2014年北京师大附属实验中学初二（上）期中数学试卷

一、选择题（每小题3分，共30分）

1．空气的单位体积质量是$0.001\,239$克/立方厘米，$0.001\,239$用科学记数法表示为（　　）.

A．$0.123\,9\times10^{2}$　　B．$1.23\,9\times10^{3}$　　C．$0.123\,9\times10^{-2}$　　D．$1.23\,9\times10^{-3}$

2．下列各式中，正确的是（　　）.

A．$-\frac{-3x}{5y}=\frac{3x}{-5y}$　　B．$-\frac{a+b}{c}=\frac{-a+b}{c}$　　C．$\frac{-a-b}{c}=\frac{a-b}{-c}$　　D．$-\frac{a}{b-a}=\frac{a}{a-b}$

3．若分式$\frac{x^2-1}{x+2}$的值为0，则x的值为（　　）.

A．1　　B．0　　C．-1　　D．±1

4．下列各式不能因式分解的是（　　）.

A．$2x^2-4x$　　B．$x^2+x+\frac{1}{4}$　　C．x^2+9y^2　　D．$1-m^2$

5．下列命题中错误的是（　　）.

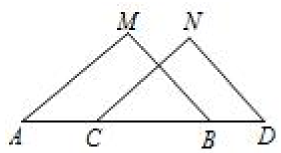
A．全等三角形的周长相等　　B．全等三角形的对应角相等

C．全等三角形的面积相等　　D．面积相等的两个三角形全等

6．如图，已知$MB=ND$，$\angle MBA=\angle NDC$，下列条件中不能判定$\triangle ABM\cong\triangle CDN$的是（　　）.

A．$\angle M=\angle N$　　B．$AM\parallel CN$

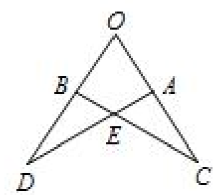
C．$AC=BD$　　D．$AM=CN$



7．已知，如图，$\triangle OAD\cong\triangle OBC$，且$\angle O=70^\circ$，$\angle C=25^\circ$，则$\angle OAD=$（　　）.

A．95°　　B．85°

C．75°　　D．65°



8．若关于x的方程$\frac{2ax+3}{a-x}=\frac{5}{4}$的根为$x=2$，则$a$应取值（　　）.

A．1　　B．3　　C．-2　　D．-3

9．若$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{a+b}$，则$\frac{b}{a}-\frac{a}{b}-3$的值是（　　）.

A．-2　　B．2　　C．3　　D．-3

10．在$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$中，已知$\angle A=\angle A'$，CD和$C'D'$分别为$\angle ACB$和$\angle A'C'B'$的平分线，从以下三个条件：①$\angle B=\angle B'$，②$AC=A'C'$，③$CD=C'D'$中任取两个为题设，另一个为结论，则可以构成（　　）正确的命题.

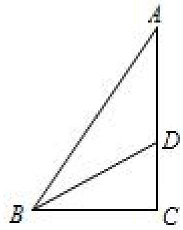
A．0　　B．1　　C．2　　D．3

二、填空题（每空 2 分，共 20 分）

11．当 x __________时，分式 $\dfrac{x-2}{x-3}$ 有意义．

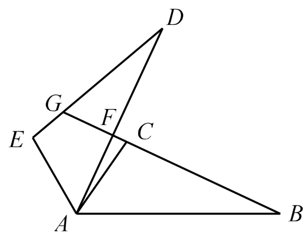
12．分解因式：$8m^2n+2mn=$__________．

13．分解因式：$(x-1)(x-3)-15=$__________．



14. 如图，Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D，若 $CD=3\,\text{cm}$，则点 D 到 AB 的距离是__________ cm．

15．如图，$\triangle ABC\cong\triangle ADE$，$\angle CAD=10^\circ$，$\angle B=25^\circ$，$\angle EAB=120^\circ$，则 $\angle DFB=$__________°．



16．已知 $\triangle ABC$ 中，AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，$AB=8$，$AC=6$，求 AD 的取值范围是__________．

