2022北京大兴初二（下）期中

数　学

一、选择题（本题共16分，每小题2分）第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 下列二次根式中，是最简二次根式的是（　　）

A. $\sqrt{4}$　　B. $\sqrt{12}$　　C. $\sqrt{\frac{1}{2}}$　　D. $\sqrt{7}$

2. 下列各式中，计算正确的是（　　）

A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{2}-\sqrt{2}=2$　　C. $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$　　D. $2+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

3. 下列各式成立的是（　　）

A. $\sqrt{2^2}=\pm2$　　B. $\sqrt{(-2)^2}=2$　　C. $\sqrt{(-2)^2}=-2$　　D. $\sqrt{(-2)^2}=\pm2$

4. 在Rt△ABC中，∠C＝90°，CD是AB边上的中线，下列结论正确的是（　　）

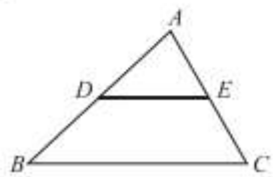
A. $CD\perp AB$　　B. $CD=BC$　　C. $BD=CD$　　D. $\angle ACD=\angle BCD$

5. 下列各组数，可以作为直角三角形的三边长的是(　　)

A. 2，3，4　　B. 3，4，5

C. 4，5，6　　D. 5，6，7

6. 如图，D，E分别是△ABC的边AB，AC的中点，下列结论错误的是（　　）



A. $DE\parallel BC$

B. $DE=\frac{1}{2}BC$

C. △ADE的周长是△ABC周长的一半

D. $S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$

7. 下列命题中正确的是（　　）

A. 有一组邻边相等　四边形是菱形

B. 有一个角是直角的平行四边形是矩形

C. 对角线垂直的平行四边形是正方形

D. 一组对边平行的四边形是平行四边形

8. 在菱形$ABCD$中，点O为对角线AC的中点，点E为AB边上一动点（点E不与点A，B重合），连接EO并延长交CD于点F，连接AF，CE，若四边形$AECF$一定不是矩形，则∠BAD应满足的条件是（　　）

A. 0°＜∠BAD≤90°　　B. 45°＜∠BAD≤135°

C. 90°＜∠BAD＜180°　　D. 0°＜∠BAD＜180°

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

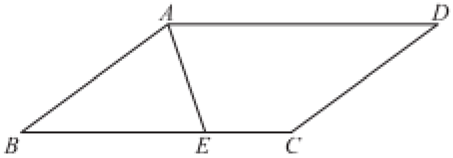
9. 若二次根式 $\sqrt{x-4}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_____.

10 化简：（1）$\sqrt{8}$ =_____.

11. 若平行四边形中相邻两个内角的度数比为 1：3，则其中较小的内角是__________度.

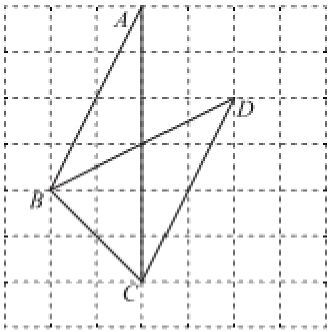
12 计算：$\sqrt{12}-\sqrt{3}=$____.

13. 如图，在▱$ABCD$ 中，AD＝10，AB＝7，AE 平分∠BAD 交 BC 于点 E，则 EC 的长为 _____.

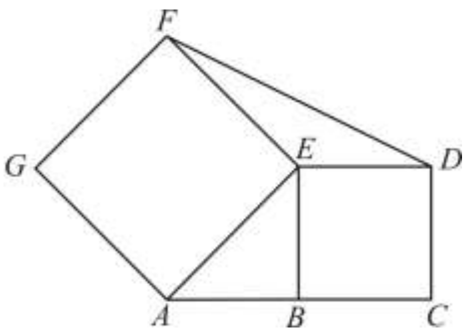


14. 《九章算术》是中国传统数学最重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架．《九章算术》中记载："今有立木，系索其末，委地三尺．引索却行，去本八尺而索尽．问索长几何？"译文是："今有一竖立着的木柱，在木柱的上端系有绳索，绳索从木柱上端顺木柱下垂后，堆在地面的部分尚有 3 尺（实际含义是：绳索比木柱长 3 尺）．牵着绳索（绳索头与地面接触）退行，在距木柱根部 8 尺处时绳索用尽．问绳索长是多少？"设绳索长 x 尺，根据题意列方程为 _____.

15. 如图所示的网格是正方形网格，点 A，B，C，D 是网格线交点，则△ABC 的面积与△BCD 的面积的大小关系为：$S_{\triangle ABC}$______$S_{\triangle BCD}$（填"＞"，"＝"或"＜"）.



16. 如图，点 C 为线段 AB 延长线上一点，正方形 $AEFG$ 和正方形 $BCDE$ 的面积分别为 8 和 4，则△EDF 的面积为_____.



三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 5 分，第 27-28 题，每小题 5 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程

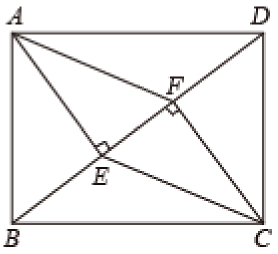
17. 计算：$\sqrt{12}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{24}\div\sqrt{6}$.

18. 计算：（$\sqrt{5}+\sqrt{2}$）（$\sqrt{5}-\sqrt{2}$）.

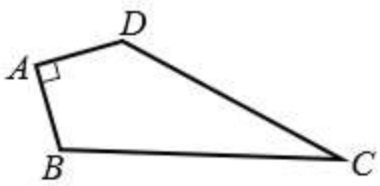
19. 计算：$|2-\sqrt{3}|-(\pi-\sqrt{5})^0+\sqrt{75}-(\frac{1}{3})^{-1}$.

20. 如图，在矩形 *ABCD* 中，*AE*⊥*BD* 于点 *E*，*CF*⊥*BD* 于点 *F*，连接 *AF*，*CE*.

求证：四边形 *AECF* 是平行四边形.



21. 如图，在四边形 *ABCD* 中，∠*A*＝90°，*AB*＝*AD*＝$\sqrt{2}$，*BC*＝$2\sqrt{5}$，*CD*＝4．求∠*ADC* 的度数.



22. 观察下列各式：

n＝1 时，有式①：$\sqrt{1+\frac{1}{3}}=\frac{2}{3}\sqrt{3}$；

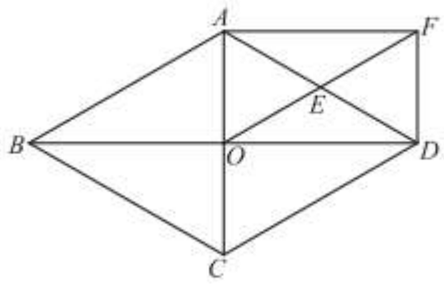
n＝2 时，有式②：$\sqrt{2+\frac{1}{4}}=\frac{3}{4}\sqrt{4}=\frac{3}{2}$；

（1）类比上述式①、式②，将下列等式补充完整：

$\sqrt{3+\frac{1}{5}}=$______；$\sqrt{(\ )+\frac{1}{(\ )}}=\frac{5}{6}\sqrt{6}$；

（2）请用含 *n*（*n* 为正整数）　等式表示以上各式的运算规律：______.

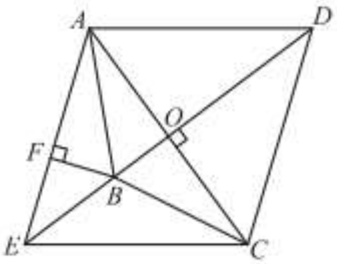
23. 如图，菱形 *ABCD* 对角线 *AC*，*BD* 相交于点 *O*，点 *E* 是 *AD* 的中点，过点 *A* 作对角线 *AC* 的垂线，与 *OE* 的延长线交于点 *F*，连接 *FD*.



（1）求证：四边形 *AODF* 是矩形；

（2）若 *AD*＝10，∠*ABC*＝60°，求 *OF* 和 *OA* 的长.

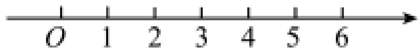
24. 如图，在四边形 *ABCD* 中，*AD*＝*CD*，*BD*⊥*AC* 于点 *O*，点 *E* 是 *DB* 延长线上一点，*OE*＝*OD*，*BF*⊥*AE* 于点 *F*.



