



延庆区 2023-2024 学年第一学期期中试卷

初三数学

2023. 11

考 生 须 知	1. 本试卷共 7 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上正确填写学校名称、姓名和考号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色签字笔作答。
------------------	--

一、选择题：（共 16 分，每小题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 如果 $2x=3y(y \neq 0)$ ，那么下列各式正确的是

- (A) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ (B) $\frac{2}{y} = \frac{3}{x}$ (C) $\frac{x}{3} = \frac{2}{y}$ (D) $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$

2. 将抛物线 $y=2x^2$ 平移后得到抛物线 $y=2x^2+1$ ，则平移方式为

- (A) 向左平移 1 个单位 (B) 向右平移 1 个单位
(C) 向上平移 1 个单位 (D) 向下平移 1 个单位

3. 函数 $y=\sqrt{1-x}$ 中自变量 x 的取值范围是

- (A) $x \leq 1$ (B) $x \geq 1$ (C) $x = 1$ (D) $x \neq 1$

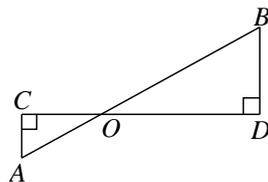
4. 已知抛物线 $y=x^2+2x$ 经过点 $(-3, y_1)$ ， $(2, y_2)$ ，则下列结论正确的是

- (A) $y_1 > y_2$ (B) $y_1 = y_2$ (C) $y_1 < y_2$ (D) $y_1 \geq y_2$

5. 如图， AB, CD 相交于点 O ， $AC \perp CD$ ， $BD \perp CD$ ，垂足分

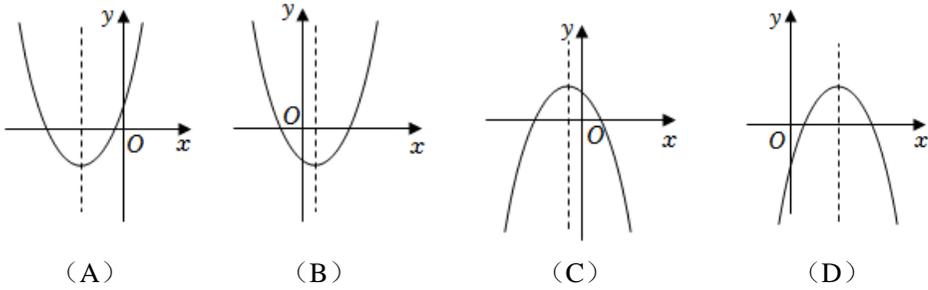
别为点 C, D ，若 $AC=1$ ， $BD=2$ ， $OB=4$ 。则 OA 的长为

- (A) 1 (B) 2
(C) 4 (D) 8



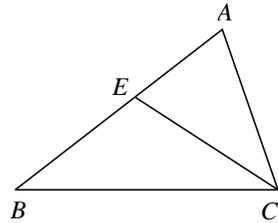


6. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), 其中 $b > 0$, $c < 0$, 则该函数的图象可能是



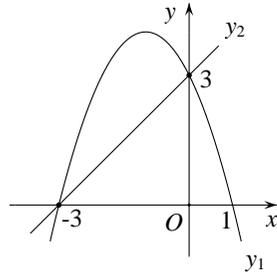
7. 如图, 点 E 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点, 要使得 $\triangle ACE$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 添加一个条件, 不正确的是

- (A) $\angle ACE = \angle B$ (B) $\angle AEC = \angle ACB$
 (C) $\frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AC}$ (D) $\frac{AC}{AB} = \frac{CE}{BC}$



8. 二次函数 $y_1 = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与一次函数 $y_2 = mx + n$ ($m \neq 0$) 的图象如图所示, 则满足 $ax^2 + bx + c < mx + n$ 的 x 的取值范围是

- (A) $x < -3$ 或 $x > 0$ (B) $x < -3$ 或 $x > 1$
 (C) $-3 < x < 0$ (D) $0 < x < 3$

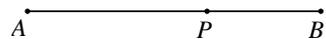


二、填空题 (共 16 分, 每小题 2 分)

9. 二次函数 $y = -(x+1)^2 - 2$ 的最大值是_____.