17．已知在 $\triangle ABC$ 中，三边长 a，b，c 满足 $a^2-16b^2-c^2+6ab+10bc=0$，则 a，b，c 满足的关系式__________．

18．在 $\triangle ABC$ 中，高 AD、BE 所在的直线交于 H 点，若 $BH=AC$，则 $\angle ABC=$__________．

三、解答题

19．分解因式：

（1）$x^2(m-2)+9y^2(2-m)$；　　（2）$(x^2-3)^2-2(x^2-3)+1$．

20．计算：

（1）$\dfrac{3}{x-4}-\dfrac{24}{x^2-16}$；　　（2）$\left(\dfrac{a^2b}{-c}\right)^3\cdot\left(\dfrac{c^2}{-ab}\right)^2\div\left(\dfrac{bc}{a}\right)^4$．

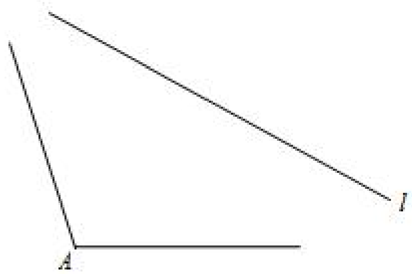
21．先化简，再求值：$(\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}+\frac{1}{x})\div\frac{1}{x+1}$，其中 $x=2$．

22．解方程：

（1）$\frac{3}{x}=\frac{2}{x-1}$；　　（2）$\frac{x+1}{x-1}-\frac{4}{x^2-1}=1$．

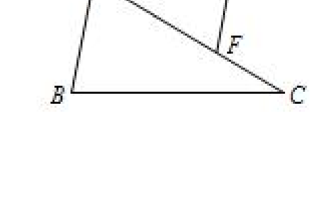
23．作图题：

已知：如图，$\angle A$ 与直线 l，试在直线 l 上找一点 P，使点 P 到 $\angle A$ 的两边的距离相等．要求：尺规作图，保留痕迹，不写作法．



24．已知：如图，点 A、E、F、C 在同一条直线上，$AD=CB$，$\angle B=\angle D$，$AD// BC$．

求证：$AE=CF$．

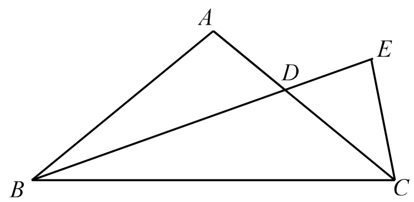


25．列方程解应用题：

从 A 地到 B 地的路程是 30 千米．甲骑自行车从 A 地到 B 地先走，半小时后，乙骑自行车从 A 地出发，结果两人同时到达．已知乙的速度是甲的速度的 1.5 倍，求甲、乙二人骑车速度各是多少？

26．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=100^\circ$，$\angle ABC=40^\circ$，BD 是 $\angle ABC$ 的角平分线，延长 BD 至 E，使 $DE=AD$，连接 EC．

求证：$BC=AB+CE$．

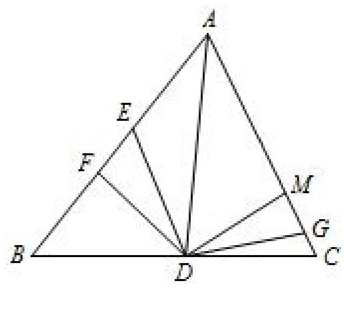


27．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAD=\angle DAC$，$DF\perp AB$，$DM\perp AC$，$AF=10\text{ cm}$，$AC=14\text{ cm}$，动点 E 以 2 cm/s 的速度从 A 点向 F 点运动，动点 G 以 1 cm/s 的速度从 C 点向 A 点运动，当一个点到达终点时，另一个点随之停止运动，设运动时间为 t 秒.

