2022 北京七中初二（上）期中

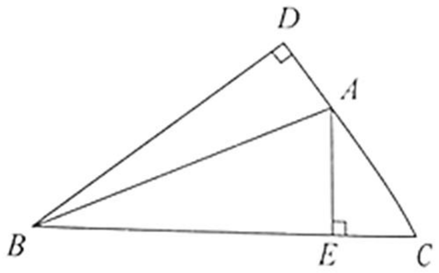
数　　学

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）第 1～10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 下列垃圾分类的标志中，是轴对称图形的是（　　）

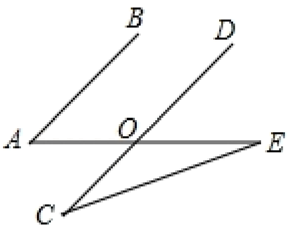
A. 　　B. 　　C. 　　D. 

2. 如图所示，ΔABC 的边 AC 上的高是（　　）



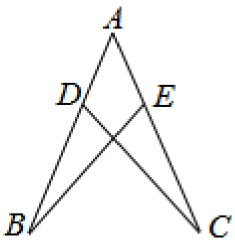
A. 线段 AE　　B. 线段 BA　　C. 线段 BD　　D. 线段 DA

3. 如图，$AB // CD$，$\angle A = 45°$，$\angle C = 30°$，则 $\angle E$ 的度数是（　　）



A. 10°　　B. 15°　　C. 20°　　D. 25°

4. 如图，在$\triangle AEB$ 和$\triangle ADC$ 中，$AD = AE$，添加下列条件，不能判定这两个三角形全等　是（　　）

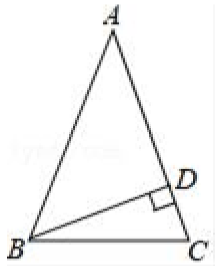


A. $\angle B = \angle C$　　B. $AC = AB$　　C. $\angle ADC = \angle AEB$　　D. $BE = CD$

5. 已知一个多边形的内角和为 1080°，则这个多边形是（　　）

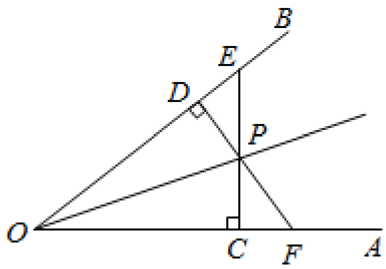
A. 九边形　　B. 八边形　　C. 七边形　　D. 六边形

6. 如图△ABC 中，∠C=∠ABC=2∠A，BD 是边 AC 上的高，则∠DBC 的度数是（　　）



A. 36°　　　　B. 26°　　　　C. 18°　　　　D. 16°

7. 如图，OP 平分 $\angle AOB$，$PC\perp OA$ 于点 C，$PD\perp OB$ 于点 D，延长 CP，DP 交 OB，OA 于点 E，F．下列结论错误的是（　　）

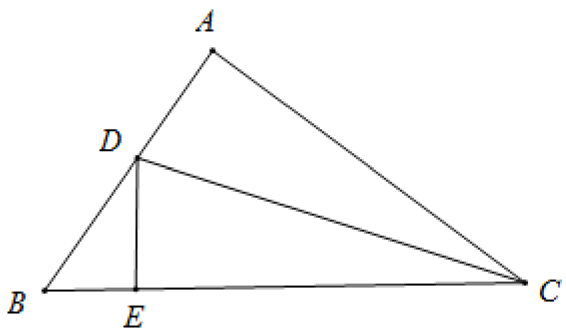


A. $PC=PD$　　　　B. $OC=OD$　　　　C. $\angle CPO=\angle DPO$　　　　D. $PC=PE$

8. 已知等腰三角形的一边长为5，另一边长为10，则这个等腰三角形的周长为（　　）

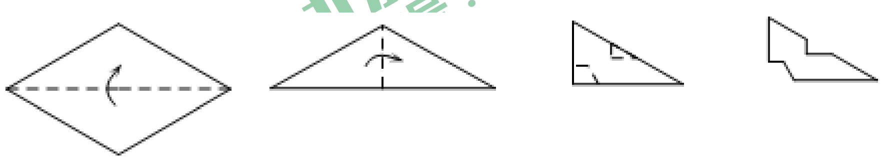
A. 25　　　　B. 25 或 20　　　　C. 20　　　　D. 15

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D，E 分别在边 AB，BC 上，点 A 与点 E 关于直线 CD 对称．若 $AB=7$，$AC=9$，$BC=12$，则 $\triangle DBE$ 的周长为（　　）

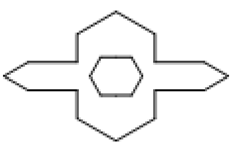
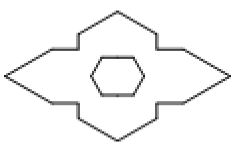
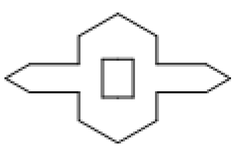
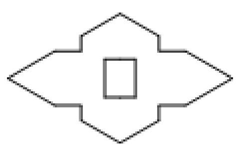


A. 9　　　　B. 10　　　　C. 11　　　　D. 12

10. 剪纸是我国传统 民间艺术．如图①，②将一张纸片进行两次对折后，再沿图③中的虚线裁剪，最后将图④中的纸片打开铺平，所得图案应该是（　　）



①　　　　②　　　　③　　　　④

A. 　B. 　C. 　D. 

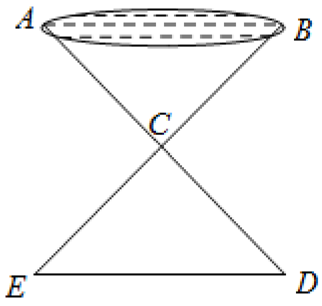
二、填空题（本题共 18，每小题 2 分）

11. 点 $A(-1,3)$ 关于 x 轴对称点　坐标为_____.

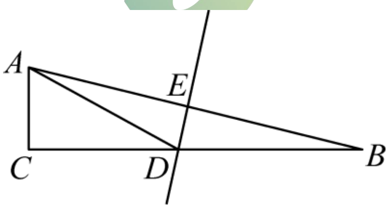
12. 如果三角形的三边长分别为 5，7，a，那么 a 的取值范围为_____.

13. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=30°$，$\angle B=2\angle C$，则 $\angle C$ 的度数是_____.

14. 如图，有一池塘，要测池塘两端 A、B 两点的距离，可先在平地上取一个可以直接到达 A、B 两点的 C，连接 AC 并延长 AC 到点 D，使 $CD=CA$，连结 BC 并延长 BC 到点 E，使 $CE=CB$，连接 DE，那么量出 DE 的长就等于 AB 的长．这是因为可根据_____方法判定 $\triangle ABC≌\triangle DEC$

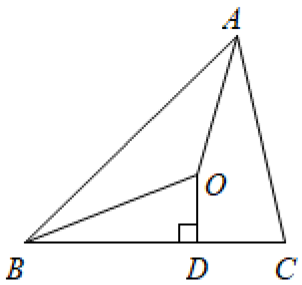


15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle B=15°$，AB 的垂直平分线交 BC 于点 D，交 AB 于点 E，若 $AC=8$，则 $BD=$_____.