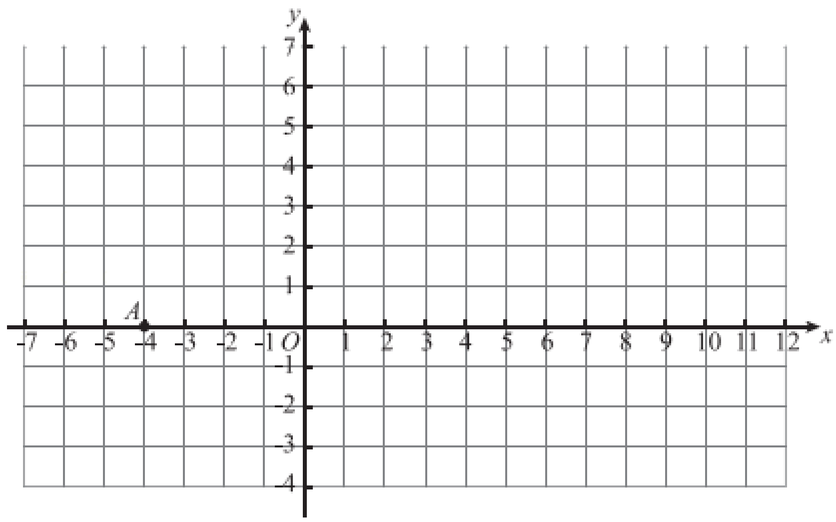
（1）求证：四边形 *AECD* 是菱形；

（2）若 *AB* 平分∠*EAC*，*OB*＝3，*BE*＝5，求 *EF* 和 *AD*　长．

25. 如图，在数轴上标出表示 1 的点 *A*，和表示 5 的点 *B*，过点 *O* 作直线 *l* 垂直于 *OA*，以点 *A* 为圆心，以 *AB* 为半径在数轴的上方作弧，弧与直线 *l* 交于点 *C*，以点 *O* 为圆心，以 *OC* 为半径作弧，弧与数轴正半轴的交点 *D* 即为表示 $\sqrt{15}$ 的点，根据作图，利用勾股定理，可以发现，如果在直角三角形中，一边长为 $\sqrt{15}$，其他两边均为正整数，那么长为 $\sqrt{15}$ 的边是直角三角形的 _____（填“直角边”或“斜边”），直角三角形另两条边长分别为 _____、_____．



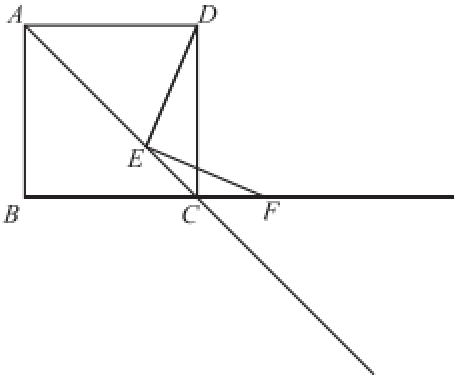
26. 在平面直角坐标系 *xOy* 中，点 *A*（﹣4，0），点 *B* 位于 *y* 轴正半轴，$AB=4\sqrt{2}$，点 *C* 位于 *x* 轴正半轴，$\angle OCB=30°$．

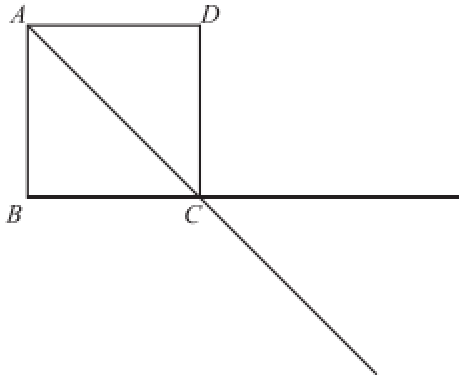


（1）求点 *B*，*C* 的坐标；

（2）垂直于 *y* 轴的直线 *l* 与线段 *AB*，*BC* 分别交于点 *D*，*E*，过点 *D* 作 *DF*⊥*AC*，垂足为 *F*，过点 *E* 作 *EG*⊥*AC*，垂足为 *G*．横、纵坐标都是整数的点叫做整点，记四边形 *DFGE* 围成的区域（不含边界）为 *W*．若点 *D* 的纵坐标为 y_D，当区域 *W* 内整点个数达到最多时，直接写出 y_D 的取值范围．

27. 已知四边形 *ABCD* 是正方形，点 *E* 为射线 *AC* 上一动点（点 *E* 不与 *A*，*C* 重合），连接 *DE*，过点 *E* 作 *EF*⊥*DE*，交射线 *BC* 于点 *F*，过点 *D*，*F* 分别作 *DE*，*EF* 的垂线，两垂线交于点 *G*，连接 *CG*．





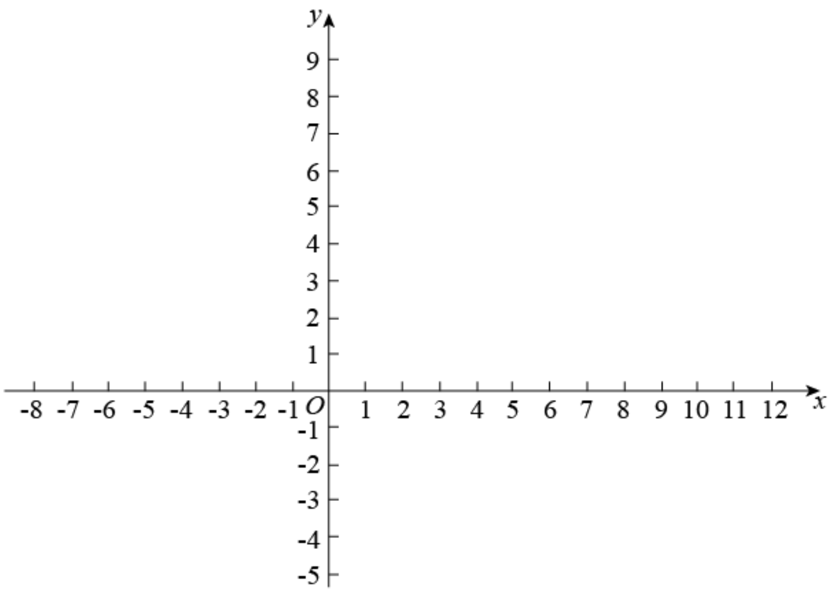
备用图

（1）如图，当点 E 在对角线 AC 上时，依题意补全图形，并证明：四边形 $DEFG$ 是正方形；

（2）在（1）的条件下，猜想：CE，CG 和 AC 的数量关系，并加以证明；

（3）当点 E 在对角线 AC 的延长线上时，直接用等式表示 CE，CG 和 AC 的数量关系.

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的线段 AB 和图形 M，给出如下的定义：若图形 M 是以 AB．为对角线的平行四边形，则称图形 M 是线段 AB 的“关联平行四边形”．点 A（8，a），点 B（2，b），



（1）当 $a=8$，$b=-2$ 时，若四边形 $AOBC$ 是线段 AB 的“关联平行四边形”，则点 C 的坐标是 ______；

（2）若四边形 $AOBC$ 是线段 AB 的“关联平行四边形”，求对角线 OC 的最小值；

（3）若线段 AB 的“关联平行四边形”$AOBC$ 是正方形，直接写出点 C 的坐标.

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 下列二次根式中，是最简二次根式的是（　　）

A. $\sqrt{4}$　　B. $\sqrt{12}$　　C. $\sqrt{\frac{1}{2}}$　　D. $\sqrt{7}$

【答案】D

【解析】

【分析】满足下列两个条件的二次根式，叫做最简二次根式：（1）被开方数的因数是整数，因式是整式；（2）被开方数中不含能开得尽方的因数或因式．可以据此来判断哪个选项是正确的．

【详解】解：A、$\sqrt{4}=2$ 不是最简二次根式，故此选项不符合题意；

B、$\sqrt{12}$ =2$\sqrt{3}$ ，不是最简二次根式，故此选项不符合题意；

C、$\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 根号下含有分母，不是最简二次根式，故此选项不符合题意；

D、$\sqrt{7}$ 是最简二次根式，此选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了最简二次根式的概念，掌握最简二次根式满足的两个条件：（1）被开方数不含分母；（2）被开方数不含能开得尽方的因数或因式是关键.

2. 下列各式中，计算正确的是（　　）

A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{2}-\sqrt{2}$ ＝2　　C. $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$　　D. 2+$\sqrt{3}$ ＝2$\sqrt{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】利用二次根式的加减法对 A、B 进行判断；利用二次根式的除法法则对 C 进行判断；利用二次根式的乘法法则对 D 进行判断.

【详解】解：A．$\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{3}$ 不能合并，故此选项错误，不符合题意；

B．$2\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$，故此选项错误，不符合题意；

C．$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$，选项正确，符合题意；

D．2 和 $\sqrt{3}$ 不能合并，选项错误，不符合题意

故选：C.

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，先把各二次根式化为最简二次根式，然后进行二次根式的乘除运算，再合并即可.