（1）求证：在运动过程中，不管 t 取何值，都有 $S_{\triangle AED}=2S_{\triangle DGC}$；

（2）当 t 取何值时，$\triangle DFE$ 与 $\triangle DMG$ 全等；

（3）在（2）的前提下，若 $\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{119}{126}$，$S_{\triangle AED}=28\text{ cm}^2$，求 $S_{\triangle BFD}$．



附加题：

28．记 $f(x)=\dfrac{x^2}{1+x^2}$，如 $f(1)=\dfrac{1^2}{1+1^2}=\dfrac{1}{2}$；又如 $f(\dfrac{1}{2})=\dfrac{(\dfrac{1}{2})^2}{1+(\dfrac{1}{2})^2}=\dfrac{1}{5}$．

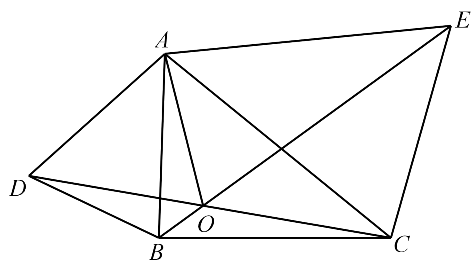
（1） $f(6)=$__________；　$f(\dfrac{1}{4})=$__________；

（2） $f(1)+f(2)+(\dfrac{1}{2})+f(3)+(\dfrac{1}{3})+\cdots+f(n+1)+f(\dfrac{1}{n+1})=$__________．（结果用含 n 的式子表示，期中 n 为正整数）

29．如图，分别以△ABC 的边 AB 、AC 为边向外作等腰三角形 ABD 和 ACE ， $AB=AD$ ， $AE=AC$ ， $\angle DAB=\angle CAE$ ， CD 与 BE 相交于点 O ，连接 AO ．

（1）求证： $BE=CD$ ；

（2）若设 $\angle BAD=\alpha$ ， $\angle AOE=\beta$ ，则用 α 表示 β 为：__________；并证明你的结论．



2014年北京师大附属实验中学初二（上）期中数学试卷答案

一、选择题（每小题3分，共30分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	D	C	D	D	B	C	A	C

二、填空题（每空2分，共20分）

11．$\neq 3$

12．$2mn(4m+1)$

13．$(x-6)(x+2)$

14．3

15．$90°$

16．$1 < AD < 7$

17．$a+c=2b$

18．$45°$

三、解答题

19．解：（1）$x^2(m-2)+9y^2(2-m)$

$=(m-2)(x^2-9y^2)$

$=(m-2)(x+3y)(x-3y)$．

（2）$(x^2-3)^2-2(x^2-3)+1$

$=(x^2-3-1)^2$

$=(x^2-4)^2$

$=(x+2)^2(x-2)^2$．

20．解：（1）原式$=\dfrac{3(x+4)-24}{(x+4)(x-4)}$

$=\dfrac{3(x-4)}{(x+4)(x-4)}$

$=\dfrac{3}{x+4}$．

（2）原式$=-\dfrac{a^6b^3}{c^3}\cdot\dfrac{c^4}{a^2b^2}\cdot\dfrac{a^4}{b^4c^4}=-\dfrac{a^8}{b^3c^3}$．

21．解：$(\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-1}+\dfrac{1}{x})\div\dfrac{1}{x+1}$

$=\dfrac{x(x-1)^2+(x+1)(x-1)}{x(x+1)(x-1)}\cdot(x+1)$

$=\dfrac{x(x-1)+(x+1)}{x}$

$=\dfrac{x^2+1}{x}$．

$\because x=2$，

$\therefore$原式$=\dfrac{4+1}{2}=\dfrac{5}{2}$．

22．解：（1）$\frac{3}{x}=\frac{2}{x-1}$，

去分母，得 $3(x-1)=2x$，

整理，得 $x=3$，

经检验 $x=3$ 为原方程的解，

∴原方程的解为 $x=3$．

（2）$\frac{x+1}{x-1}-\frac{4}{x^2-1}=1$，

去括号，得 $(x+1)^2-4=x^2-1$，

整理，得 $2x=2$，

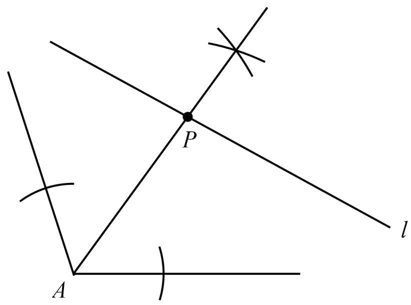
解得 $x=1$，

检验：当 $x=1$ 时，$x-1=0$，

∴ $x=1$ 为方程的增根，

∴原方程无解.