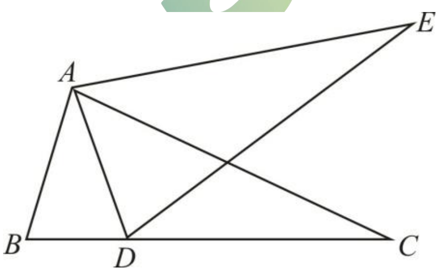


16. 如果等腰三角形的一个内角是 40°，那么这个等腰三角形顶角的度数是_____.

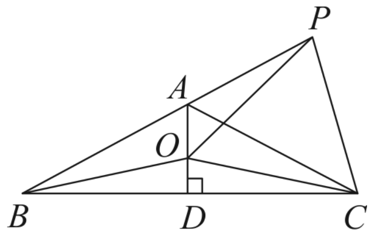
17. 如图所示，点 O 是 $\triangle ABC$ 内一点，BO 平分 $\angle ABC$，$OD\perp BC$ 于点 D，连接 OA，若 $OD=5$，$AB=20$，则 $\triangle AOB$ 的面积是_____.



18. 如图，$\triangle ABC≌\triangle ADE$，点 D 在边 BC 上，$\angle EAC=36°$，则 $\angle B=$_______°.



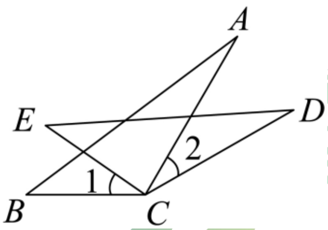
19. 如图，等腰$\triangle ABC$，$AB=AC$，$\angle BAC=120^\circ$，$AD\perp BC$于点D，点P是BA延长线上一点，点O是线段AD上一点，$OP=OC$，下面的结论：①$\angle APO+\angle DCO=30^\circ$；②$BC=2PC$；③$\angle APO=\angle DCO$；④$AB=AO+AP$其中正确的是_____.（填序号）



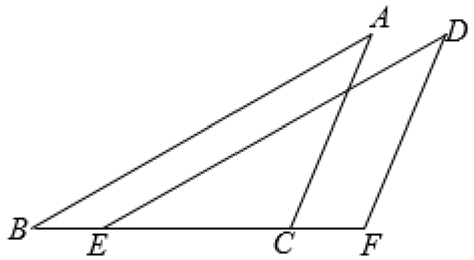
三．解答题（本题52分，20～22题每小题4分，23，24题每小题5分，25题6分，26题5分，27，28题每小题6分，29题7分）

20. 如图，$CD=CA$，$\angle 1=\angle 2$，$EC=BC$.

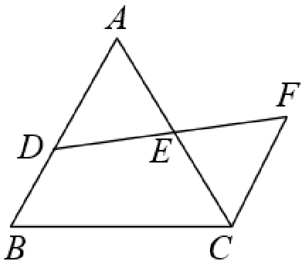
求证：$DE=AB$.



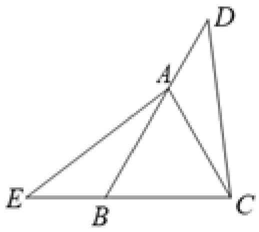
21. 如图，$AB=DE$，$AC=DF$，$BE=CF$．求证：$AC\parallel DF$.



22. 如图，D是AB上一点，DF交AC于点E，$DE=EF$，$FC\parallel AB$，求证：$AE=CE$.



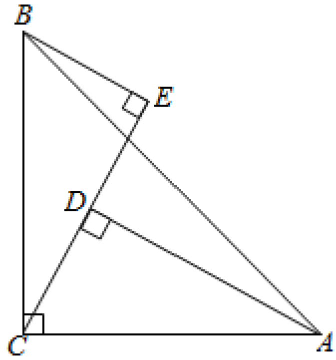
23. 如图，$\triangle ABC$是等边三角形，D，E分别是BA，CB延长线上的点，且AD=BE．求证：AE＝CD.



24. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，$BE\perp CE$于点E，$AD\perp CE$于点D.

（1）求证：$\triangle BCE\cong\triangle CAD$；

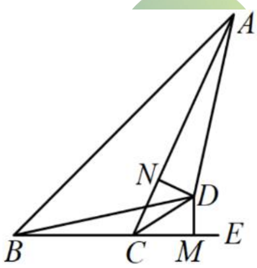
（2）若$AD=12$，$BE=5$，求ED的长.



25. 已知：如图，点B、C、E三点在同一条直线上，CD平分$\angle ACE$，$\angle DBM=\angle DAN$，$DM\perp BE$于M，$DN\perp AC$于N.

（1）求证：$\triangle BDM\cong\triangle ADN$；

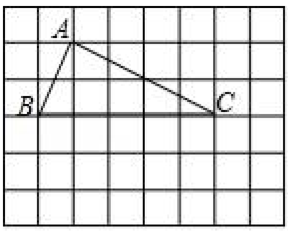
（2）若$AC=2$，$BC=1$，求CM的长.



26. 如图，在边长为1个单位长度的小正方形组成的网格中，按要求作图.

（1）利用尺规作图在AC边上找一点D，使点D到AB、BC的距离相等.（不写作法，保留作图痕迹）

（2）在网格中，$\triangle ABC$ 下方，直接画出$\triangle EBC$，使$\triangle EBC$与$\triangle ABC$全等.



27. 小红发现，任意一个直角三角形都可以分割成两个等腰三角形．已知：在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$．求作：直线CD，使得直线CD将$\triangle ABC$分割成两个等腰三角形．下面是小红设计的尺规作图过程．

作法：如图，

①作直角边CB的垂直平分线MN，与斜边AB相交于点D；

②作直线CD.

所以直线 CD 就是所求作的直线．根据小红设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

证明：∵直线 MN 是线段 CB 的垂直平分线，点 D 在直线 MN 上，

∴ $DC=DB$．（　　）（填推理的依据）

∴ $\angle DCB=\angle$ ______．

∵ $\angle ACB=90°$，

∴ $\angle ACD=90°-\angle DCB$，

$\angle A=90°-\angle$ ______．

∴ $\angle ACD=\angle A$．

∴ $DC=DA$．（　　）（填推理　依据）

∴ $\triangle DCB$ 和 $\triangle DCA$ 都是等腰三角形．

28．阅读下面材料：

小明遇到这样一个问题：

如图 1，在 ΔABC 中，AD 平分 $\angle BAC$，$\angle ABC=2\angle C$．求证：$AC=AB+BD$

小明通过思考发现，可以通过“截长、补短”两种方法解决问题：

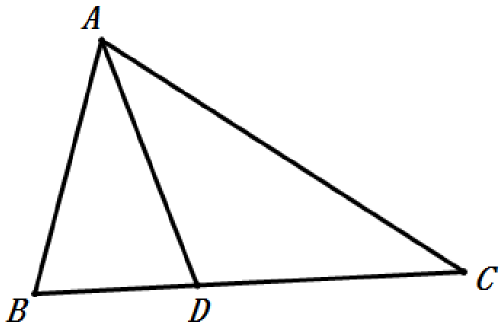


图1

方法 1：如图 2，在 AC 上截取 AE，使得 $AE=AB$，连接 DE，可以得到全等三角形，进而解决问题

方法二：如图 3，延长 AB 到点 E，使得 $BE=BD$，连接 DE，可以得到等腰三角形，进而解决问题

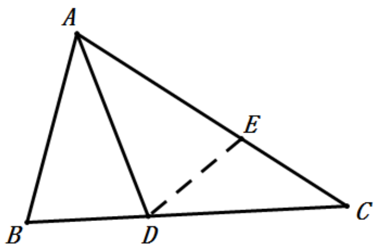


图2

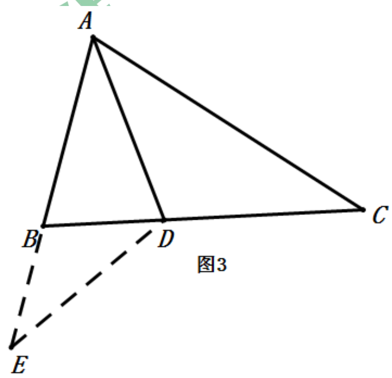


图3

（1）根据阅读材料，任选一种方法证明 $AC=AB+BD$

（2）根据自己的解题经验或参考小明的方法，解决下面的问题：如图 4，四边形 $ABCD$ 中，E 是 BC 上一点，$EA=ED$，$\angle DCB=2\angle B$，$\angle DAE+\angle B=90°$，探究 DC、CE、BE 之间的数量关系，并证

