

【解答】解：方程整理得： $x = 1 + y$ ,

当  $y = 1$  时， $x = 2$ ,

则方程的整数解为  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$  等 (答案不唯一)，

故答案为： $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$  等 (答案不唯一).

12. 【分析】大长方形的长为  $(a+b)$ ，宽为  $(m+n)$ ，因此面积为  $(a+b)(m+n)$ ，图中四个小长方形的面积和为

$am + an + bm + bn$ ，因此有  $(a+b)(m+n) = am + an + bm + bn$ .



【解答】解：由图形面积的不同计算方法可得， $(a+b)(m+n) = am+an+bm+bn$ ；

故答案为： $(a+b)(m+n) = am+an+bm+bn$ .

13. 【分析】根据 100 个和尚分 100 个馒头，正好分完. 大和尚一人分 3 个，小和尚 3 人分一个得到等量关系为：  
大和尚的人数+小和尚的人数=100，大和尚分得的馒头数+小和尚分得的馒头数=100，依此列出方程组即可.

【解答】解：设大和尚  $x$  人，小和尚  $y$  人，由题意可得

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 3x+\frac{1}{3}y=100 \end{cases}$$

故答案为  $\begin{cases} x+y=100 \\ 3x+\frac{1}{3}y=100 \end{cases}$ .

14. 【分析】根据不等式的基本性质 1 即可得.

【解答】解：由不等式  $ax > b$  的解集是  $x < \frac{b}{a}$  知  $a < 0$ ,

$\therefore$  满足条件的  $a$ 、 $b$  的值可以是  $a = -1$ ， $b = 1$ .

故答案为：-1、1

15. 【分析】先根据垂直的定义可得  $\angle COD = 90^\circ$ ，再根据平角的定义即可求解.

【解答】解： $\because OC \perp OD$  于  $O$ ,

$\therefore \angle COD = 90^\circ$ ,

又  $\angle 1 = 35^\circ$ ,

$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 1 - \angle COD = 180^\circ - 35^\circ - 90^\circ = 55^\circ$ .

故答案为：55.

16. 【分析】根据解一元一次不等式基本步骤：去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 可得.

【解答】解：第一步 去分母，得  $15 - 3x \geq 2(7 - x)$ ,

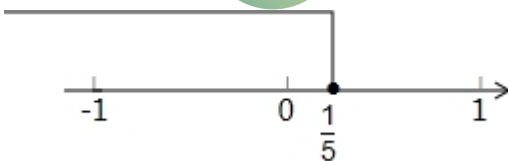
第二步 去括号，得  $15 - 3x \geq 14 - 2x$ ,

第三步 移项，得  $-3x - 2x \geq 14 - 15$ ,

第四步 合并同类项，得  $-5x \geq -1$ ,

第五步 系数化为 1，得  $x \leq \frac{1}{5}$ .

第六步 把它的解集在数轴上表示为：



故答案为：小明从第三步出现错误，依据是不等式的基本性质 1.

### 三. 解答题 (共 11 小题)

17. 【分析】(1) 直接提取公因式即可求解；



(2) 此多项式有公因式，应先提取公因式，再对余下的多项式进行观察，有2项，可采用平方差公式继续分解.

**【解答】**解：(1)  $6x^4 - 12x^2z = 6x^2(x^2 - 2z)$ ;

(2)  $2x^2 - 18$

$= 2(x^2 - 9)$

$= 2(x+3)(x-3)$ .

18. **【分析】**(1) 先按平方差公式计算，再合并同类项；

(2) 先根据多项式乘多项式法则，完全平方公式进行计算，再合并同类项.

**【解答】**解：(1) 原式  $= a^2 - b^2 - a^2$

$= -b^2$ ;

(2) 原式  $= a^2 + 3a + 2a + 6 + a^2 + 4a + 4$

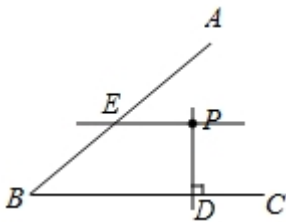
$= 2a^2 + 3a + 10$ .

19. **【分析】**(1) 根据垂线的定义即可过点  $P$  画  $BC$  的垂线，垂足为点  $D$ ；

(2) 根据平行线的定义即可过点  $P$  画  $BC$  的平行线交  $AB$  于点  $E$ ；

(3) 根据平行线的性质和  $\angle B = 40^\circ$ ，即可求出  $\angle PEB$  的度数.

**【解答】**解：(1) 如图，直线  $PD$  即为所求；



(2) 如图，直线  $PE$  即为所求；

(3) 因为  $PE \parallel BC$ ,

所以  $\angle PEB + \angle B = 180^\circ$  (两条直线平行，同旁内角互补)，

所以  $\angle PEB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ .

故答案为：140.

20. **【分析】**方程组利用加减消元法求出解即可.