3. 下列各式成立的是（　　）

A. $\sqrt{2^2}$ ＝±2　　B. $\sqrt{(-2)^2}$ ＝2　　C. $\sqrt{(-2)^2}$ ＝ - 2　　D. $\sqrt{(-2)^2}$ ＝±2

【答案】B

【解析】

【分析】由二次根式的性质，分别进行判断，即可得到答案．

【详解】解：$\sqrt{2^2}=\sqrt{4}=2$，故 A 错误；

$\sqrt{(-2)^2}=2$，故 B 正确，C、D 错误；

故选：B．

【点睛】本题考查了二次根式的性质，解题的关键是掌握性质进行判断．

4. 在 Rt△*ABC* 中，∠*C*＝90°，*CD* 是 *AB* 边上的中线，下列结论正确的是（　　）

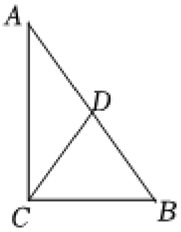
A. *CD*⊥*AB*　　B. *CD*＝*BC*　　C. *BD*＝*CD*　　D. ∠*ACD*＝∠*BCD*

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意，作出相应图形，然后利用直角三角形斜边上中线的性质即可得出结果．

【详解】解：如图所示：



A、不一定得到 *CD*⊥*AB*，选项错误；

B、不一定得到 *CD*=*BC*，选项错误；

C、根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得：$CD=\frac{1}{2}AB=AD=BD$，选项正确；

D、不一定得出∠*ACD*=∠*BCD*，选项错误；

故选：C．

【点睛】题目主要考查直角三角形中中线的性质，深刻理解直角三角形斜边上的中线上斜边的一半是解题关键．

5. 下列各组数，可以作为直角三角形的三边长的是(　)

A. 2，3，4　　B. 3，4，5

C. 4，5，6　　D. 5，6，7

【答案】B

【解析】

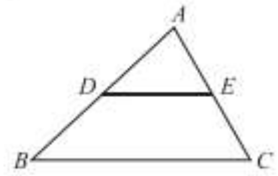
【分析】当一个三角形中的三边满足较小两边的平方和等于最大边的平方，则这个三角形就是直角三角形．

【详解】解：$\because 2^2+3^2\neq 4^2$，$4^2+5^2\neq 6^2$，$5^2+6^2\neq 7^2$，$3^2+4^2=5^2$

故选 B

考点：直角三角形的判定

6. 如图，*D*，*E* 分别是△*ABC* 的边 *AB*，*AC* 的中点，下列结论错误的是（　　）



A. $DE // BC$

B. $DE=\frac{1}{2}BC$

C. $\triangle ADE$ 的周长是 $\triangle ABC$ 周长的一半

D. $S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据三角形中位线的性质定理依次判断即可得出结果.

【详解】解：∵D、E 是 AB、AC 的中点，

∴DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线，

∴$DE // BC$ 且 $DE=\frac{1}{2}BC$，选项 A、B 正确；

∴ $\triangle ABC$~$\triangle ADE$，

∴ $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$，

∴ $C_{\triangle ADE}=AD+DE+AE=\frac{1}{2}AB+\frac{1}{2}BC+\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}C_{\triangle ABC}$，选项 C 正确；

∴由中位线的性质可得：设 $\triangle ADE$ 中 DE 边上的高为 h，则 $\triangle ABC$ 边上的高为 $2h$，

$S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}DE\cdot h=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}BC\cdot\frac{1}{2}\cdot 2h=\frac{1}{4}?\frac{1}{2}BC\cdot 2h=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$，选项 D 错误；

故选：D.

【点睛】题目主要考查三角形中位线的性质，熟练掌握三角形中位线的性质定理是解题关键.

7. 下列命题中正确的是（　　）

A. 有一组邻边相等的四边形是菱形

B. 有一个角是直角的平行四边形是矩形

C. 对角线垂直的平行四边形是正方形

D. 一组对边平行的四边形是平行四边形

【答案】B

【解析】

【详解】试题分析：利用特殊四边形的判定定理对个选项逐一判断后即可得到正确的选项.

A、一组邻边相等的平行四边形是菱形，故选项错误；　　B、正确；　　C、对角线垂直的平行四边形是菱形，故选项错误；D、两组对边平行的四边形才是平行四边形，故选项错误.

考点：命题与定理.

8. 在菱形 $ABCD$ 中，点 O 为对角线 AC 的中点，点 E 为 AB 边上一动点（点 E 不与点 A，B 重合），连接 EO 并延长交 CD 于点 F，连接 AF，CE，若四边形 $AECF$ 一定不是矩形，则 $\angle BAD$ 应满足的条件是（　　）

A. $0°<\angle BAD\le 90°$　　B. $45°<\angle BAD\le 135°$

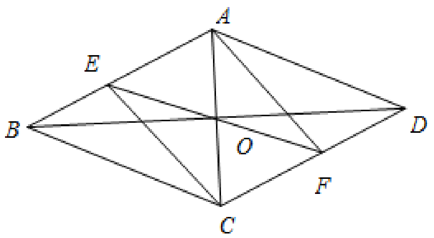
C. $90°<\angle BAD<180°$　　D. $0°<\angle BAD<180°$

【答案】A

【解析】

【分析】根据四边形 $AECF$ 一定不是矩形得到 $\angle EAF\ne 90°$，又点 E 不与 A、B 重合，$\angle EAF<\angle BAD$，即可求得 $\angle BAD$ 应满足的条件.

【详解】解：如图所示，



∵ 四边形 $AECF$ 一定不是矩形

∴ $\angle EAF\ne 90°$

∵点 E 不与 A、B 重合

∴ $\angle EAF<\angle BAD$

∴当 $0°<\angle BAD\le 90°$ 时，$0°<\angle EAF<90°$，

故选：A

【点睛】本题考查了菱形的性质、矩形的性质，得到 $\angle EAF<\angle BAD$ 是解答此题的关键.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若二次根式 $\sqrt{x-4}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_____.

【答案】$x\ge 4$.

【解析】

【分析】根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0，列不等式，即可求解出答案.

【详解】解：依题意有 $x-4\ge 0$，

解得 $x\ge 4$.

故答案为：$x\ge 4$.

【点睛】本题主要考查了二次根式，熟练二次根式的性质列出不等式是解决本题的关键.

10. 化简：（1）$\sqrt{8}=$_____.

【答案】$2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】根据 $\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=\sqrt{4}\times\sqrt{2}$，计算出结果即可.

【详解】解：$\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=\sqrt{4}\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$.

故答案为：$2\sqrt{2}$．

【点睛】此题主要考查了二次根式的性质与化简，正确化简二次根式是解题关键．

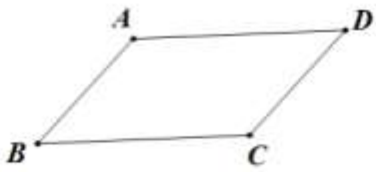
11. 若平行四边形中相邻两个内角的度数比为 1：3，则其中较小的内角是__________度．

【答案】45

【解析】

【分析】由平行四边形的性质得出∠B+∠C=180°，由已知条件得出∠C=3∠B，得出∠B+3∠B=180°，得出∠B=45°即可．

【详解】解：如图所示：



∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴AB∥CD，

∴∠B+∠C=180°，

∵∠B：∠C=1：3，

∴∠C=3∠B，

∴∠B+4∠B=180°，

解得：∠B=45°，

故答案为 45°．

【点睛】本题考查了平行四边形的性质、平行线的性质；熟练掌握平行四边形的性质，并能进行推理计算是解决问题的关键．

12. 计算：$\sqrt{12}-\sqrt{3}=$____．

【答案】$\sqrt{3}$

【解析】

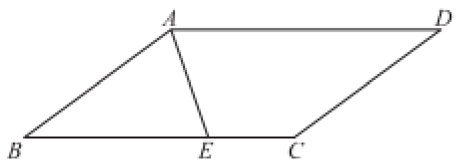
【分析】利用二次根式的性质化简，再相减．

【详解】解：$\sqrt{12}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$，

故答案是：$\sqrt{3}$．

【点睛】本题考查了二次根式的减法，解题的关键是掌握二次根式的化简及性质．

13. 如图，在▱*ABCD* 中，*AD*＝10，*AB*＝7，*AE* 平分∠*BAD* 交 *BC* 于点 *E*，则 *EC* 的长为 _____．



【答案】3

【解析】

【分析】先根据角平分线及平行四边形的性质得出∠*BAE*=∠*AEB*，再由等角对等边得出 *BE*=*AB*，从而求出 *EC* 的长．

【详解】解：∵AE平分$\angle BAD$交BC边于点E，

∴$\angle BAE=\angle EAD$，

∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AD\parallel BC$，$AD=BC=10$，

∴$\angle DAE=\angle AEB$，

∴$\angle BAE=\angle AEB$，

∴$AB=BE=7$，

∴$EC=BC-BE=10-7=3$，

故答案为：3．

【点睛】本题考查了角平分线、平行四边形的性质及等边对等角，根据已知得出$\angle BAE=\angle AEB$是解决问题的关键．

14. 《九章算术》是中国传统数学最重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架．《九章算术》中记载："今有立木，系索其末，委地三尺．引索却行，去本八尺而索尽．问索长几何？"译文是："今有一竖立着的木柱，在木柱的上端系有绳索，绳索从木柱上端顺木柱下垂后，堆在地面的部分尚有3尺（实际含义是：绳索比木柱长3尺）．牵着绳索（绳索头与地面接触）退行，在距木柱根部8尺处时绳索用尽．问绳索长是多少？"设绳索长x尺，根据题意列方程为 _____．

【答案】$(x-3)^2+64=x^2$

【解析】

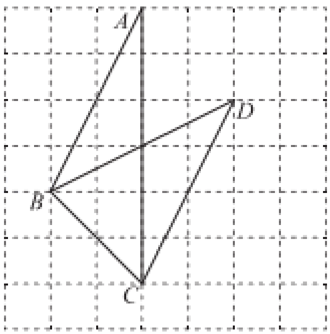
【分析】设绳索长为x尺，根据勾股定理列出方程解答即可．

【详解】解：设绳索长为x尺，可列方程为$(x-3)^2+64=x^2$，

故答案为：$(x-3)^2+64=x^2$

【点睛】本题考查了勾股定理的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键．

15. 如图所示的网格是正方形网格，点A，B，C，D是网格线交点，则$\triangle ABC$的面积与$\triangle BCD$的面积的大小关系为：$S_{\triangle ABC}$_____$S_{\triangle BCD}$（填"＞"，"＝"或"＜"）．



