2024北京石景山初三（上）期末
数　　学

考生须知

1．本试卷共8页，共两部分，28道题．满分100分．考试时间120分钟．

2．在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号．

3．试卷答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答．

4．考试结束，将本试卷和答题卡一并交回．

第一部分 选择题

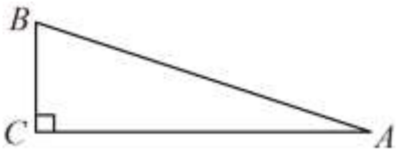
一、选择题（共16分，每题2分）

第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．若$3x=4y\left(y\neq 0\right)$，则$\dfrac{x}{y}$的值是（　　）

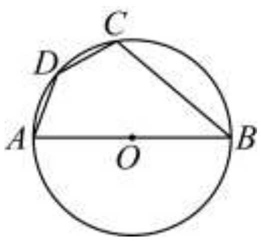
A．$\dfrac{3}{4}$　　B．$\dfrac{4}{3}$　　C．$\dfrac{7}{4}$　　D．$\dfrac{7}{3}$

2．如图，在$\mathrm{Rt}\triangle ACB$中，$\angle C=90^\circ$，$AC=3BC$，则$\sin A$为（　　）



A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　C．$\dfrac{\sqrt{10}}{10}$　　D．$\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

3．如图，四边形$ABCD$内接于$\odot O$，AB是直径，D是$\overset{\frown}{AC}$的中点．若$\angle B=40^\circ$，则$\angle A$的大小为（　　）



A．50°　　B．60°　　C．70°　　D．80°

4．将抛物线$y=3x^2$向左平移1个单位长度，平移后抛物线的解析式为（　　）

A．$y=3\left(x+1\right)^2$　　B．$y=3\left(x-1\right)^2$　　C．$y=3x^2+1$　　D．$y=3x^2-1$

5．若抛物线$y=x^2+2mx+9$与x轴只有一个交点，则m的值为（　　）

A．3　　B．-3　　C．$\pm 3\sqrt{2}$　　D．± 3

6．如图1，“矩”在古代指两条边成直角的曲尺，它的两边长分别为a，b．中国古老的天文和数学著作《周

髀算经》中简明扼要地阐述了“矩”的功能：“平距以正绳，偃矩以望高，覆矩以测深，卧矩以知远，环矩以为圆，合矩以为方”．其中“偃矩以望高”的意思就是把“矩”仰立放可测物体的高度．如图2，从“矩” AFE 的一端A望向树顶端的点 C，使视线通过“矩”的另一端 E，测得 $BD=8\text{m}$， $AB=1.6\text{m}$．若“矩”的边 $EF=a=30\text{cm}$，边 $AF=b=60\text{cm}$，则树高 CD 为（　　）

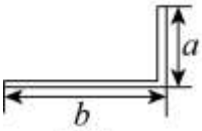


图1

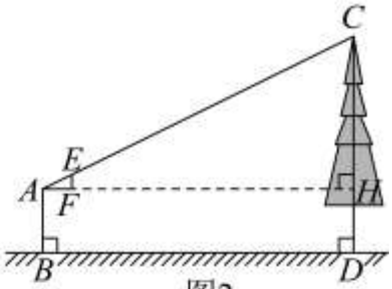


图2

A． 4m　　　　B． 5.3m　　　　C． 5.6m　　　　D． 16m

7．在平面直角坐标系 xOy 中，若点 $(4,y_1)$，$(6,y_2)$ 在抛物线 $y=a(x-3)^2+1(a>0)$ 上，则下列结论正确的是（　　）

A． $1<y_1<y_2$　　　　B． $1<y_2<y_1$　　　　C． $y_2<y_1<1$　　　　D． $y_1<y_2<1$

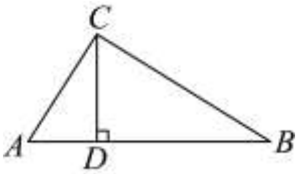
8．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$CD\perp AB$ 于点 D，给出下面三个条件：

①$\angle A=\angle BCD$；

②$\angle A+\angle BCD=\angle ADC$；

③$\dfrac{AD}{CD}=\dfrac{CD}{BD}$．

添加上述条件中的一个，即可证明 $\triangle ABC$ 是直角三角形的条件序号是（　　）

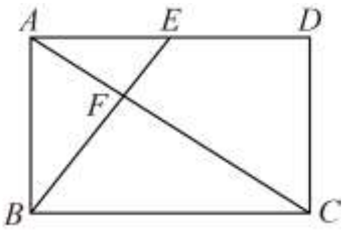


A． ①②　　　　B． ①③　　　　C． ②③　　　　D． ①②③

第二部分 非选择题

二、填空题（共16分，每题2分）

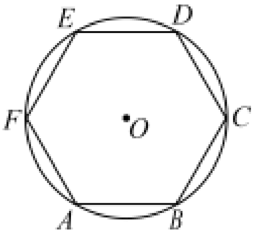
9．如图，在矩形 $ABCD$ 中，E 是边 AD 的中点，连接 BE 交对角线 AC 于点 F．若 $AC=6$，则 AF 的长为___．



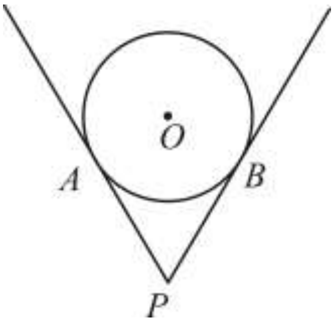
10．在平面直角坐标系 xOy 中，若点 $(3,y_1)$，$(7,y_2)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k>0)$ 的图象上，则 y_1___ y_2（填

“>”“=”或“<”).