**【解答】**解： 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 & \text{①} \\ 3x - 2y = 7 & \text{②} \end{cases}$$

①  $\times 2$  - ②  $\times 3$  得：  $-5x = -15$ ,

即  $x = 3$ ,

将  $x = 3$  代入①得：  $y = 1$ ,

则方程组的解为  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ .

21. **【分析】**先根据完全平方公式，单项式乘以多项式法则计算，再合并同类项，再计算多项式除以单项式，最后代值计算.



**【解答】**解：原式 =  $(4x^2 - 4xy + y^2 + xy - 4x^2 + 8y^2) \div 3y$   
 $= (-3xy + 9y^2) \div 3y$   
 $= -x + 3y,$   
 当  $x=3, y=1$  时,  
 原式 =  $-3 + 3 = 0$ .

22. **【分析】**分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

**【解答】**解：解不等式  $4(x+1) \leq 7x+10$ ，得： $x \geq 2$ ，  
 解不等式  $x - 5 < \frac{x-8}{3}$ ，得： $x < 3.5$ ，  
 故不等式组的解集为： $2 \leq x < 3.5$ ，  
 所以其正整数解有：1、2、3，

23. **【分析】**(1) 先证明  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，再根据  $\angle 2 = \angle 3$  证明  $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$  即可；

(2) 先证明  $EF \parallel BC$ ，再根据  $AM \parallel EF$  证明  $AM \parallel BC$ ，最后根据平行线的性质可得  $\angle 2 = \angle C$ .

**【解答】**(1) 证明： $\because AB \parallel CD$  (已知)，  
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$  (两直线平行，同旁内角互补)，  
 又  $\because \angle 2 = \angle 3$  (对顶角相等)，  
 $\therefore \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$  (等量代换)，

(2) 证明： $\because \angle 1 = \angle B$  (已知)，  
 $\therefore EF \parallel BC$  (同位角相等，两直线平行)，  
 $\because AM \parallel EF$  (已知)，  
 $\therefore AM \parallel BC$  (如果两条直线都和第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行)，  
 $\therefore \angle 2 = \angle C$  (两直线平行，内错角相等).

故答案为：两直线平行，同旁内角互补；对顶角相等；等量代换；同位角相等，两直线平行；两直线平行，内错角相等.

24. **【分析】**(1) 根据样本选择的代表性、普遍性、可操作性得出答案；

(2) ① 求出调查人数，得出“10次以下”所占的百分比，即可求出相应的圆心角的度数；

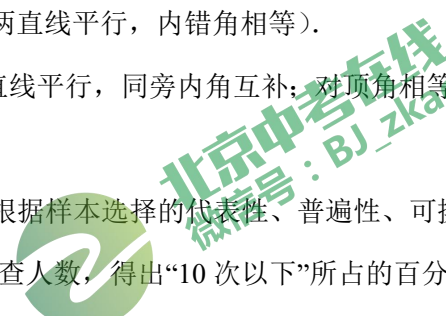
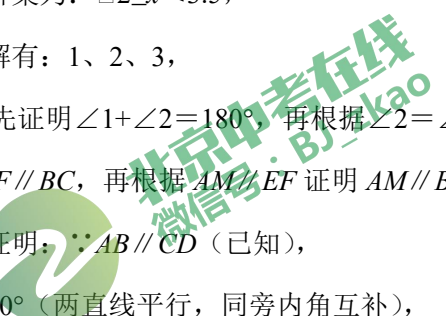
② 求出“10~15次”的人数，即可补全条形统计图；

③ 样本估计总体，样本中“16至20次”的所占的百分比为  $\frac{40}{200}$ ，即可估计总体480人中“16至20次”的人数.

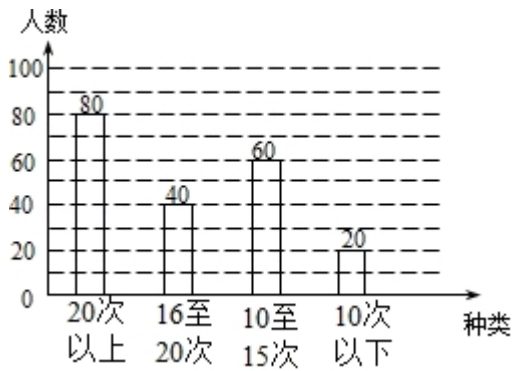
**【解答】**解：(1) 故答案为：C，这样选择样本具有代表性、普遍性和可操作性；

(2) ①  $80 \div 40\% = 200$  (人)， $360^\circ \times \frac{20}{200} = 36^\circ$ ，

故答案为： $36^\circ$ ；



② $200 \times 30\% = 60$  (人), 补全条形统计图如图所示:



③ $480 \times \frac{40}{200} = 96$  (人),

故答案为: 96.



25. 【分析】根据平行线的判定和性质定理即可得到结论.