【答案】＝

【解析】

【分析】如图所示，连接AD，证明四边形$ABCD$是平行四边形即可得到答案．

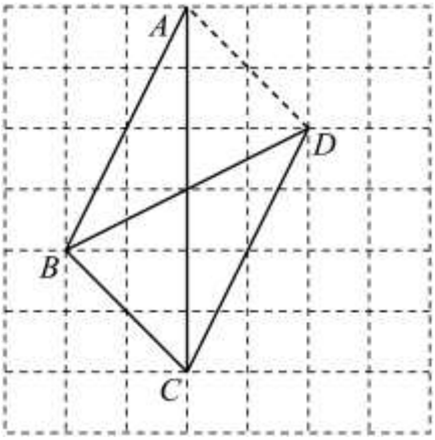
【详解】解：如图所示，连接AD，

∵$AD=BC=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$AB=CD=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，

∴四边形$ABCD$是平行四边形，

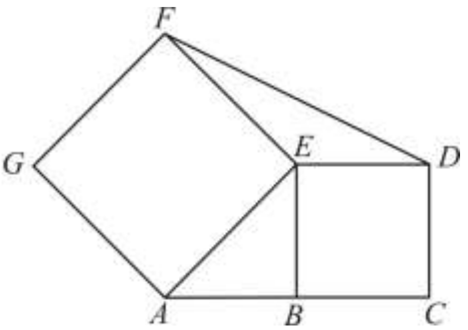
∴$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle BCD}$

故答案为：＝.



【点睛】本题主要考查了勾股定理与网格，平行四边形的性质与判定，正确作出辅助线构造平行四边形是解题的关键.

16. 如图，点 C 为线段 AB 延长线上一点，正方形 $AEFG$ 和正方形 $BCDE$ 的面积分别为 8 和 4，则△EDF 的面积为_____.

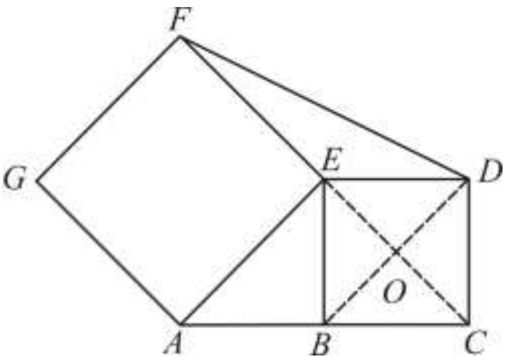


【答案】2

【解析】

【分析】如图所示，连接正方形 $BCDE$ 的对角线 CE，BD，且 CE 交 BD 于点 O，根据正方形的性质及勾股定理可得 $EF=AE=2\sqrt{2}$，$BE=CD=BC=2$，利用平角可得点 F、E、C 在同一直线上，结合三角形面积公式及图形求解即可得.

【详解】解：如图所示，连接正方形 $BCDE$ 的对角线 CE，BD，且 CE 交 BD 于点 O，



∴$\angle BEC=45°$，$CE\perp BD$，

∵正方形 $AEFG$ 和正方形 $BCDE$ 的面积分别为 8 和 4，

∴正方形 $AEFG$ 的边长为 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，正方形 $BCDE$ 的边长为 $\sqrt{4}=2$，

∴$EF=AE=2\sqrt{2}$，$BE=CD=BC=2$，

∵点 C 线段 AB 延长线上一点，

∴$\angle ABE=90°$，

∴$AB=\sqrt{AE^2-BE^2}=2$，

∴$Rt\Delta ABE$ 是等腰直角三角形，

∴$\angle AEB=45°$，

∵$\angle AEF+\angle AEB+\angle BEC=180°$，

∴点 F、E、C 在同一直线上，

∵$CE\perp BD$，

∴$OD=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\sqrt{BC^2+CD^2}=\frac{1}{2}\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{2}$，

∴$S_{�EDF}=\frac{1}{2}EF�OD=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$，

故答案为：2．

【点睛】题目主要考查正方形的基本性质及勾股定理解三角形等，理解题意，作出相应辅助线是解题关键．

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 5 分，第 27-28 题，每小题 5 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程

17. 计算：$\sqrt{12}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{24}\div\sqrt{6}$．

【答案】5

【解析】

【分析】根据二次根式混合运算的运算顺序，先算乘除，再将二次根式化成最简二次根式，最后合并同类二次根式即可得出结果．

【详解】解：$\sqrt{12}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{24}\div\sqrt{6}$

$=3+\sqrt{4}$

$=3+2$

$=5$

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，解题的关键是掌握运算法则和运算顺序．

18. 计算：（$\sqrt{5}+\sqrt{2}$）（$\sqrt{5}-\sqrt{2}$）．

【答案】3

【解析】

【分析】直接利用平方差公式进行计算即可得．

【详解】解：$\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)$

$=\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2$

$=5-2$

$=3$.

【点睛】题目主要考查二次根式的乘法及平方差公式的运算，熟练掌握运算法则是解题关键.

19. 计算：$|2-\sqrt{3}|-(\pi-\sqrt{5})^0+\sqrt{75}-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

【答案】$4\sqrt{3}-2$

【解析】

【分析】先化简绝对值、零次幂及二次根式、负整数指数幂的运算，然后进行加减计算即可.

【详解】解：$\left|2-\sqrt{3}\right|-\left(\pi-\sqrt{5}\right)^0+\sqrt{75}-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

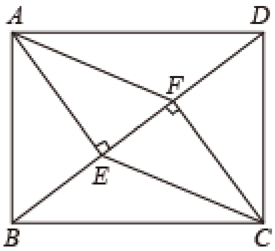
$=2-\sqrt{3}-1+5\sqrt{3}-3$

$=4\sqrt{3}-2$.

【点睛】题目主要考查绝对值、零次幂及二次根式、负整数指数幂的运算，熟练掌握运算法则是解题关键.

20. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AE\perp BD$ 于点 E，$CF\perp BD$ 于点 F，连接 AF，CE.

求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形.



【答案】见解析.

【解析】

【分析】由矩形的性质得出 $AB=CD$，$AB\parallel CD$，证明$\triangle ABE\cong\triangle CDF$（$AAS$），由全等三角形的性质得出 $AE=CF$，由平行四边形的判定可得出结论.

【详解】证明：∵$AE\perp BD$，$CF\perp BD$，

∴$\angle AEB=\angle DFC=\angle AEF=\angle CFE=90°$，

∴$AE\parallel CF$

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AB=CD$，$AB\parallel CD$，

∴$\angle ABE=\angle FDC$，

在$\triangle ABE$ 和$\triangle CDF$ 中，

$$\begin{cases}\angle ABE=\angle FDC\\ \angle AEB=\angle DFC\\ AB=CD\end{cases}$$

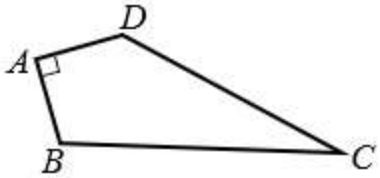
∴△ABE≌△CDF（AAS），

∴AE＝CF，

∴四边形 $AECF$ 为平行四边形；

【点睛】本题考查了矩形的性质，全等三角形的判定与性质，平行四边形的判定，熟记各性质与平行四边形的判定是解题的关键.

21. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A$＝90°，AB＝AD＝$\sqrt{2}$，BC＝$2\sqrt{5}$，CD＝4．求$\angle ADC$ 的度数.

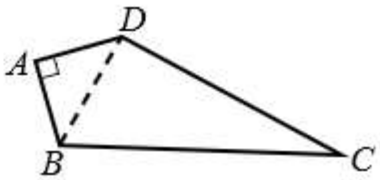


【答案】135°

【解析】

【分析】连接 BD，首先根据等腰直角三角形的性质得到$\angle BDA$＝45°，再根据勾股定理求出 BD，再根据勾股定理的逆定理证明$\angle BDC$＝90°，从而可求$\angle ADC$ 的度数.

【详解】解：如图所示，连接 BD，



∵$\angle A$＝90°，AB＝$AD=\sqrt{2}$，

∴$\angle BDA$＝45°（等边对等角），

在 Rt△ABD 中，$BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=2$，

∵CD＝4，$BC=2\sqrt{5}$，

∴BC^2＝BD^2+CD^2，

∴$\angle BDC$＝90°，

∴$\angle ADC$＝$\angle BDA$+$\angle BDC$＝135°.

【点睛】本题考查了等腰直角三角形的性质，勾股定理以及勾股定理的逆定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

22. 观察下列各式：

n＝1 时，有式①：$\sqrt{1+\frac{1}{3}}=\frac{2}{3}\sqrt{3}$；

n=2 时，有式②：$\sqrt{2+\frac{1}{4}}=\frac{3}{4}\sqrt{4}=\frac{3}{2}$；

（1）类比上述式①、式②，将下列等式补充完整：

$\sqrt{3+\frac{1}{5}}=$______；$\sqrt{()+\frac{1}{()}}=\frac{5}{6}\sqrt{6}$；

（2）请用含 n（n 为正整数）的等式表示以上各式的运算规律：______.