23．解：如图所示：



24．证明：∵ $AD/\!/BC$，

∴ $\angle A=\angle C$．

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CBE$ 中，

$$\begin{cases}\angle A=\angle C\\ AD=CB\\ \angle B=\angle D\end{cases},$$

∴ $\triangle ADF\cong\triangle CBE$（ASA）.

∴ $AF=CE$，

∴ $AF-EF=CE-EF$，即 $AE=CF$．

25．解：设甲的速度为 x 千米/时，则乙的速度为 $1.5x$ 千米/时.

由题意，得 $\frac{30}{x}=\frac{30}{1.5x}+\frac{1}{2}$，

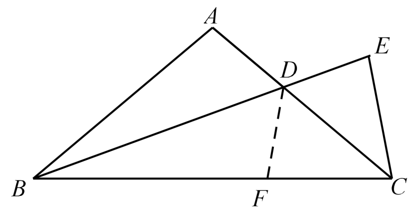
解得 $x=20$，

经检验，$x=20$ 为原方程的解且符合题意，

$1.5\times20=30$．

答：甲的速度为 20 千米/时，则乙的速度为 30 千米/时.

26．证明：在 BC 上截取 $BF=BA$，连接 DF.



∵ $\angle A=100°$，$\angle ABC=40°$，

∴ $\angle ACB=40°$.

∵ BD 是 $\angle ABC$ 的角平分线，

∴ $\angle ABD=\angle FBD=20°$.

又∵ $BD=BD$，$BA=BF$，

∴ $\triangle ABD\cong\triangle FBD$（SAS）.

∴ $AD=FD$，$\angle ADB=\angle FDB$.

∵ $\angle A=100°$，$\angle ABD=20°$，

∴ $\angle ADB=\angle FDB=60°$，

∴ $\angle FDC=60°$，

∴ $\angle CDE=60°$，

∴ $\angle FDC=\angle EDC$.

∵ $DE=AD$，

∴ $DE=DF$.

又∵ $AC=AC$，

∴ $\triangle CDF\cong\triangle CDE$（SAS）.

∴ $CE=CF$，

∴ $BC=BF+FC=AB+CE$.

27．解：（1）∵ $\angle BAD=\angle DAC$，$DF\perp AB$，$DM\perp AC$，

∴ $DF=DM$，

∵ $AE=2t$，$CG=t$，

∴ $\dfrac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle DGC}}=\dfrac{\frac{1}{2}\cdot DF\cdot AE}{\frac{1}{2}\cdot DM\cdot CG}=\dfrac{2t}{t}=2$，即 $S_{\triangle AED}=2S_{\triangle DGC}$.

（2）若 $\triangle DFE$ 与 $\triangle DMG$ 全等，

则需要 $EF=MG$，

∵ $EF=10-2t$，$MG=|14-t-10|=|4-t|$，

∴ $10-2t=|4-t|$，

∴ $t_1=6$，$t_2=\dfrac{14}{3}$.

当 $t=6$ 时，$EF=-2$，舍去.

综上，当 $t=\dfrac{14}{3}$ 时，$\triangle DFE$ 与 $\triangle DMG$ 全等.

（3）∵ $t=\dfrac{14}{3}$，

∴ $AE=2t=\dfrac{28}{3}$.