明

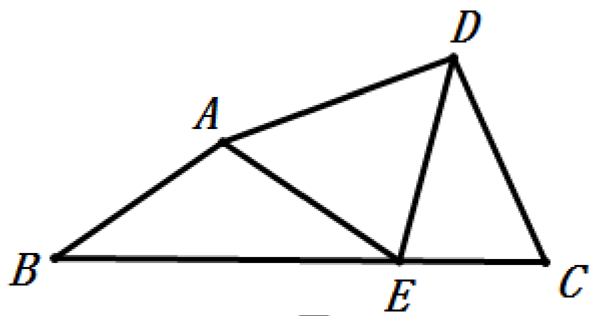
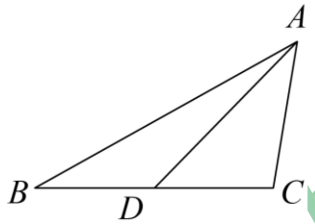


图4

29. 在$\triangle ABC$中，D是BC的中点，且$\angle BAD \neq 90°$，将线段AB沿AD所在直线翻折，得到线段AB'，作$CE \parallel AB$交直线AB'于点E.



（1）如图，若$AB > AC$，

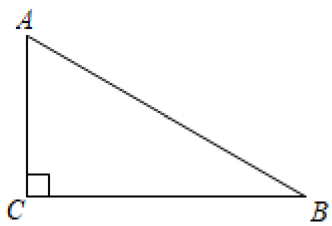
①依题意补全图形；

②用等式表示线段AB, AE, CE之间的数量关系，并证明；

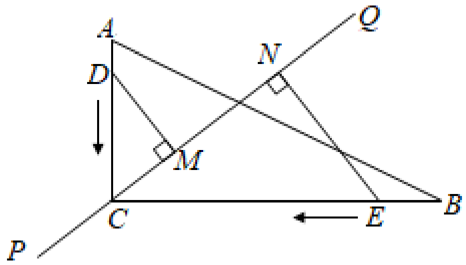
（2）若$AB < AC$，上述结论是否仍然成立？若成立，简述理由：若不成立，直接用等式表示线段AB, AE, CE之间新的数量关系（不需证明）.

附加题（共10分，不计入总分，1题2分，2题3分，3题5分）

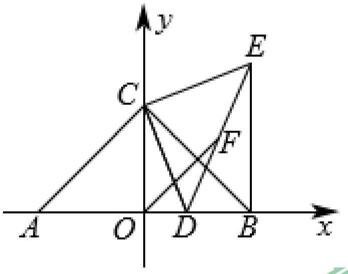
30. 如图，要把一块三角形的草坪均匀的分成三块，如果$\angle C$=90°，$\angle B$=30°，要使这三块草坪大小和形状都相同，请你试着分一分，并在图上画出来（尺规作图，保留作图痕迹）.



31. 如图，直线PQ经过$Rt\triangle ABC$的直角顶点C，$\triangle ABC$的边上有两个动点D、E，点D以1cm/s的速度从点A出发，沿$AC \rightarrow CB$移动到点B，点E以3cm/s的速度从点B出发，沿$BC \rightarrow CA$移动到点A，两动点中有一个点到达终点后另一个点继续移动到终点．过点D、E分别作$DM \perp PQ$，$EN \perp PQ$，垂足分别为点M、N，若AC=6cm，BC=8cm，设运动时间为t，则当t=__________ s时，以点D、M、C为顶点的三角形与以点E、N、C为顶点的三角形全等.



32. 在平面直角坐标系 xOy 中，$A(-1,0)$，$B(1,0)$，$C(0,1)$，点 D 在 x 轴正半轴上，点 E 为第一象限内一点，且 $CE\perp CD$，$CE=CD$．



（1）证明：$\angle EBC=\angle CAB$；

（2）取 DE 的中点 F，连接 OF，试判断 OF 与 AC 的位置关系，并说明理由．

参考答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）第 1～10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 【答案】B

【解析】

【分析】根据轴对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【详解】A.不是轴对称图形，故本选项不符合题意，

B.是轴对称图形，故本选项符合题意，

C.不是轴对称图形，故本选项不符合题意，

D.不是轴对称图形，故本选项不符合题意，

故选：B.

【点睛】本题考查了轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

2. 【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形的高解答即可，三角形的一个顶点到它的对边所在直线的垂线段叫做这个三角形的高.

【详解】A.线段 AE 是△ABC 的边 BC 上的高，故不符合题意；

B.线段 BA 不是任何边上的高，故不符合题意；

C.线段 BD 是△ABC 的边 AC 边上的高，故符合题意；

D.线段 DA 是△ABD 的边 BD 上的高，故不符合题意；

故选 C.

【点睛】本题考查了三角形的高线，熟练掌握三角形高线的定义是解答本题的关键.

3. 【答案】B

【解析】

【分析】根据平行线的性质求出关于$\angle DOE$，然后根据外角的性质求解.

【详解】解：$\because AB\parallel CD$，$\angle A=45°$，

$\therefore \angle A=\angle DOE=45°$，

$\because \angle DOE=\angle C+\angle E$，

又$\because \angle C=30°$，

$\therefore \angle E=\angle DOE-\angle C=15°$.

故选：B

【点睛】本题比较简单，考查的是平行线的性质及三角形内角与外角的关系．掌握两直线平行，内错角相等；三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和是解题关键.

4. 【答案】D

【解析】

【分析】根据三角形全等判定定理解题即可．

【详解】解：A 选项对应角角边，可以判定全等；

B 选项对应边角边，可以判定全等；

C 选项对应角边角，可以判定全等；

D 选项只能是边边角，无法判定全等；

故选 D．

【点睛】本题考查三角形全等的判定定理，能够熟练运用判定定理是解题关键．

5．【答案】B

【解析】

【分析】n 边形的内角和是（$n-2$）•180°，如果已知多边形的边数，就可以得到一个关于边数的方程，解方程就可以求出多边形的边数．

【详解】根据 n 边形的内角和公式，得

（$n-2$）•180=1080，

解得 $n=8$，

∴这个多边形的边数是 8，

故选 B．

【点睛】本题考查了多边形的内角与外角，熟记内角和公式和外角和定理并列出方程是解题的关键．根据多边形的内角和定理，求边数的问题就可以转化为解方程的问题来解决．

6．【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形的内角和定理与∠C=∠ABC=2∠A，即可求得△ABC 三个内角的度数，再根据直角三角形的两个锐角互余求得∠DBC 的度数．

【详解】∵∠A+∠C+∠ABC=180°，∠C=∠ABC=2∠A，

∴2∠A+2∠A+∠A=180°，

解得，∠A=36°，

则∠C=72°，

∵BD 是边 AC 上的高，

∴∠BDC=90°，

∴∠DBC=90°－∠C=18°，

故选 C．

【点睛】考查三角形的内角和定理以及高的性质，掌握三角形的内角和等于 180°是解题的关键．

7．【答案】D

【解析】

【分析】根据 AAS 证明△POD≌△POC（AAS），即可依次判断．

【详解】解：∵OP 平分 $\angle AOB$，

∴ $\angle POD=\angle POC$，

∵ $PD\perp OB$，$PC\perp OA$，

∴ $\angle PCO=\angle PDO$，

在△POD 和△POC 中，

$$\begin{cases}\angle PDO=\angle PCO\\ \angle DOP=\angle COP\\ OP=OP\end{cases},$$

∴ △POC≌△POD（AAS），

∴ $PC=PD$，$OC=OD$，$\angle CPO=\angle DPO$，故 A，B，C 正确；

故选：D.