【答案】（1）$\frac{4}{5}\sqrt{5}$；4；6；

（2）$\sqrt{n+\frac{1}{n+2}}=\frac{n+1}{n+2}\sqrt{n+2}$.

【解析】

【分析】（1）根据题中例子发现规律求解即可得；

（2）根据题中的例题发现规律求解证明即可.

【小问 1 详解】

解：根据题中规律，根号下整数与分子相加可得计算结果的分子，分母不变，再乘以根号下的分母，可得：

$\sqrt{3+\frac{1}{5}}=\frac{4}{5}\sqrt{5}$，$\sqrt{4+\frac{1}{6}}=\frac{5}{6}\sqrt{6}$，

故答案为：$\frac{4}{5}\sqrt{5}$；4；6；

【小问 2 详解】

解：n 为正整数，分母为 n+2，

$\therefore\sqrt{n+\frac{1}{n+2}}=\frac{n+1}{n+2}\sqrt{n+2}$，

证明：$\sqrt{n+\frac{1}{n+2}}$

$=\sqrt{\frac{n\left(n+2\right)}{n+2}+\frac{1}{n+2}}$

$=\sqrt{\frac{n^2+2n+1}{n+2}}$

$=\sqrt{\frac{(n+1^2)}{n+2}}$

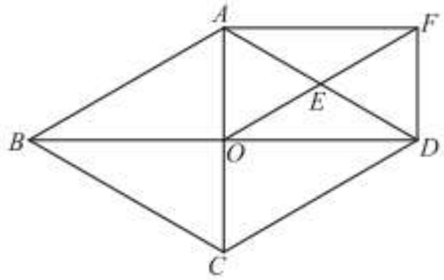
$=\left(n+1\right)\frac{1}{\sqrt{n+2}}$

$=\frac{n+1}{n+2}\sqrt{n+2}$，

故答案为：$\frac{n+1}{n+2}\sqrt{n+2}$.

【点睛】题目主要考查二次根式的化简求值，理解题中的例题是解题关键．

23. 如图，菱形 $ABCD$ 对角线 AC，BD 相交于点 O，点 E 是 AD 的中点，过点 A 作对角线 AC 的垂线，与 OE 的延长线交于点 F，连接 FD．



（1）求证：四边形 $AODF$ 是矩形；

（2）若 $AD=10$，$\angle ABC=60°$，求 OF 和 OA 长．

【答案】（1）见解析 （2）OF 和 OA 的长分别为 10 和 5

【解析】

【分析】（1）根据题意证明 $\triangle AEF \cong \triangle DEO$，先证明四边形 $AODF$ 为平行四边形，再根据 $AC \perp BD$ 即可证明；

（2）根据（1）中证明可知 $AD=OF=10$，再根据 $\angle ABC = 60°$ 可知 $\angle ABO = 30°$，可知 $OA = \frac{1}{2}AB = 5$ 即可；

【小问 1 详解】

证明：∵四边形 $ABCD$ 为菱形，

∴ $AC \perp BD$，

∵ $AF \perp OA$，

∴ $AF \parallel OD$，

∴ $\angle FAE = \angle ODE$，

∵点 E 是 AD 中点，

∴$AE=DE$，

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle DEO$ 中，

$$\begin{cases} \angle FAE = \angle ODE \\ AE = DE \\ \angle AEF = \angle DEO \end{cases},$$

∴ $\triangle AEF \cong \triangle DEO$（$ASA$），

∴$OE=EF$，

∴四边形 $AODF$ 为平行四边形，

∵ $AC \perp BD$，

∴四边形 $AODF$ 为矩形．

【小问 2 详解】

解：由（1）可知四边形 $AODF$ 为距形，

∴$AD=OF=10$，

∵ $\angle ABC = 60°$，

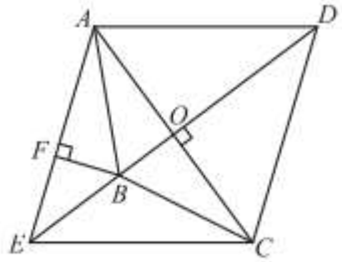
$\therefore \angle ABO = 30°$，

$\therefore OA = \dfrac{1}{2}AB = 5$，

∴OF 和 OA 的长分别为 10 和 5．

【点睛】本题考查了菱形的性质，矩形的判定和性质，以及含30°直角三角形的性质，解题的关键是掌握菱形和矩形的判定以及性质．

24. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，AD＝CD，$BD\perp AC$ 于点 O，点 E 是 DB 延长线上一点，OE＝OD，$BF\perp AE$ 于点 F．



（1）求证：四边形 $AECD$ 是菱形；

（2）若 AB 平分∠EAC，OB＝3，BE＝5，求 EF 和 AD 的长．

【答案】（1）见解析　（2）EF 和 AD 的长分别为 4 和 10

【解析】

【分析】（1）先证明 $Rt\triangle AOD \cong Rt\triangle COD$，可知 $AO=CO$，再由 $OE=OD$，可证四边形 $AECD$ 为菱形；

（2）在 $Rt\triangle BEF$ 中，由勾股定理可得，$EF = \sqrt{BE^2 - BF^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$，再由 $Rt\triangle AOE$ 中，由勾股定理可得，$AE^2 = OE^2 + OA^2$，可求解；

【小问 1 详解】

证明：$\because BD \perp AC$，

$\therefore \angle AOD = \angle COD = 90°$，

在 $Rt\triangle AOD$ 和 $Rt\triangle COD$ 中，

$$\begin{cases} DA = DC \\ OD = OD \end{cases},$$

$\therefore Rt\triangle AOD \cong Rt\triangle COD$（HL），

∴$AO=CO$，

又∵$OE=OD$，

∴四边形 $AECD$ 为菱形．

【小问 2 详解】

解：∵AB 平分 $\angle EAC$，

∴$BF=BO=3$，

在 $Rt\triangle BEF$ 中，由勾股定理可得，

$EF = \sqrt{BE^2 - BF^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$，

在 $Rt\triangle ABF$ 和 $Rt\triangle ABO$ 中，

$\begin{cases} AB = AB \\ BF = BO \end{cases}$,

∴ $Rt\triangle ABF \cong Rt\triangle ABO$（HL），

∴$AO=AF$，

设 $AO=AF=x$，$AE=4+x$，

在 $Rt\triangle AOE$ 中，由勾股定理可得，

$AE^2 = OE^2 + OA^2$，

得 $(x+4)^2 = 8^2 + x^2$，

解得 $x = 6$，

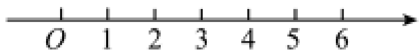
∴$AE=4+6=10$，

即 $AD=10$，

∴EF 和 AD 的长分别为 4 和 10.

【点睛】本题主要考查了菱形的判定和性质，三角形全等的判定和性质以及勾股定理，解题的关键是掌握菱形的判定和性质.

25. 如图，在数轴上标出表示 1 的点 A，和表示 5 的点 B，过点 O 作直线 l 垂直于 OA，以点 A 为圆心，以 AB 为半径在数轴的上方作弧，弧与直线 l 交于点 C，以点 O 为圆心，以 OC 为半径作弧，弧与数轴正半轴的交点 D 即为表示 $\sqrt{15}$ 的点，根据作图，利用勾股定理，可以发现，如果在直角三角形中，一边长为 $\sqrt{15}$，其他两边均为正整数，那么长为 $\sqrt{15}$ 的边是直角三角形的 _____（填“直角边”或“斜边”），直角三角形另两条边长分别为 _____、_____.

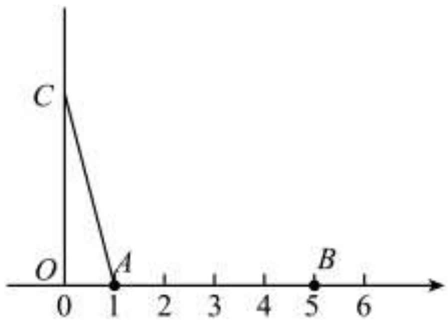


【答案】$\sqrt{15}$；1、4.

【解析】

分析】按照题意画图，即可判断.

【详解】解：如图，



由题意可知 $AB = AC = 4$，$OA = 1$，

在 $Rt\triangle OAC$ 中，由勾股定理可得，

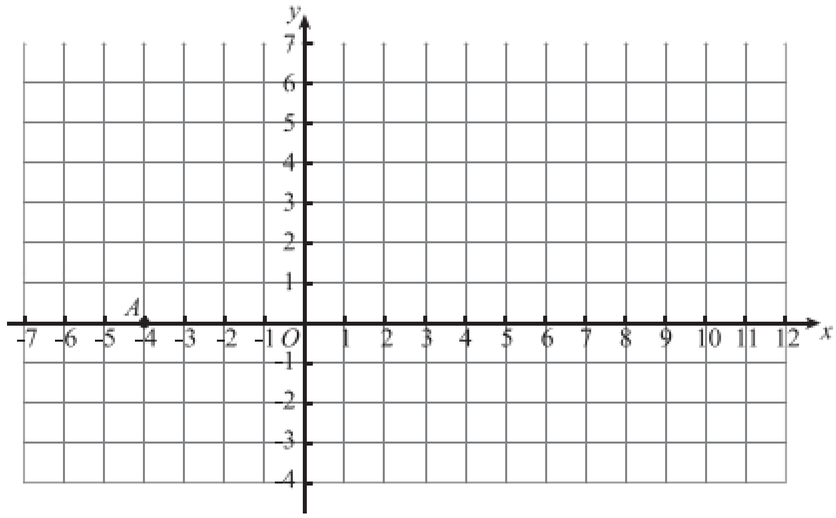
$OC = \sqrt{AC^2 - OA^2} = \sqrt{15}$，

$\sqrt{15}$ 是直角三角形的直角边，另外两边分别为 1 和 4.