10. 写出一个开口向下, 与 y 轴交于点 $(0, 1)$ 的抛物线的表达式_____.

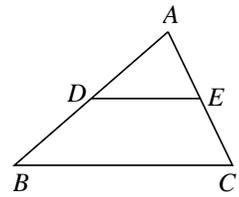
11. 古希腊数学家欧多克索斯发现了黄金分割, 即: 如图, 点 P 是线段 AB 上一点 ($AP > BP$), 若满足 $\frac{BP}{AP} = \frac{AP}{AB}$, 则称点 P 是 AB 的黄金分割点, 著名的“断臂维纳斯”便是如此. 如图, 若 $AB = 2$, 则 AP 的长为_____.



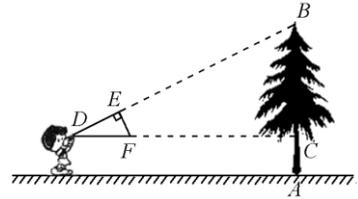
12. 若抛物线 $y = x^2 + 3x + a$ 与 x 轴只有一个交点, 则 a 的值是_____.



13. 如图, $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$. 若 $\triangle ADE$ 的面积为 3, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.



14. 如图, 小明同学用自制的直角三角形纸板 DEF 测量树的高度 AB , 他调整自己的位置, 设法使斜边 DF 保持水平, 并且边 DE 与点 B 在同一直线上. 已知纸板的两条直角边 $DE = 20\text{cm}$, $EF = 10\text{cm}$, 测得边 DF 离地面的高度 $AC = 1.5\text{m}$, $CD = 6\text{m}$, 则树高 AB 是_____ m .



15. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 图象上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表:

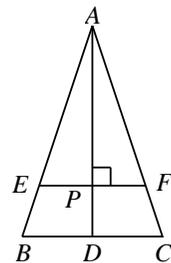
x	...	-5	-4	-3	-2	-1	0	...
y	...	4	0	-2	-2	0	4	...

给出下面五个结论:

- ① 抛物线的开口向下;
- ② 抛物线的对称轴是直线 $x = -\frac{5}{2}$;
- ③ 二次函数的最小值为 -2;
- ④ 当 $x < -2$ 时, y 随 x 的增大而减小;
- ⑤ $c = 4$.

上述结论中, 所有正确的结论有_____ (填写序号).

16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 是 BC 边的中点, 点 P 是 AD 上的动点 (不与点 A, D 重合), 过点 P 作 $EF \perp AD$ 与 AB, AC 分别交于点 E, F , $AD = 3$, $BC = 2$. 设 $AP = x$, 若 $\triangle AEF$ 的面积为 y 是 x 的函数, 则这个函数表达式是_____.

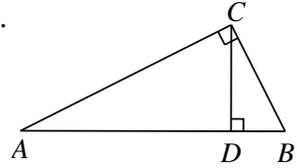


- 三、解答题 (共 68 分; 17-20 题, 每小题 5 分; 21 题 6 分; 22 题 5 分; 23-25 题, 每小题 6 分; 26 题 5 分; 27-28 题, 每小题 7 分)



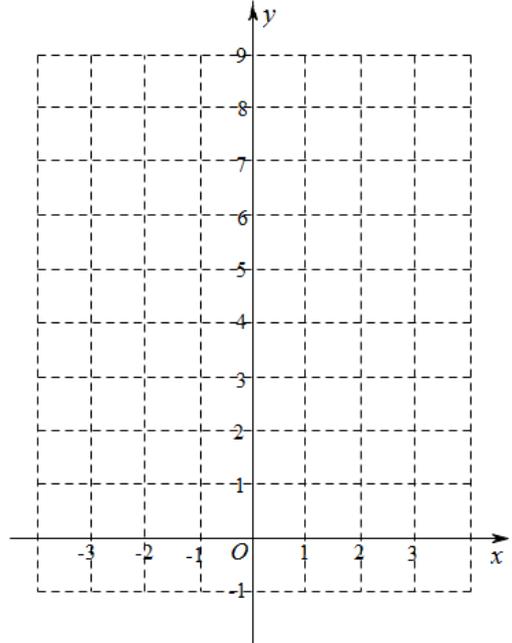
17. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， CD 是斜边 AB 上的高。