【点睛】本题考查全等三角形的判定和性质，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考常考题型.

8. 【答案】A

【解析】

【分析】两条边长为 5 和 10 的等腰三角形，分腰为 5 和腰为 10 两种情况讨论，最近验证能否组成三角形.

【详解】分两种情况：

当腰为 5 时，5+5=10，所以不能构成三角形；

当腰为 10 时，5+10＞10，所以能构成三角形，周长是：10+10+5=25.

故选：A.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系；已知没有明确腰和底边时要分类进行讨论，再验证能否构成三角形.

9. 【答案】B

【解析】

【分析】连接 AE，交 CD 于点 O，由点 A 与点 E 关于直线 CD 对称，可证得 $AE\perp CD$，$AO=OE$，继而可证明 $\triangle AOC\cong\triangle EOC(SAS)$，由全等三角形对应边相等解得 $AC=EC$，同理可证 $\triangle AOD\cong\triangle EOD(SAS)$ 及 $AD=AE$，最后结合线段的和差与已知条件解题即可.

【详解】连接 AE，交 CD 于点 O，

∵ 由点 A 与点 E 关于直线 CD 对称，

∴ $AE\perp CD$，$AO=OE$

在 $\triangle AOC$ 与△EOC 中，

$$\because\begin{cases}AO=OE\\ \angle AOC=\angle EOC\\ OC=OC\end{cases}$$

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle EOC(SAS)$

$\therefore AC = EC$

同理，在$\triangle AOD$与$\triangle EOD$中，

$$\because \begin{cases} AO = OE \\ \angle AOD = \angle EOD \\ OD = OD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle EOD(SAS)$

$\therefore AD = AE$

$\because AB = 7$， $AC = 9$， $BC = 12$，

$\therefore \triangle DBE$的周长为：

$BD + DE + BE$

$= BD + AD + (BC - EC)$

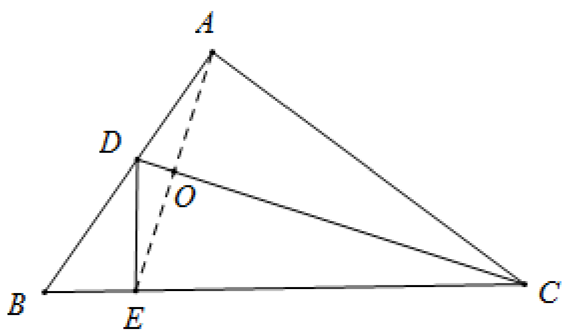
$= BD + AD + (BC - AC)$

$= AB + BC - AC$

$= 7 + 12 - 9$

$= 10$

故选：B．

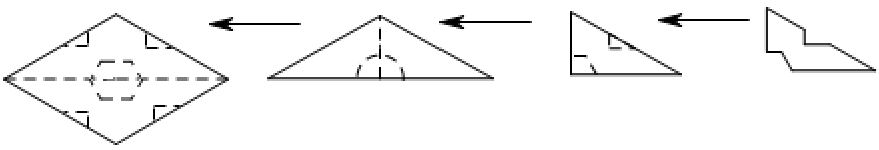


【点睛】本题考查全等三角形的判定与性质等知识，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键．

10. 【答案】B

【解析】

【分析】对于此类问题，只要依据翻折变换，将最后一个图中的纸片按顺序打开铺平即可得到答案．

【详解】

还原后只有 B 符合题意，

故选 B．

【点睛】此题主要考查了剪纸问题，解答此题的关键是根据折纸的方式及剪的位置进行准确分析，可以直观的得到答案．

二、填空题（本题共18，每小题2分）

11. 【答案】$(-1,-3)$

【解析】

【分析】根据点关于 x 轴对称的特征解题即可.

【详解】解：∵关于 x 轴对称，

∴横坐标不变纵坐标相反，坐标为：$(-1,-3)$，

故答案为：$(-1,-3)$.

【点睛】本题主要考查点的对称的特征，能够根据特征写出坐标是解题关键.

12. 【答案】$2<a<12$

【解析】

【分析】根据三角形的三边关系即可解答.

【详解】由三角形任意两边的和大于第三边以及三角形任意两边之差小于第三边可知：

$7-5<a<7+5$

即 $2<a<12$

故答案为：$2<a<12$.

【点睛】此题考查三角形的三边关系：三角形任意两边的和大于第三边；熟记该性质是本题的解题关键.

13. 【答案】$50°$ ##50度

【解析】

【分析】通过三角形内角和定理解题即可.

【详解】解：∵在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=30°$，$\angle B=2\angle C$，$\angle C+\angle A+\angle B=180°$，

∴ $\angle C+30°+2\angle C=180°$，解得 $\angle C=50°$，

故答案为：$50°$

【点睛】本题主要考查三角形内角和定理，能够熟练运用内角和定理列式是解题关键.

14. 【答案】SAS

【解析】

【分析】图形中隐含对顶角的条件，利用两边且夹角相等容易得到两个三角形全等.

【详解】在△ABC 和△DEC 中，$\begin{cases} CD=AC \\ \angle DCE=\angle ACB \\ CE=CB \end{cases}$，

∴△ABC≌△DEC，（SAS）

故答案为：SAS

15. 【答案】16

【解析】

【分析】根据线段垂直平分线的性质将 BD 的长度转化为 AD 的长度，在 $Rt\triangle ACD$ 中，利用含30度角的直

角三角形来求 AD 的长度.

【详解】∵ DE 是 AB 的垂直平分线

$\therefore AD=BD$，$\triangle ADB$ 是等腰三角形

$\therefore \angle ADC=2\angle B=2\times15°=30°$

$\because \angle C=90°$

$\therefore Rt\triangle ACD$ 中，$AD=2AC=2\times8=16$

$\therefore BD=AD=16$

故答案为：16.

【点睛】本题考查了含 30 度角的直角三角形和线段垂直平分线的性质，解题的关键是垂直平分线上任意一点，到线段两端点的距离相等.

16. 【答案】$40°$ 或 $100°$ ##$100°$ 或 $40°$ ##40 度或 100 度##

100 度或 40 度

【解析】

【分析】根据等腰三角形的性质，分两种情况求出这个等腰三角形顶角的度数即可.

【详解】若 $40°$ 的内角是该等腰三角形的顶角，则顶角度数为 $40°$；

若 $40°$ 的内角是该等腰三角形的一个底角，则根据等腰三角形两底角相等的性质以及三角形内角和定理，可知顶角的度数为：$180°-40°\times2=100°$；

故答案为：$40°$ 或 $100°$.