∵ $DF=DM$，

∴ $S_{\triangle ABD}:S_{\triangle ACD}=AB:AC=BD:BC=119:126$，

∵ $AC=14$，

$\therefore AB=\dfrac{119}{9}$，

$\therefore BF=AB-AF=\dfrac{119}{9}-10=\dfrac{29}{9}$，

$\because S_{\triangle ADE}:S_{\triangle BDF}=AE:BF=\dfrac{28}{3}:\dfrac{29}{9}$， $S_{\triangle AED}=28\,\text{cm}^2$，

$\therefore S_{\triangle BDF}=\dfrac{29}{3}\text{cm}^2$．

附加题：

28．解：（1） $f(6)=\dfrac{6^2}{1+6^2}=\dfrac{36}{37}$， $f(\dfrac{1}{4})=\dfrac{(\dfrac{1}{4})^2}{1+(\dfrac{1}{4})^2}=\dfrac{1}{17}$．

（2）$\because f(n)+f(\dfrac{1}{n})=\dfrac{n^2}{1+n^2}+\dfrac{(\dfrac{1}{n})^2}{1+(\dfrac{1}{n})^2}=\dfrac{n^2}{1+n^2}+\dfrac{1}{1+n^2}=1$，

$\therefore f(1)+f(2)+(\dfrac{1}{2})+f(3)+(\dfrac{1}{3})+\cdots+f(n+1)+f(\dfrac{1}{n+1})=n+\dfrac{1}{2}$．

29．证明：（1）$\because \angle DAB=\angle CAE$，

$\therefore \angle DAB+\angle BAC=\angle CAE+\angle BAC$，即 $\angle DAC=\angle BAE$．

在$\triangle ADC$和$\triangle ABE$中，

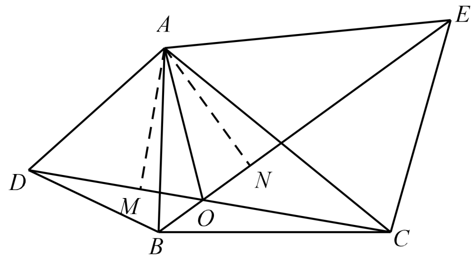
$$\begin{cases}AD=AB\\ \angle DAC=\angle BAE,\\ AC=AE\end{cases}$$

$\therefore \triangle ADC\cong\triangle ABE$（SAS）．

$\therefore BE=CD$．

（2）$\beta=90^\circ-\dfrac{\alpha}{2}$．证明如下：

过点A作$AM\perp CD$于点M，作$AN\perp BE$于点N．



$\because \triangle ADC\cong\triangle ABE$，

$\therefore AM=AN$，

$\because \angle AMO=\angle ANO=90^\circ$，

$\therefore \angle AOM=\angle AOE$．

又$\because \triangle ADC\cong\triangle ABE$，

$\therefore \angle ADC=\angle ABE$，

由图象可得$\angle ADC+\angle DAB=\angle ABE+\angle DOB$，

$\therefore \angle DOB=\angle DAB=\alpha$，

$\because \angle DOB+\angle DOA+\angle AOE=180^\circ$，

$\therefore \alpha+2\beta=180^\circ$，即$\beta=90^\circ-\dfrac{\alpha}{2}$．

2014年北京师大附属实验中学初二（上）期中数学试卷部分答案解析

一、选择题

1.【答案】D

【解析】0.001 239用科学记数法表示为1.239×10^{-3}.

2.【答案】D

【解析】$-\dfrac{-3x}{5y}=\dfrac{3x}{5y}$；$-\dfrac{a+b}{c}=\dfrac{-a-b}{c}$；$\dfrac{-a-b}{c}=\dfrac{a+b}{-c}$.

3.【答案】D

【解析】由题意，得$x^2-1=0$，$x+2\neq0$，解得$x=\pm1$.

4.【答案】C

【解析】$2x^2-4x=2x(x-2)$；$x^2+x+\dfrac{1}{4}=(x+\dfrac{1}{2})^2$；$1-m^2=(1+m)(1-m)$.

5.【答案】D

【解析】面积相等的两个三角形不一定全等.

6.【答案】D

【解析】若$AM=CN$，则构成的条件为SSA，不能判定两个三角形全等.