- (1) 求证： $\triangle ADC \sim \triangle ACB$ ；
- (2) 若 $AC=3$ ， $AB=4$ ，求 AD 的长。



18. 在平面直角坐标系中，点 $A(2, 8)$ ， $B(m, 2)$ 在二次函数 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的图象上。

- (1) 求 m 的值；
- (2) 求该函数图象的对称轴和顶点坐标；
- (3) 在给出的平面直角坐标系中画出该函数的图象。



19. 已知：二次函数 $y = x^2 - 4$ 。

- (1) 写出该函数图象的顶点坐标；
- (2) 求该函数图象与坐标轴的交点坐标；
- (3) 直接写出当 x 在什么范围内取值时， y 随 x 的增大而增大？

20. 已知：二次函数 $y = x^2 - mx + m + 1$ 的图象经过 $(0, 5)$ 。

- (1) 求此二次函数的表达式；
- (2) 用配方法将其化为 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式。



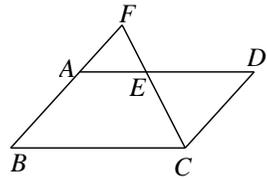
21. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx - 3$ 的图象经过 $A(1, 0)$, $B(2, 5)$.

- (1) 求此二次函数的表达式;
- (2) 画出该函数图象;
- (3) 结合图象, 写出当 $-2 < x < 2$ 时, y 的取值范围.

22. 如图, 点 E 是平行四边形 $ABCD$ 的边 AD 上一点,

连接 CE 并延长与 BA 的延长线交于点 F .

写出一对相似三角形并证明.

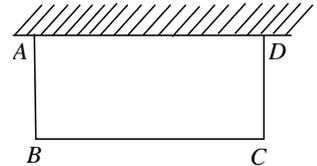


23. 如图, 要围一个矩形菜园 $ABCD$, 其中一边 AD 是墙, 且 AD 的长不能超过 18 米,

其余的三边 AB , BC , CD 用篱笆, 且这三边的和为 32 米.

设 AB 边的长度为 x 米, 矩形 $ABCD$ 的面积为 y 平方米.

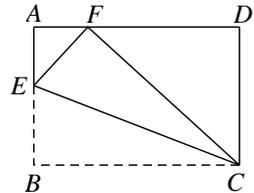
- (1) 求 y 与 x 之间的函数表达式及自变量 x 的取值范围;
- (2) 如果矩形 $ABCD$ 的面积为 96 平方米, 求 AB 边的长.



24. 如图, 点 E 是矩形 $ABCD$ 的边 AB 上一点, 沿直线 CE 将 $\triangle CBE$ 翻折, 使得点 B 落在 AD 边上, 记作点 F .

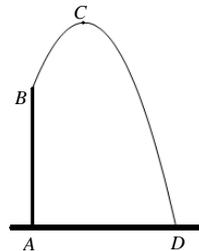
(1) 求证: $\triangle AEF \sim \triangle DFC$;

(2) 若 $\frac{EF}{FC} = \frac{2}{5}$, 且 $CD=10$, 求 BC 的长.



25. 旅游盛夏季, 在延庆世园公园妫汭湖畔, 上演了名为《世园之心》的音乐喷泉光影秀.

如图, 是其中一个喷泉的示意图, 喷泉有一个竖直的喷水枪 AB , 喷水口 B 距地面 3 米, 喷出的水流的运动路线是抛物线. 如果水流的最髙点 C 到喷水枪 AB 所在直线的距离是 1 米, 水流的落地点 D 到水枪底部 A 的距离是 3 米. 那么水流最高点 C 与地面的距离是多少米?