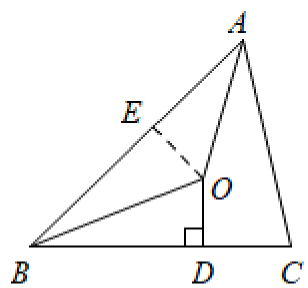
【点睛】题主要考查了等腰三角形的性质和三角形内角和定理，在计算等腰三角形有关边、角的问题时，要注意利用分类讨论的思想进行全面讨论．此类题目考查基本知识的同时，树立分类讨论思想，培养学生全面思考问题的数学素养.

17. 【答案】50

【解析】

【分析】根据角平分线的性质求出 OE，最后用三角形的面积公式即可解答.

【详解】解：过 O 作 $OE\perp AB$ 于点 E，



$\because BO$ 平分 $\angle ABC$，$OD\perp BC$ 于点 D，

$\therefore OE=OD=5$，

$\therefore \triangle AOB$ 的面积$=\dfrac{1}{2}AB\cdot OE=\dfrac{1}{2}\times20\times5=50$，

故答案为：50.

【点睛】此题考查角平分线的性质，关键是根据角平分线的性质得出$OE=OD$解答.

18. 【答案】72°

【解析】

【分析】先由$\triangle ABC\cong\triangle ADE$，得到$AB=AD,\angle BAC=\angle DAE$，继而解得$\angle BAD=\angle EAC=36^\circ$，由等边对等角解得$\angle B=\angle ADB$，最后根据三角形内角和180°解题即可.

【详解】$\because\triangle ABC\cong\triangle ADE$

$\therefore AB=AD,\angle BAC=\angle DAE$

$\therefore\angle BAD+\angle DAC=\angle EAC+\angle DAC$

$\therefore\angle BAD=\angle EAC=36^\circ$

$\therefore\angle B=\angle ADB$

$=\dfrac{1}{2}(180^\circ-\angle BAD)$

$=\dfrac{1}{2}(180^\circ-36^\circ)$

$=72^\circ$

故答案为：72°.

【点睛】本题考查全等三角形的性质、等腰三角形的性质、三角形内角和定理等知识，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键.

19. 【答案】①④##④①

【解析】

【分析】①根据等边对等角，可得$\angle APO=\angle ABO$、$\angle DCO=\angle DBO$，则$\angle APO+\angle DCO=\angle ABO+\angle DBO=\angle ABD$，据此可求解；②可先求证$\triangle OPC$是等边三角形，再根据三角形的三边关系判断即可；③因为点O是线段AD上一点，所以BO不一定是$\angle ABD$的角平分线，据此可求解；④先证明$\triangle OPA\cong\triangle CPE$，则$AO=CE$，$AB=AC=AE+CE=AO+AP$.

【详解】解：

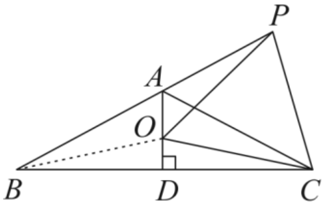


图1

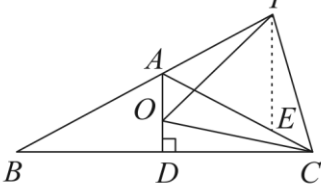


图2

①如图1，连接OB，

$\because AB=AC$，$AD\perp BC$，

$\because BD=CD$，$\angle BAD=\dfrac{1}{2}\angle BAC=\dfrac{1}{2}\times120^\circ=60^\circ$，

$\therefore OB=OC$，$\angle ABC=90^\circ-\angle BAD=30^\circ$，

$\because OP=OC$，

$\therefore OB=OC=OP$，

$\therefore \angle APO=\angle ABO$、$\angle DCO=\angle DBO$，

$\therefore \angle APO+\angle DCO=\angle ABO+\angle DBO=\angle ABD=30^\circ$，

故①正确；

②$\because \angle APC+\angle DCP+\angle PBC=180^\circ$，

$\therefore \angle APC+\angle DCP=150^\circ$，

$\because \angle APO+\angle DCO=30^\circ$，

$\therefore \angle OPC+\angle OCP=120^\circ$，

$\therefore \angle POC=60^\circ$，

$\because OP=OC$，

$\therefore \triangle OPC$是等边三角形，

$\therefore OC=PC$，

$\because OC\neq CD$，则$PC\neq CD$，$BC=2CD$，

$\therefore BC\neq 2PC$，

故②不正确；

③由①知：$\angle APO=\angle ABO$、$\angle DCO=\angle DBO$，

$\because$点O　线段AD上一点，

$\therefore \angle ABO$与$\angle DBO$不一定相等，$\angle APO$与$\angle DCO$不一定相等，

故③不正确；

④如图 2，在AC上截取$AE=PA$，连接PE，

$\because \angle PAE=180^\circ-\angle BAC=60^\circ$，

$\therefore \triangle APE$是等边三角形，

$\therefore \angle PEA=\angle APE=60^\circ$，$PE=PA$，

$\therefore \angle APO+\angle OPE=60^\circ$，

$\because \angle CPE+\angle OPE=\angle CPO=60^\circ$，

$\therefore \angle APO=\angle CPE$，

$\therefore \triangle OPA\cong\triangle CPE$，

$\therefore AO=CE$，

$\therefore AB=AC=AE+CE=AP+AO$，

故④正确．

故答案　：①④

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的判定与性质、等边三角形的判定和性质以及全等三角形的判定与性质的知识点，正确作出辅助线是解题的关键．

三．解答题（本题 52 分，20～22 题每小题 4 分，23，24 题每小题 5 分，25 题 6 分，26 题 5

分，27，28 题每小题 6 分，29 题 7 分）

20. 【答案】详见解析

【解析】

【分析】由已知证得$\angle ACB=\angle DCE$，从而根据三角形全等 SAS 的判定，证明$\triangle ABC\cong\triangle DEC$，继而可得出结论.

【详解】证明：$\because\angle 1=\angle 2$，

$\therefore\angle 1+ECA=\angle 2+\angle ACE$，即$\angle ACB=\angle DCE$.

在$\triangle ABC$和$\triangle DEC$中，

$\because CD=CA$，$\angle ACB=\angle DCE$，$BC=EC$，

$\therefore\triangle ABC\cong\triangle DEC$（$SAS$）.

$\therefore DE=AB$.

【点睛】本题考查了三角形全等的判定和性质，解决此题的关键是证明$\angle ACB=\angle DCE$.

21. 【答案】见解析

【解析】

【分析】要证 $AC\parallel DF$ 的关键是证$\angle ACB=\angle F$，也就是证$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，已知了这两个三角形三组对应边相等，由此可得出三角形全等.

【详解】证明：$\because BE=CF$，$BE+CE=CF+EC$，

$\therefore BC=EF$，

在$\triangle ABC$和$\triangle DEF$中，

$$\begin{cases}AB=DE\\AC=DF\\BC=EF\end{cases}.$$

$\therefore\triangle ABC\cong\triangle DEF$（$SSS$），

$\therefore\angle ACB=\angle DFE$（全等三角形的对应角相等），

$\therefore AC\parallel DF$（同位角相等，两直线平行）.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质及平行线的判断等知识；根据全等三角形来得出对应的角相等，是解此类题的常用方法.

22. 【答案】证明见详解

【解析】

【分析】证$\Delta ADE\cong\Delta CFE\left(AAS\right)$即可求证.