故答案为：$\sqrt{15}$；1、4.

【点睛】本题考查了勾股定理的应用，按照题意准确画出图形是解题的关键．

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A（－4，0），点 B 位于 y 轴正半轴，$AB=4\sqrt{2}$，点 C 位于 x 轴正半轴，$\angle OCB=30^{\circ}$．



（1）求点 B，C 的坐标；

（2）垂直于 y 轴的直线 l 与线段 AB，BC 分别交于点 D，E，过点 D 作 $DF\perp AC$，垂足为 F，过点 E 作 $EG\perp AC$，垂足为 G．横、纵坐标都是整数的点叫做整点，记四边形 $DFGE$ 围成的区域（不含边界）为 W．若点 D 的纵坐标为 y_D，当区域 W 内整点个数达到最多时，直接写出 y_D 的取值范围．

【答案】（1）B（0，4），C（$4\sqrt{3}$，0）

（2）$2<y_D<4-\sqrt{3}$

【解析】

【分析】（1）根据题意作出图形，借助勾股定理和三角函数解直角三角形，求出 OB、OC 的长度，即可求得点 B、C 的坐标；

（2）根据题意作出图形，由题意易知四边形 $DFGE$ 为矩形，再结合（1）的结果，可设 $OF=x$，则 $DF=AF=4-x$，$OG=OC-GC=OC-\sqrt{3}EG=\sqrt{3}x$，结合图形确定区域 W 内整点个数达到最多时点 D、E 的位置，列出不等式组，解不等式组以确定 y_D 的取值范围．

【小问 1 详解】

解：如图 1，

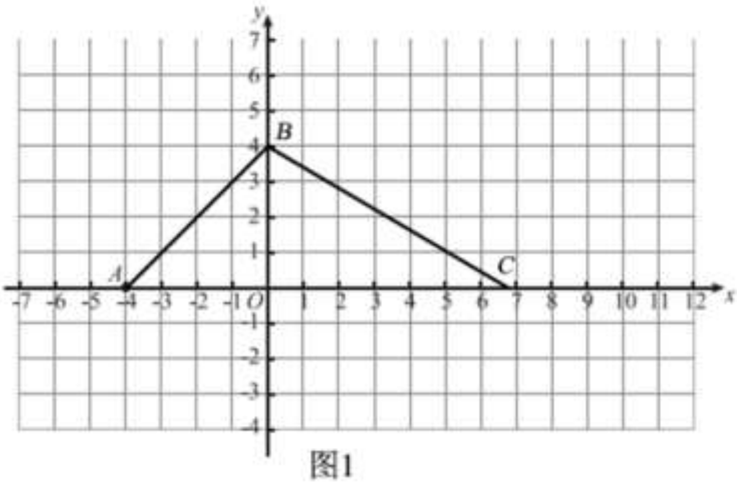


图1

∵点 A（－4，0），

∴ $OA=4$，

在 $Rt\triangle AOB$ 中，

$OB=\sqrt{AB^2-OA^2}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-4^2}=4$，

∴点 B（0，4），

在 $Rt\triangle OBC$ 中，$\tan\angle OCB=\dfrac{OB}{OC}$，即 $\tan 30°=\dfrac{4}{OC}$，

∴ $OC=\dfrac{4}{\tan 30°}=4\sqrt{3}$，

∴点 C（$4\sqrt{3}$，0）；

【小问 2 详解】

如图 2，易知四边形 $DFGE$ 为矩形，$DF=EG$，

由（1）可知，$OA=OB$，即 $\triangle OAB$ 为等腰直角三角形，$\angle OAB=45°$，

在 $Rt\triangle AFD$ 中，$AF=DF$，

在 $Rt\triangle CEG$ 中，$\angle GCE=30°$，$GC=\dfrac{EG}{\tan 30°}=\sqrt{3}EG$，

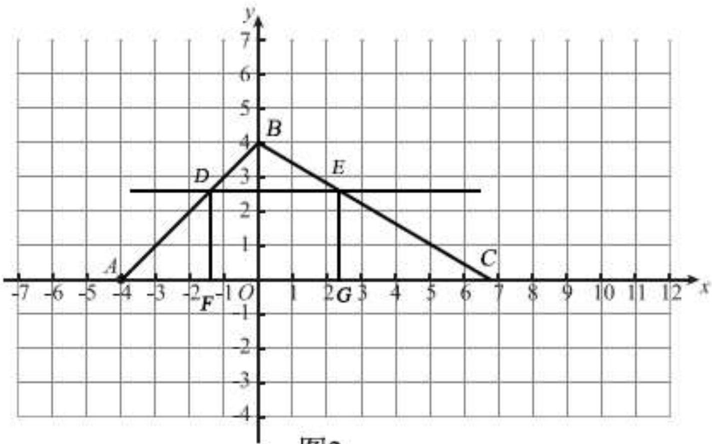


图2

设 $OF=x$，则 $DF=AF=4-x$，$OG=OC-GC=OC-\sqrt{3}EG=4\sqrt{3}-\sqrt{3}(4-x)=\sqrt{3}x$，

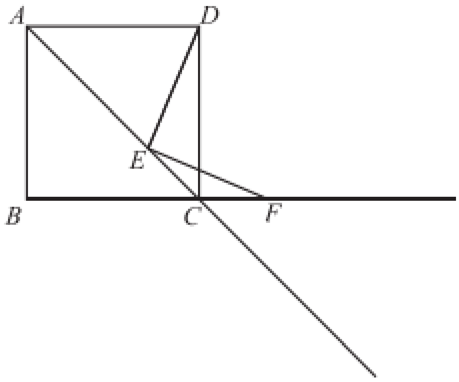
区域 W 内整点个数最多时，有$\begin{cases}4-x>2\\\sqrt{3}x>3\end{cases}$，解得$\sqrt{3}<x<2$，

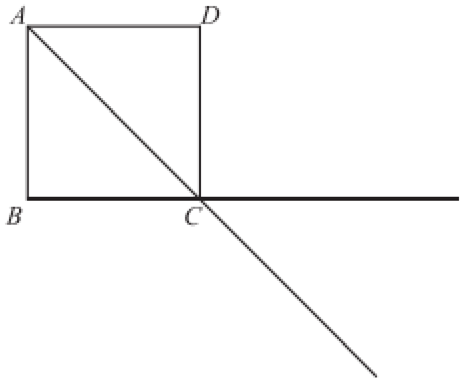
$\therefore 2<4-x<4-\sqrt{3}$，

即$2<y_D<4-\sqrt{3}$.

【点睛】本题主要考查了平面直角坐标系中点的特征、利用勾股定理和三角函数解直角三角形以及解不等式组等知识，根据题意作出图形并加以分析是解题关键.

27. 已知四边形 $ABCD$ 是正方形，点 E 为射线 AC 上一动点（点 E 不与 A，C 重合），连接 DE，过点 E 作 $EF\perp DE$，交射线 BC 于点 F，过点 D，F 分别作 DE，EF 的垂线，两垂线交于点 G，连接 CG.





备用图

（1）如图，当点 E 在对角线 AC 上时，依题意补全图形，并证明：四边形 $DEFG$ 是正方形；

（2）在（1）的条件下，猜想：CE，CG 和 AC 的数量关系，并加以证明；

（3）当点 E 在对角线 AC 的延长线上时，直接用等式表示 CE，CG 和 AC 的数量关系.

【答案】（1）见解析；

（2）$CE+CG=AC$，证明见解析；

（3）$CE+AC=CG$，证明见解析

【解析】

【分析】（1）过点 E 作 $EM\perp BC$，垂足为 M，作 $EN\perp CD$，垂足 N，然后先证明四边形 $DEFG$ 为矩形，再利用△DEN≌△FEM，得出 $ED=EF$，最后得出结论；

（2）先证明$\angle ADE=\angle CDG$，再利用△ADE≌△CDG，得出 $AE=CG$，即可证明结论；

（3）先证明$\angle ADE=\angle ADC+\angle CDE=\angle GDE+\angle CDE=\angle GDC$，再利用△$ADE$≌△$CDG$，即可得出结论.