26. 有这样一个问题：探究函数 $y = \frac{1}{x-1} + x$ 的图象与性质.

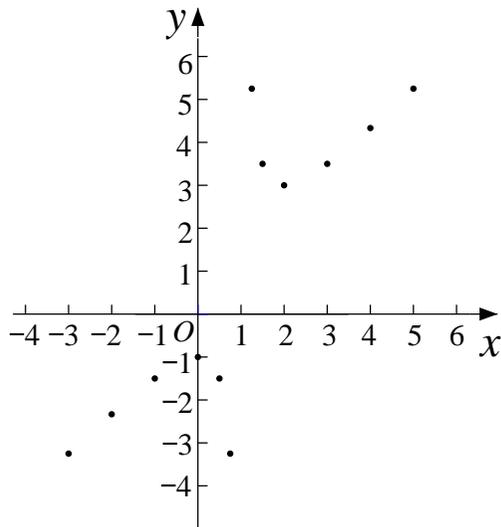
小明根据学习函数的经验，对函数 $y = \frac{1}{x-1} + x$ 的图象与性质进行了探究.

(1) 函数 $y = \frac{1}{x-1} + x$ 的自变量 x 的取值范围是_____；

(2) 下表是 y 与 x 的几组对应值，请你求 m 的值：

x	...	-3	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	3	4	...
y	...	$-\frac{13}{4}$	$-\frac{7}{3}$	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{13}{4}$	$\frac{21}{4}$	$\frac{7}{2}$	3	$\frac{7}{2}$	m	...

(3) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各组数值所对应的点，请你画出该函数的图象；



(4) 结合函数的图象，写出该函数的一条性质：_____



27. 小明遇到这样一个问题：如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AB 上，且 $\angle ACD = 20^\circ$ ， $\angle DCB = 80^\circ$ ， $CD = 2\sqrt{3}$ ， $AD:DB=1:2$ ，求 AC 的长。

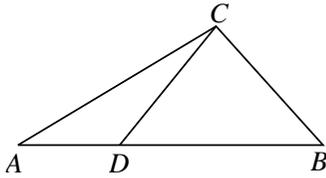


图 1

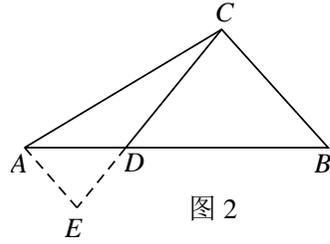


图 2

小明发现，过点 A 作 $AE \parallel BC$ ，交 CD 的延长线于点 E ，通过构造 $\triangle AEC$ ，经过推理和计算能够使问题得到解决（如图 2）。

(1) 请回答： $\angle CAE$ 的度数为_____； AC 的长为_____；

(2) 参考小明思考问题的方法，解决问题：

如图 3，在四边形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 交于点 E ，且 $AD \perp BD$ ， $\angle BDC = 45^\circ$ ， $\angle DBC = 67.5^\circ$ ， $EC:AE=1:2$ ， $DE=2$ ，求 AB 的长。

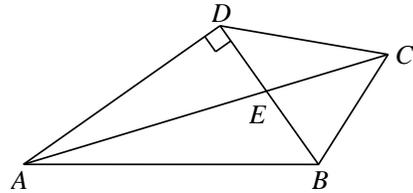


图 3

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = x^2 - mx + \frac{n-1}{2}$ 的对称轴为 $x=1$ 。

(1) 求 m 的值；

(2) 若抛物线与 y 轴交于点 C ，其对称轴与 x 轴交于点 A ，当 $\triangle OAC$ 是等腰直角三角形时，求 n 的值；

(3) 点 B 的坐标为 $(4, 0)$ ，若该抛物线与线段 OB 有且只有一个交点，求 n 的取值范围。