【详解】证明：$\because FC\parallel AB$，

$\therefore\angle A=\angle FCE$，$\angle ADE=\angle F$，

在ΔADE与ΔCFE中：

$\because \begin{cases} \angle A = \angle FCE \\ \angle ADE = \angle F \\ DE = EF \end{cases}$，

$\therefore \Delta ADE \cong \Delta CFE(AAS)$，

$\therefore AE = CE$．

【点睛】本题考查了三角形全等的判定和性质，熟练掌握三角形全等的判定定理是解题的关键．

23. 【答案】证明见解析

【解析】

【分析】通过证明$\triangle ABE \cong \triangle CAD$即可得证．

【详解】解：$\because \triangle$ABC 是等边三角形，D，E 分别是 BA，CB 延长线上的点，

$\therefore AB = CA$，$\angle ABE = \angle CAD = 120°$，

在$\triangle ABE$和$\triangle CAD$中，

$\begin{cases} AB = CA \\ \angle ABE = \angle CAD \\ BE = AD \end{cases}$，

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CAD$，

$\therefore AE = CD$．

【点睛】本题考查全等三角形的判定与性质，掌握全等三角形的判定是解题的关键．

24. 【答案】（1）见解析；（2）ED 的长为 7．

【解析】

【分析】（1）根据 AAS 证明三角形全等即可；

（2）根据全等三角形的性质得到 $AD=CE=12$，$CD=BE=5$，从而求得 ED 的长．

【详解】解：（1）证明：$\because BE \perp CE$ 于点 E，$AD \perp CE$ 于点 D，

$\therefore \angle CEB=\angle ADC=90°$，

$\therefore \angle ACD+\angle CAD=90°$，

$\because \angle ACB = 90°$，

$\therefore \angle ACD+\angle BCE=90°$，

$\therefore \angle CAD=\angle BCE$，

又$\because AC = BC$，

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle CAD$；

（2）由（1）知，$\triangle BCE \cong \triangle CAD$，

$\therefore BE=CD$，$CE=AD$，

$\because AD=12$，$BE=5$，

$\therefore CE=12$，$CD=5$，

$\therefore ED=CE-CD=12-5=7$．

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质，熟练掌握判定及性质定理是解题的关键．

25. 【答案】（1）见解析；

（2）0.5

【解析】

【分析】（1）根据角平分线的性质定理，可得 $DN=DM$，进而可以证明 Rt△ADN≌Rt△BDM；

（2）由 Rt△ADN≌Rt△BDM，可得 $AN=BM$，变形得出答案即可．

【小问 1 详解】

∵CD 平分∠ACE，DM⊥BE，DN⊥AC，

∴$DN=DM$．

在 Rt△ADN 和 Rt△BDM 中，

∵∠DBM=∠DAN，∠AND=∠BMD，$ND=DM$，

∴Rt△ADN≌Rt△BDM（AAS）；

【小问 2 详解】

在 Rt△DCN 和 Rt△DCM 中，

∵$CD=CD$，$DN=DM$，

∴Rt△DCN≌Rt△DCM（HL），

∴$CN=CM$，

∵Rt△ADN≌Rt△BDM，

∴$AN=BM$．

∵$AN=AC-CN$，$BM=BC+CM$，

∴$AC-CN=BC+CM$，

∴$AC-CM=BC+CM$，

∴$2CM=AC-BC$．

∵$AC=2$，$BC=1$，

∴$CM=0.5$．

【点睛】本题考查角平分线的性质，全等三角形的性质和判定．熟练掌握相关定理，并能正确识图是解题关键．

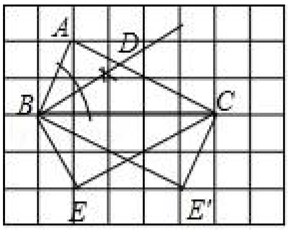
26. 【答案】（1）答案见解析；（2）答案见解析．

【解析】

【分析】（1）作∠ABC 的平分线即可；

（2）利用翻折变换，或构造平行四边形可得结论．

【详解】解：（1）如图点 D 即为所求；



（2）$\triangle EBC$ 或 $\triangle E'BC$ 即为所求；

【点睛】本题考查作图 - 应用与设计，全等三角形的判定，角平分线的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

27. 【答案】（1）见详解　　（2）垂直平分线上的点到线段两端距离相等；DBC；DBC；等角对等边.

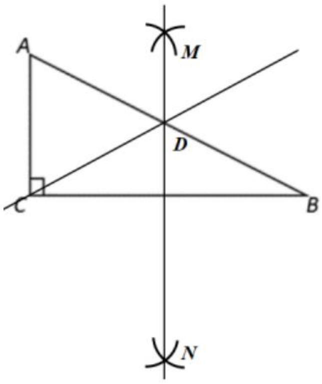
【解析】

【分析】（1）作 BC 的垂直平分线交 AB 于点 D，需分别以 B，C 两点为圆心，以大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长度作弧，分别交于 M，N 两点，然后连接 MN 交 AB 于点 D；

（2）根据垂直平分线的性质以及等角关系填空即可.

【小问 1 详解】

如图所示：



【小问 2 详解】

证明：∵直线 MN 是线段 CB 的垂直平分线，点 D 在直线 MN 上，

∴ $DC=DB$.（垂直平分线上的点到线段两端距离相等）

∴ $\angle DCB=\angle DBC$.

∵ $\angle ACB=90°$，

∴ $\angle ACD=90°-\angle DCB$，

$\angle A=90^{\circ}-\angle DBC$.

∴ $\angle ACD=\angle A$.

∴ $DC=DA$.（等角对等边）

∴ $\triangle DCB$ 和 $\triangle DCA$ 都是等腰三角形.

故答案为：垂直平分线上的点到线段两端距离相等；DBC；DBC；等角对等边.

【点睛】本题考查垂直平分线的尺规作图与性质以及等腰三角形的相关证明；熟练掌握等腰三角形的判定

方法是本题的解题关键．

28 【答案】(1) 证明见解析；(2) $BE = DC + CE$，证明见解析

【解析】

【分析】(1) 方法一，在 AC 上截取 AE，使得 $AE = AB$，连接 DE，用 SAS 定理证明 $\Delta ABD \cong \Delta AED$，然后得到 $BD = ED$，$\angle AED = \angle ABC = 2\angle C$，从而得到 $\angle EDC = \angle C$，然后利用等角对等边求证 $ED = EC$，使问题得解；

方法二，延长 AB 到点 E，使得 $BE = BD$，连接 DE，利用三角形外角的性质得到∠ABC=2∠E，从而得到∠E=∠C，利用 AAS 定理证明△AED≌△ACD，从而求解；

(2) 在 EB 上截取 EF，使得 $EF = DC$，连接 AF，利用三角形外角的性质求得 $\angle AEB + \angle AED = \angle CDE + \angle AED$，从而得到 $\angle AEB = \angle CDE$，利用 SAS 定理证明 $\Delta AEF \cong \Delta EDC$，然后利用全等三角形的性质求解．