7.【答案】B

【解析】$\because\triangle OAD\cong\triangle OBC$，$\angle C=25^\circ$，$\therefore\angle D=\angle C=25^\circ$，

$\therefore\angle OAD=180^\circ-\angle O-\angle D=180^\circ-70^\circ-25^\circ=85^\circ$.

8.【答案】C

【解析】由题意，得$\dfrac{4a+3}{a-2}=\dfrac{5}{4}$，解得$a=-2$.

9.【答案】A

【解析】$\because\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{a+b}$，$\therefore\dfrac{b-a}{ab}=\dfrac{1}{a+b}$，$\therefore\dfrac{b^2-a^2}{ab}=1$，即$\dfrac{b}{a}-\dfrac{a}{b}=1$，$\therefore\dfrac{b}{a}-\dfrac{a}{b}-3=1-3=-2$.

10.【答案】C

【解析】①②⇒③，①③⇒②成立，②③⇒①不成立.

二、填空题

11.【答案】$\neq3$

【解析】由题意，得$x-3\neq0$，$\therefore x\neq3$.

12.【答案】$2mn(4m+1)$

【解析】$8m^2n+2mn=2mn(4m+1)$.

13.【答案】$(x-6)(x+2)$

【解析】$(x-1)(x-3)-15=x^2-4x-12=(x-6)(x+2)$.

14.【答案】3

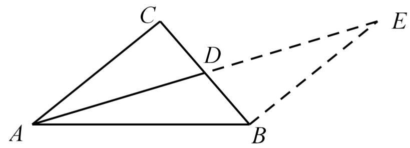
【解析】$\because$ BD 平分 $\angle ABC$ ，点 D 到 BC 的距离 $CD=3\text{ cm}$ ，$\therefore$ 点 D 到 AB 的距离也是 3cm .

15.【答案】$90°$

【解析】$\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$ ，$\therefore \angle CAB=\angle EAD$. $\because \angle EAB=120°$ ，$\angle CAD=10°$ ，$\therefore \angle CAB=55°$ ，$\therefore \angle BAF=65°$ ，$\therefore \angle DFB=\angle B+\angle BAF=25°+65°=90°$.

16.【答案】$1<AD<7$

【解析】如图所示，倍长 AD 到点 E ，连接 BE .



易证 $\triangle ADC \cong \triangle EDB$ ，$\therefore BE=AC=6$.

在 $\triangle ABE$ 中，$AB-BE<AE<AB+BE$ ，

$\therefore 2<2AD<14$ ，$\therefore 1<AD<7$.

17.【答案】$a+c=2b$

【解析】$\because a^2-16b^2-c^2+6ab+10bc=0$ ，$\therefore (a+3b)^2=(5b-c)^2$ ，

$\therefore a+3b=5b-c$ 或 $a+3b=c-5b$ ，$\therefore a+c=2b$ 或 $c-a=8b$.

$\because c-a<b$ ，$\therefore c-a=8b$ 舍去，$\therefore a+c=2b$.

18.【答案】$45°$

【解析】如图，易证 $\triangle ADC \cong \triangle BDH$ ，$\therefore AD=BD$ ，$\therefore \angle ABC=45°$.

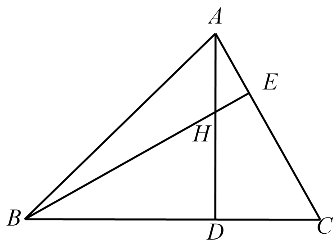


图1

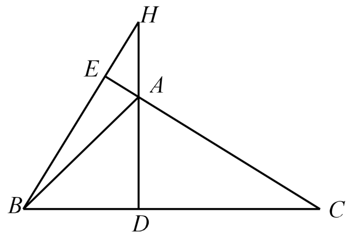


图2

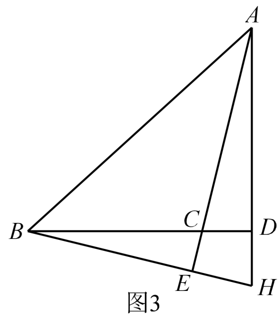


图3