【解答】解:  $AB \parallel DG$ ,

理由:  $\because EF \perp BC, AD \perp BC,$

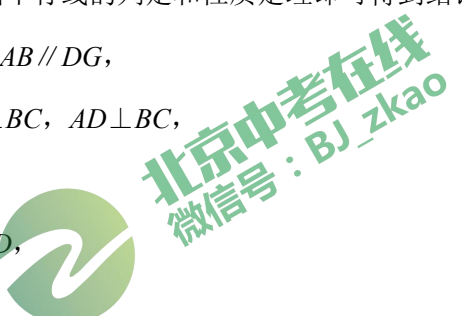
$\therefore EF \parallel AD,$

$\therefore \angle 1 = \angle BAD,$

$\because \angle 1 = \angle 2,$

$\therefore \angle BAD = \angle 2,$

$\therefore AB \parallel DG.$



26. 【分析】(1) 设每个笔袋的原价为  $x$  元, 每筒彩色铅笔的原价为  $y$  元, 根据“1 个笔袋和 2 筒彩色铅笔原价共需 44 元; 2 个笔袋和 3 筒彩色铅笔原价共需 73 元”, 即可得出关于  $x, y$  的二元一次方程组, 解之即可得出结论;

(2) 利用总价 = 单价  $\times$  数量, 即可用含  $m, n$  的代数式分别表示  $y_1$  和  $y_2$ ;

(3) 代入  $m=95, n=95$  求出  $y_1, y_2$  的值, 比较后即可得出结论.

【解答】解: (1) 设每个笔袋的原价为  $x$  元, 每筒彩色铅笔的原价为  $y$  元,

依题意, 得: 
$$\begin{cases} x+2y=44 \\ 2x+3y=73 \end{cases},$$

解得: 
$$\begin{cases} x=14 \\ y=15 \end{cases}.$$

答: 每个笔袋的原价为 14 元, 每筒彩色铅笔的原价为 15 元.

(2) 依题意, 得:  $y_1 = 0.9 \times 14m = 12.6m$ ;

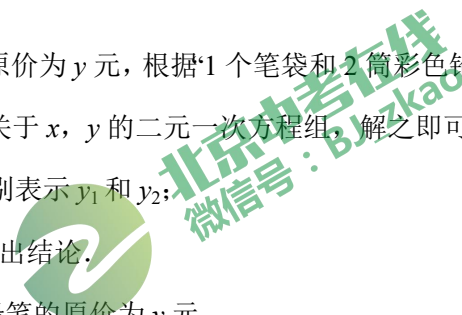
当  $0 < n \leq 10$  时,  $y_2 = 15n$ ; 当  $n \geq 11$  时,  $y_2 = 15 \times 10 + 0.8 \times 15(n - 10) = 12n + 30$ .

$$\therefore y_2 = \begin{cases} 15n (0 < n \leq 10) \\ 12n + 30 (n \geq 11) \end{cases}.$$

(3) 当  $m=95$  时,  $y_1 = 12.6m = 12.6 \times 95 = 1197$ ;

当  $n=95$  时,  $y_2 = 12n + 30 = 12 \times 95 + 30 = 1170$ .

$\because 1197 > 1170,$



∴购买彩色铅笔省钱.

27. 【分析】(1) 利用  $x = \{x\} + b$ , 其中  $0 \leq b < 1$  及定义“ $\{x\}$ 表示不小于  $x$  的最小整数”可得解;

(2) ①由(1)中  $\{x\}$  与  $x, x+1$  的大小关系, 得不等式  $3m+7 \leq \{3m+7\} < (3m+7) + 1$ , 求解即可;

②由(1)中  $\{x\}$  与  $x, x+1$  的大小关系, 得不等式  $3.5n + 2 \leq \{3.5n + 2\} < (3.5n + 2) + 1$ , 求解该不等式, 并结合  $2n+1$  为整数, 可求得  $n$  的取值范围.

【解答】解: (1) ∵  $\{x\}$  表示不小于  $x$  的最小整数, 且  $x = \{x\} + b$ , 其中  $0 \leq b < 1$ ,

∴  $x \leq \{x\} < x+1$ ;

(2) ① ∵  $\{3m+7\} = 4$

∴  $3m+7 \leq \{3m+7\} < (3m+7) + 1$

∴  $3m+7 \leq 4 < (3m+7) + 1$

解得:  $\frac{4}{3} < m \leq 1$

∴ 满足  $\{3m+7\} = 4$  的  $m$  的取值范围为  $\frac{4}{3} < m \leq 1$ .

②  $\{3.5n + 2\} = 2n+1$  依题意得:

$3.5n + 2 \leq \{3.5n + 2\} < (3.5n + 2) + 1$ , 且  $2n+1$  为整数

∴  $3.5n + 2 \leq 2n+1 < (3.5n + 2) + 1$ ,

解得:  $\frac{4}{3} < n \leq 2$

∴  $\frac{11}{3} < 2n+1 \leq 5$

∴ 整数  $2n+1$  为 4 或 5.

∴  $n = \frac{3}{2}$  或  $n = 2$ .