【详解】解：(1) 方法一：如图 2，在 AC 上截取 AE，使得 $AE = AB$，连接 DE，

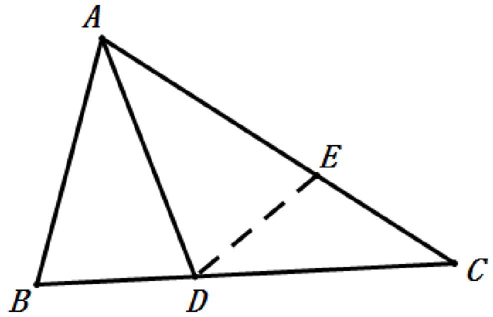


图2

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$，

$\therefore \angle BAO = \angle EAO$

又 $\because AB = AE$，$AD = AD$

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta AED$

$\therefore BD = ED$，$\angle AED = \angle ABC = 2\angle C$

$\because \angle AED = \angle C + \angle EDC$

$\therefore \angle EDC = \angle C$

$\therefore ED = EC$

$\therefore BD = EC$

$\therefore AC = AE + EC = AB + BD$

方法二：如图 3，延长 AB 到点 E，使得 $BE = BD$，连接 DE，

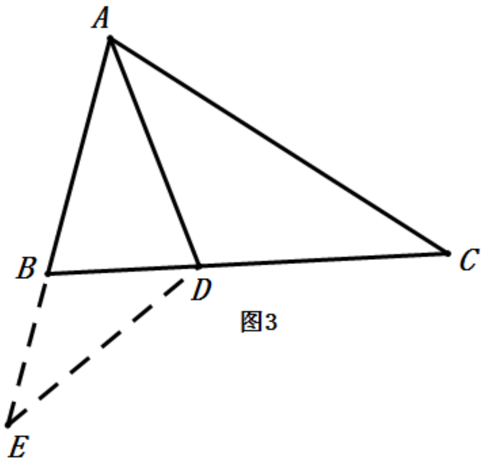


图3

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$，

$\therefore \angle BAO = \angle EAO$

$\because BE = BD$

$\therefore \angle ABC=2\angle E$

又 $\because \angle ABC = 2\angle C$

$\therefore \angle E=\angle C$

$\because AD=AD$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle ACD$

$\therefore AC=AE=AB+BE=AB+BD$

（2）在 EB 上截取 EF，使得 $EF = DC$，连接 AF

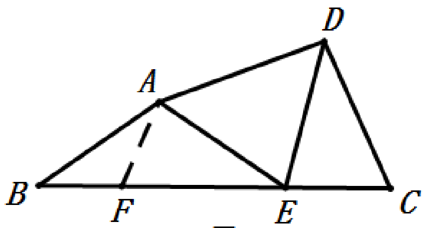


图4

$\because EA = ED$

$\therefore \angle EAD = \angle EDA$

$\therefore 2\angle DAE + \angle AED = 180°$

$\because \angle DAE + \angle B = 90°$

$\therefore 2\angle DAE + 2\angle B = 180°$

$\therefore \angle AED = 2\angle B = \angle C$

$\because \angle BED = \angle CDE + \angle C$

$\therefore \angle AEB + \angle AED = \angle CDE + \angle AED$

$\therefore \angle AEB = \angle CDE$

$\therefore \Delta AEF \cong \Delta EDC$

$\therefore EC = AF$，$\angle AFE = \angle C = 2\angle B$

$\because \angle AFE = \angle B + \angle BAF$

$\therefore \angle ABF = \angle BAF$

$\therefore BF = AF$

$\therefore BF = CE$

$\therefore BE = EF + BF = DC + CE$.

【点睛】本题考查三角形综合题、三角形内角和定理、三角形外角的性质、全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，属于中考压轴题.

29. 【答案】（1）①见解析；② $AB = AE + CE$ ，理由见解析

（2）不成立， $AB = AE - CE$

【解析】

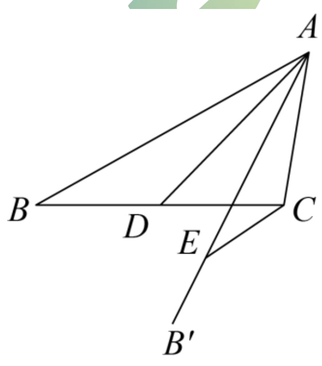
【分析】（1）①根据题意作图即可；

②连接，由折叠的性质可证，推出，再由平行线的性质及等腰直角三角形的性质得出，即可推出答案；

（2）连接，由折叠的性质可证，推出，再由平行线的性质及等腰直角三角形的性质得出，即可推出答案.

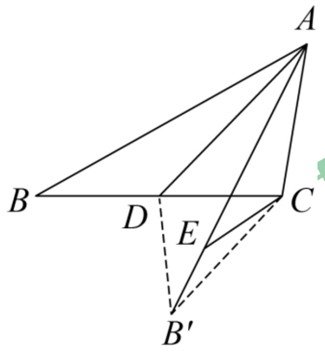
【小问 1 详解】

①补全图形如图所示：



② $AB = AE + CE$ ，理由如下：

如图，连接 $B'D$，$B'C$ ，



$\because$将线段 AB 沿 AD 所在直线翻折，得到线段 AB'，

$\therefore AB' = AB, \angle B'AD = \angle BAD$ ，

又$\because AD = AD$ ，

$\therefore \Delta B'AD \cong \Delta BAD(\text{SAS})$ ，

$\therefore \angle AB'D = \angle ABD, B'D = BD$，

$\because CE \parallel AB$ ，

$\therefore \angle BCE = \angle ABD$，

$\therefore \angle AB'D = \angle BCE$，

$\because$ D 是 BC 的中点，

$\therefore BD = CD$ ，

$\therefore B'D = CD$，

$\therefore \angle DB'C = \angle DCB'$，

即 $\angle AB'D + \angle EB'C = \angle BCE + \angle ECB'$，

$\therefore \angle EB'C = \angle ECB'$，

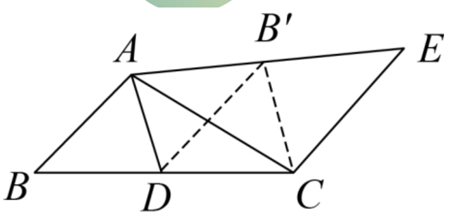
$\therefore B'E = CE$ ，

$\therefore AB' = AE + B'E = AE + CE$ ，

$\therefore AB = AB' = AE + CE$；

【小问 2 详解】

不成立， $AB = AE - CE$， 理由如下：



如图，连接 $B'D$， $B'C$，

$\because$将线段 AB 沿 AD 所在直线翻折，得到线段 AB'，

$\therefore AB' = AB, \angle B'AD = \angle BAD$ ，

又$\because AD = AD$ ，

$\therefore \Delta B'AD \cong \Delta BAD(\text{SAS})$ ，

$\therefore \angle AB'D = \angle ABD, B'D = BD$，

$\because$ D 是 BC 的中点，

$\therefore BD = CD$ ，

$\therefore B'D = CD$，

$\therefore \angle DB'C = \angle DCB'$，

$\because CE \parallel AB$ ，

$\therefore \angle DCE + \angle ABD = 180°$，

即 $\angle ABD + \angle DCB' + \angle ECB' = 180°$，

$\because \angle AB'D + \angle DB'C + \angle EB'C = 180°$，

$\therefore \angle AB'D+\angle DB'C+\angle EB'C=180°=\angle ABD+\angle DCB'+\angle ECB'$，

$\because \angle DCB'=\angle DB'C$，

$\therefore \angle ECB'=\angle EB'C$，

$\therefore B'E=CE$ ，

$\therefore AB'=AE-B'E=AE-CE$ ，

$\therefore AB=AB'=AE-CE$．

【点睛】本题考查了折叠的性质，平行线的性质，等腰三角形的性质，全等三角形的判定和性质，熟练掌握并灵活运用上述知识点是解题的关键．

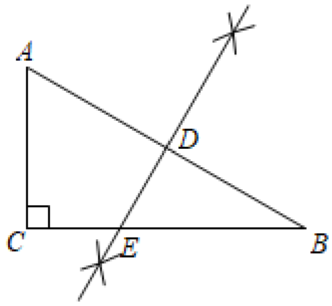
附加题（共 10 分，不计入总分，1 题 2 分，2 题 3 分，3 题 5 分）