【小问 1 详解】

过点 E 作 $EM\perp BC$，垂足为 M，作 $EN\perp CD$，垂足 N，

$\because$四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore\angle BCD=90°$，且$\angle ECN=45°$

$\therefore\angle EMC=\angle ENC=\angle BCD=90°$，$NE=NC$，

$\therefore$四边形 $EMCN$ 是正方形，

$\therefore EM=EN$，

$\because EF\perp DE$，$DG\perp DE$，$FG\perp EF$，

∴四边形 $DEFG$ 为矩形，

∵ $\angle DEN+\angle NEF=90°$， $\angle MEF+\angle NEF=90°$，

∴ $\angle DEN=\angle MEF$，

又∵ $\angle DNE=\angle FME=90°$，

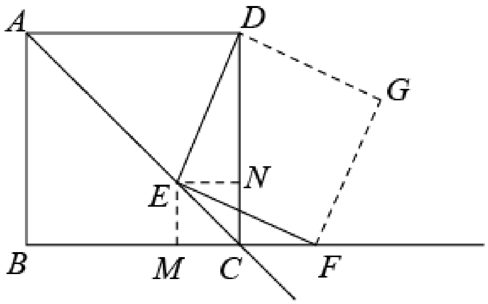
在△DEN 和△FEM 中，

$$\begin{cases}\angle DNE=\angle FME \\ EN=EM \\ \angle DEN=\angle FEM\end{cases},$$

∴△DEN≌△FEM，

∴$ED=EF$，

∴四边形 $DEFG$ 是正方形；



【小问 2 详解】

$CE+CG=AC$，

证明：∵四边形 $DEFG$ 是正方形，

∴$DE=DG$， $\angle EDC+CDG=90°$，

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AD=DC$， $\angle ADE+\angle EDC=90°$，

∴ $\angle ADE=\angle CDG$，

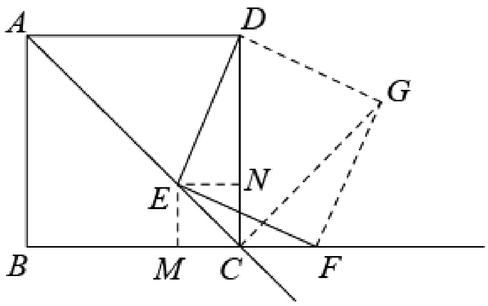
在△ADE 和△CDG 中，

$$\begin{cases}AD=CD \\ \angle ADE=\angle CDG \\ DE=DG\end{cases},$$

∴△ADE≌△CDG，

∴$AE=CG$，

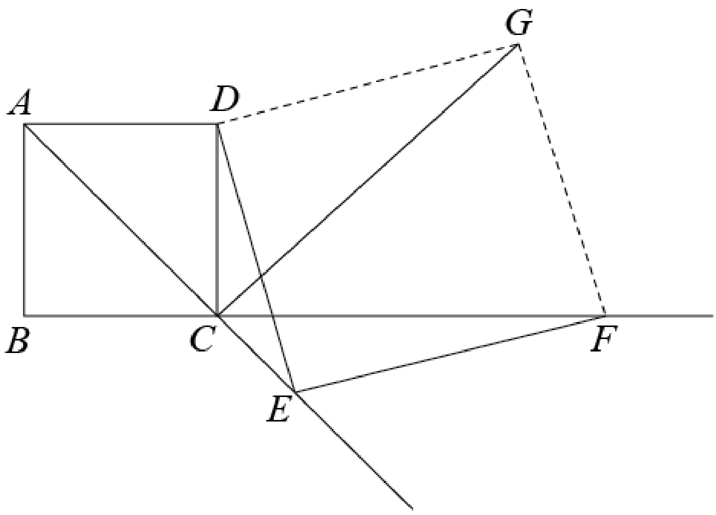
∴$CE+CG=CE+AE=AC$；



【小问 3 详解】

$CG=AC+CE$，

如图：



∵四边形 $ABCD$ 为正方形，四边形 $DEFG$ 为正方形，

∴$AD=CD$，$\angle ADC=90^{\circ}$，$ED=GD$,且$\angle GDE=90^{\circ}$，

∴$\angle ADE=\angle ADC+\angle CDE=\angle GDE+\angle CDE=\angle GDC$，

在△ADE 和△CDG 中，

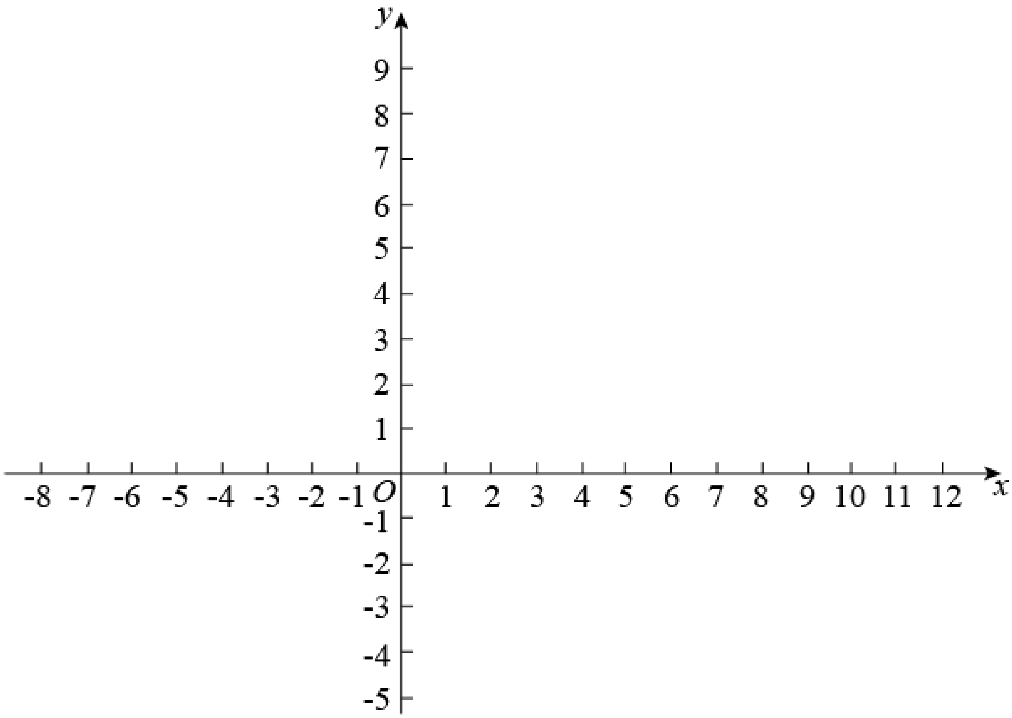
$$\begin{cases} AD=CD \\ \angle ADE=\angle CDG \\ DE=DG \end{cases},$$

∴△ADE≌△CDG，

∴$AE=CG=AC+CE$；

【点睛】本题主要考查了正方形的性质和判定，三角形的全等的性质和判定，解题的关键是正确作出辅助线．

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的线段 AB 和图形 M，给出如下的定义：若图形 M 是以 AB．为对角线的平行四边形，则称图形 M 是线段 AB 的"关联平行四边形"．点 A（8，a），点 B（2，b），



（1）当 a＝8，b＝－2 时，若四边形 $AOBC$ 是线段 AB 的"关联平行四边形"，则点 C 的坐标是 ______；

（2）若四边形 $AOBC$ 是线段 AB 的"关联平行四边形"，求对角线 OC 的最小值；

（3）若线段 AB 的"关联平行四边形"$AOBC$ 是正方形，直接写出点 C 的坐标.

【答案】（1）（10 6）；

（2）OC 最小为 10;

（3）点 C 的坐标为(10,-6)或(10,6).

【解析】

【分析】（1）根据题意在图中描点，然后依据平行四边形的性质求解即可得出结果；

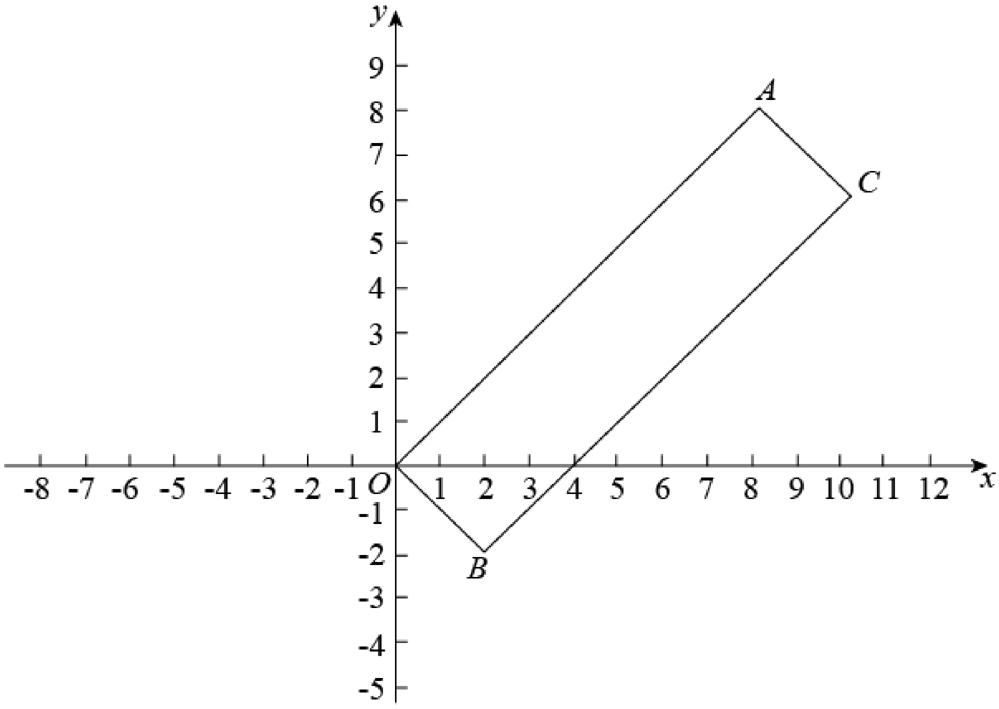
（2）设点 C（x,y），根据平行四边形的性质得出 $C(10,a+b)$，利用坐标系中两点间的距离得出

$OC=\sqrt{10^2+\left(a+b\right)^2}$，即可确定 OC 的最小值；

（3）分两种情形讨论：当点 B 在 x 轴上方，点 A 在 x 轴下方时；当点 B'在 x 轴下方，点 A'在 x 轴上方时；利用全等三角形的判定和性质结合（2）中得出点 C 的坐标代入求解即可得出结果.

【小问 1 详解】

解：如图所示，设点 C（x,y），



∵四边形 $AOBC$ 是线段 AB 的“关联平行四边形”，

∴$AO // BC$，$AO=BC$，

得出：$\begin{cases}8-0=x-2\\8-0=y+2\end{cases}$，

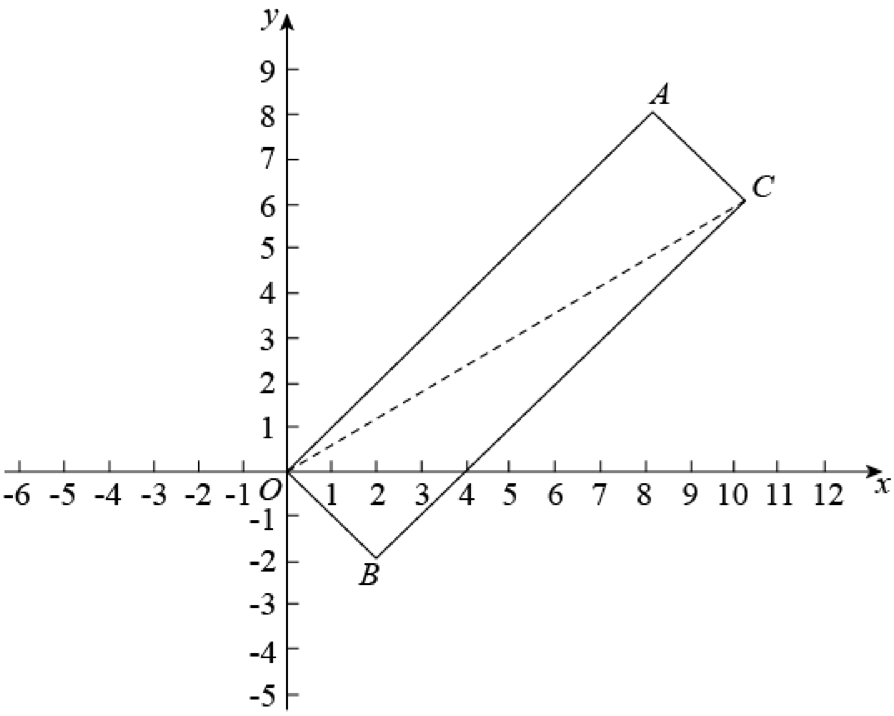
解得：$\begin{cases}x=10\\y=6\end{cases}$，

∴C（10,6）；

故答案为：（10,6）；

【小问 2 详解】

解：如图所示，连接 OC，



设点 C（x,y），$A(8,a)$，$B(2,b)$，

∵四边形 $AOBC$ 是线段 AB 的"关联平行四边形"，

∴$AO\parallel BC$，$AO=BC$，

得出：$\begin{cases}8-0=x-2\\a-0=y-b\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=10\\y=a+b\end{cases}$，

∴$C(10,a+b)$，

$OC=\sqrt{10^2+\left(a+b\right)^2}$，

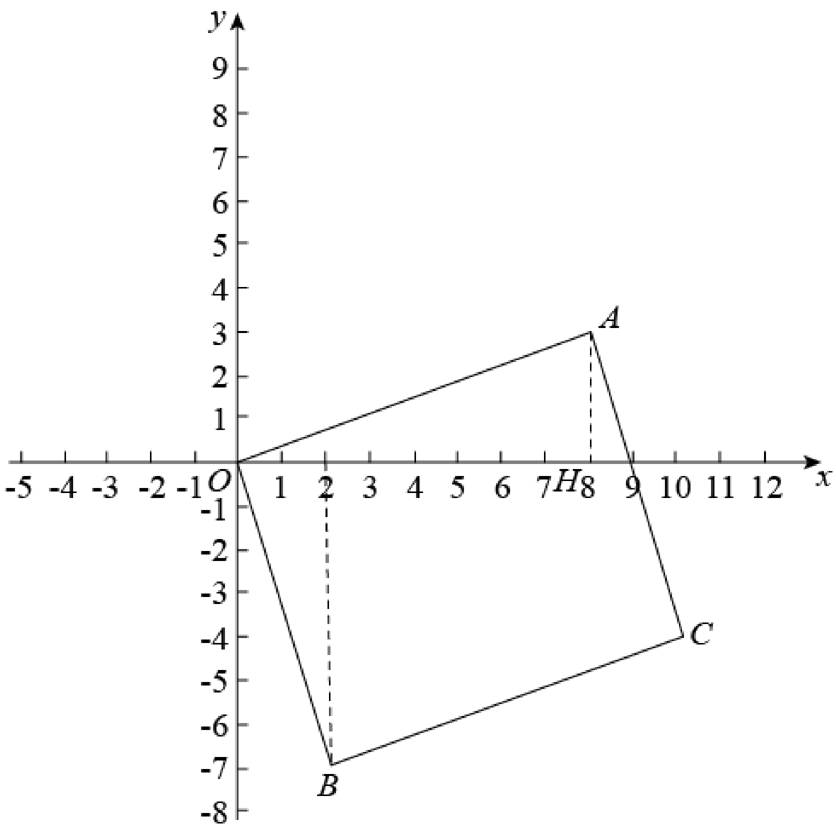
当 $a+b=0$ 时，

OC 最小为 10；

【小问 3 详解】

解：如图所示，当点 B 在 x 轴上方，点 A 在 x 轴下方时，过点 A 作 $AH\perp x$ 轴，过点 B 作 $BG\perp x$ 轴，

∴ $\angle AHO=\angle BGO=90°$，



∵四边形 $OACB$ 为正方形，

∴$OA=OB$，$\angle AOB=90°$，

∴$\angle AOH+\angle BOG=90°$，

∵$\angle AOH+\angle OAH=90°$，

∴$\angle OAH=\angle BOG$，

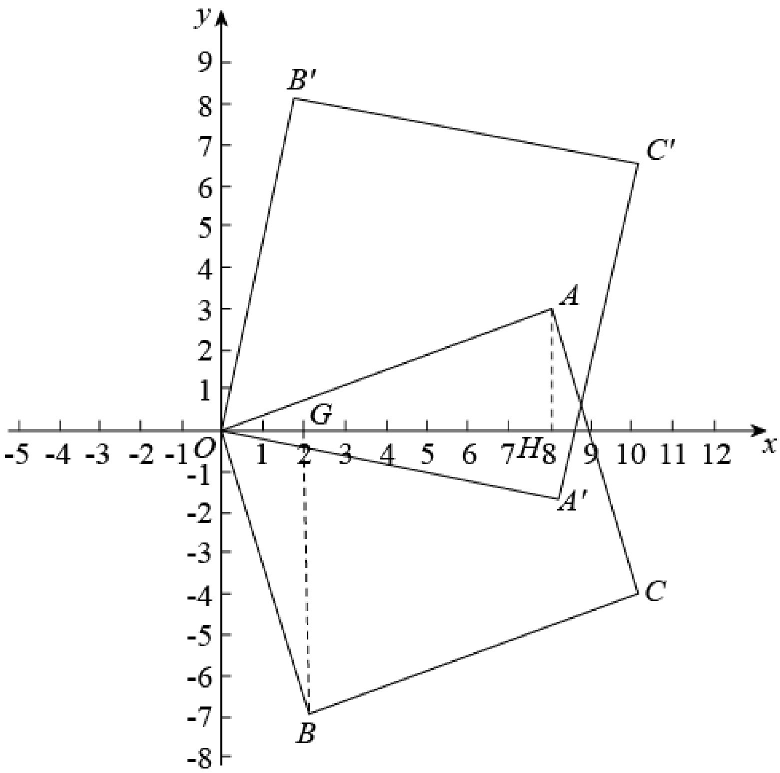
∴$\Delta AOH\cong\Delta BOG$，

∴$AH=OG=2$，$OH=BG=8$，

∴$A(8,2)$，$B(2,-8)$，

由（2）可得：$C(10,-6)$;

如图所示，当点 B'在 x 轴下方，点 A'在 x 轴上方时，



同理可得：A’(8,-2)，B’(2,8)，

由（2）可得：C(10,6)；

综上可得：点 C 的坐标为(10,-6)或(10,6).

【点睛】题目主要考查坐标与图形，平行四边形、矩形、正方形 性质，全等三角形的判定和性质等，理解题意，综合运用这些知识点是解题关键.