30. 【答案】见详解

【解析】

【分析】要将含 $30°$ 的直角三角形分为三个大小形状（即全等）的小三角形，可考虑作斜边的垂直平分线来完成．

【详解】如图所示，AB 的垂直平分线交 AB 于点 D，交 BC 于点 E，连接 AE，则 $\triangle ACE$、$\triangle ADE$、$\triangle BDE$ 大小形状都相同（即全等）．



简单证明：

$\because$ DE 垂直平分 AB

$\therefore$ 在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle BDE$ 中：

$$\begin{cases} AD=BD \\ \angle ADE=\angle BDE=90° \\ DE=DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE\cong\triangle BDE(SAS)$

$\therefore$ 在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACE$ 中：

$$\begin{cases} \angle C=\angle ADE=90° \\ \angle CAE=\angle DAE=30° \\ AE=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE\cong\triangle ACE(AAS)$

$\therefore \triangle ADE\cong\triangle BDE\cong\triangle ACE$

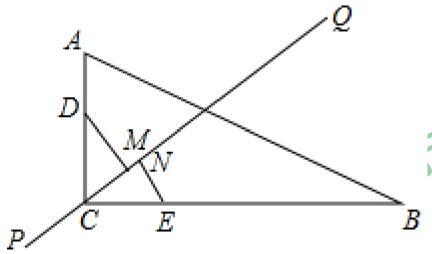
【点睛】本题主要考查含30°角的特殊直角三角形的有关性质，要求考生有一定的创新与知识迁移能力，熟悉并且准确把握含30°角的直角三角形这个常见基本图形的性质是本题的解题关键.

31. 【答案】1 或 $\frac{7}{2}$ 或 12

【解析】

【分析】由以点 D、M、C 为顶点的三角形与以点 E、N、C 为顶点的三角形全等．可知 $CE=CD$，而 CE，CD 的表示由 E，D 的位置决定，故需要对 E，D 的位置分当 E 在 BC 上，D 在 AC 上时或当 E 在 AC 上，D 在 AC 上时，或当 E 到达 A，D 在 BC 上时，分别讨论.

【详解】解：当 E 在 BC 上，D 在 AC 上，即 $0<t\le\frac{8}{3}$ 时，



$CE=(8-3t)\ cm$，$CD=(6-t)\ cm$，

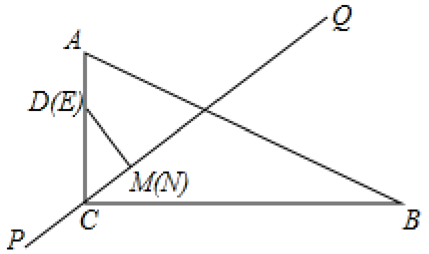
∵以点 D、M、C 为顶点的三角形与以点 E、N、C 为顶点的三角形全等.

∴$CD=CE$，

∴$8-3t=6-t$，

∴$t=1s$，

当 E 在 AC 上，D 在 AC 上，即 $\frac{8}{3}<t<\frac{14}{3}$ 时，

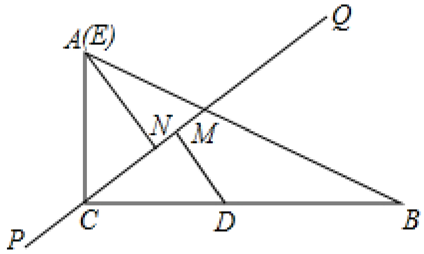


$CE=(3t-8)\ cm$，$CD=(6-t)\ cm$，

∴$3t-8=6-t$，

∴$t=\frac{7}{2}s$，

当 E 到达 A，D 在 BC 上，即 $\frac{14}{3}\le t\le 14$ 时，



CE=6cm，CD=（t-6）cm，

∴6=t-6，

∴t=12s，

故答案为：1 或 $\frac{7}{2}$ 或 12．

【点睛】本题主要考查了三角形全等的性质，解决问题的关键是对动点所在的位置进行分类，分别表示出每种情况下 CD 和 CE 的长．

32. 【答案】（1）证明见解析

（2）$OF \parallel AC$

【解析】

【分析】（1）易证 $\triangle AOC, \triangle BOC$ 均为等腰直角三角形，且 $\angle ACD=\angle ECB$，从而得到 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$，由全等三角形对应角相等即可得出结论；

（2）作 $FL \perp OC$，$FK \perp OB$，易证 $\angle CFL=\angle KFD$，$CF=DF=\frac{1}{2}DE$，得到 $\triangle CFL \cong \triangle DFK$，由全等三角形对应边相等得到 $FL=FK$，由角平分线判定定理得到 OF 平分 $\angle COB$，从而得到 $\angle COF=\angle BOF=45°$，即可得到 $OF \parallel AC$．

【小问 1 详解】

∵ $A(-1,0)$，$B(1,0)$，$C(0,1)$，

∴ $AO=CO=BO=1$．

∵ $CO \perp AB$，

∴ $AC=BC, \triangle AOC, \triangle BOC$ 均为等腰直角三角形，

∴ $\angle CBO=\angle BCO=\angle ACO=\angle CAO=45°$，$\angle ACB=90°$，

即 $\angle ACD+\angle BCD=90°$．

又∵ $CE \perp CD$，

∴ $\angle ECB+\angle BCD=90°$，

∴ $\angle ACD=\angle ECB$．

在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle BCE$ 中，

$$\begin{cases} AC=BC \\ \angle ACD=\angle BCE \\ CD=CE \end{cases}，$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE$，

$\therefore \angle EBC = \angle CAB$.

【小问 2 详解】

$OF \parallel AC$．理由如下：

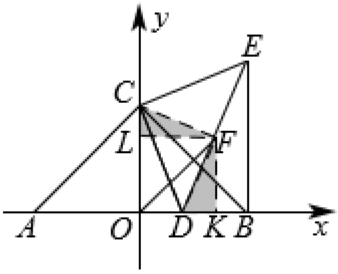
过 F 作 $FL \perp OC$，$FK \perp OB$，如图，

$\therefore \angle FLO = \angle FLC = \angle FKO = 90°$，

$\because CO \perp BO$，

$\therefore \angle COB = 90°$，

$\therefore \angle LFK = 90°$，



$\because CE = CD$，点 F 是 DE 的中点，

$\therefore CF \perp DE$，

$\therefore \angle CFL + \angle LFD = 90°$.

又$\because \angle KFD + \angle LFD = 90°$，

$\therefore \angle CFL = \angle KFD$.

$\because CE \perp CD$，点 F 是 DE 的中点，

$\therefore CF = DF = \frac{1}{2}DE$.

在$\triangle CFL$与$\triangle DFK$中，

$$\begin{cases} \angle CFL = \angle DFK \\ \angle CLF = \angle DKF \\ FC = DF \end{cases}，$$

$\therefore \triangle CFL \cong \triangle DFK$，

$\therefore FL = FK$.

又$\because FL \perp OC$，$FK \perp OB$，

$\therefore OF$ 平分$\angle COB$，

$\therefore \angle COF = \angle BOF = 45°$.

又$\because \angle CAO = 45°$，

$\therefore \angle BOF = \angle CAO$，

$\therefore OF \parallel AC$.

【点睛】此题考查了直角三角形斜边上得中线等于斜边的一半，全等三角形的判定与性质，等腰三角形的判定、角平分线的判定定理等知识点，掌握全等三角形的判定与性质，直角三角形斜边上得中线等于斜边的一半是解题的关键.