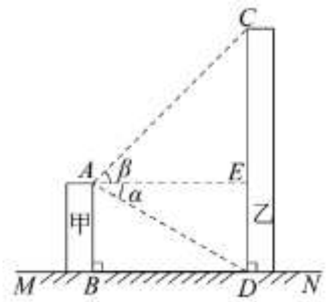
11．如图，正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$ ，$AB=12$，则 $\overset{\frown}{AB}$ 的长为___.



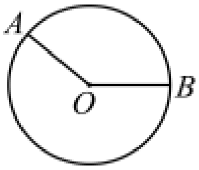
12．如图，PA ，PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A、B 两点，$\angle P=60^{\circ}$ ，$PA=6$，则 $\odot O$ 的半径为___.



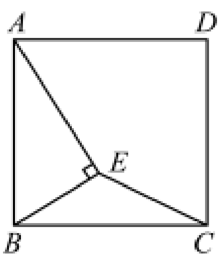
13．如图，线段 AB ，CD 分别表示甲、乙建筑物的高，两座建筑物间的距离 BD 为 30m ．若在点A处测得点 D 的俯角 α 为 30°，点 C 的仰角 β 为 45°，则乙建筑物的高 CD 约为___m（结果精确到 0.1m；参考数据：$\sqrt{2}\approx 1.414$，$\sqrt{3}\approx 1.732$）.



14．如图，点A，B 在 $\odot O$ 上，$\angle AOB=140^{\circ}$ ．若 C 为 $\odot O$ 上任一点（不与点A，B 重合），则 $\angle ACB$ 的大小为___.



15．如图，E 是正方形 $ABCD$ 内一点，满足 $\angle AEB=90^{\circ}$，连接 CE，若 $AB=2$，则 CE 长的最小值为___.



16．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^{2}+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 的顶点为 $P\left(-1,k\right)$，且经过点 $A\left(-3,0\right)$，其部

分图象如图所示，下面四个结论中，

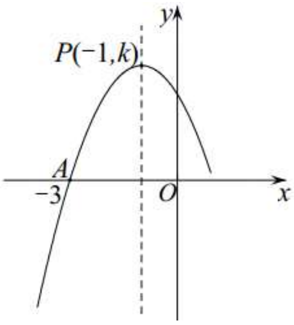
① $a<0$；

② $b=-2a$；

③ 若点$M\left(2,m\right)$在此抛物线上，则$m<0$；

④ 若点$N\left(t,n\right)$在此抛物线上且$n<c$，则$t>0$.

所有正确结论的序号是___.

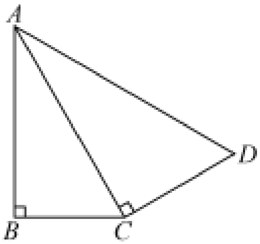


三、解答题（共68分，第17-21题，每题5分，第22题6分，第23题5分，第24-26题，每题6分，第27-28题，每题7分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．计算：$8\sin 60°-\sqrt{27}+(-1)^{2024}-\tan 45°$.

18．如图，在四边形$ABCD$中，AC平分$\angle BAD$，$\angle ACD=\angle B=90°$.



(1)求证：$\triangle ACD\backsim\triangle ABC$；

(2)若$AB=3$，$AD=4$，求AC的长.

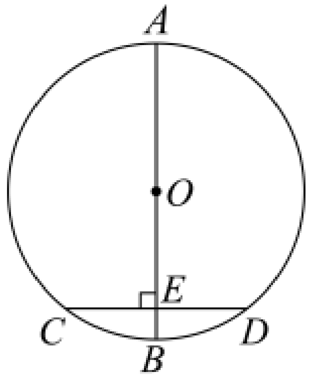
19．已知二次函数$y=x^2+2x-3$.

(1)将$y=x^2+2x-3$化成$y=a\left(x-h\right)^2+k\left(a\neq 0\right)$的形式，并写出其图象的顶点坐标；

(2)求此函数图象与x轴交点的坐标；

(3)在平面直角坐标系xOy中，画出此函数的图象.

20．如图，AB是$\odot O$的直径，弦$CD\perp AB$于点E，$CD=6$，$BE=1$．求$\odot O$的半径.

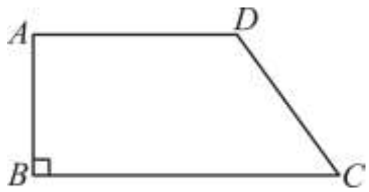


21．已知二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图象过点 $A\left(1,0\right)$ 和 $B\left(0,-3\right)$．

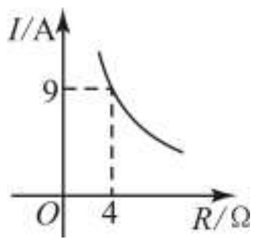
(1)求这个二次函数的解析式；

(2)当$1<x<4$时，结合图象，直接写出函数值 y 的取值范围．

22．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle B=90°$，$\cos C=\frac{3}{5}$，$CD=10$，求 AB 的长．



23．已知某蓄电池的电压为定值，使用此电源时，用电器的电流 I（单位：A）与电阻 R（单位：Ω）成反比例函数关系，即 $I=\frac{k}{R}\left(k\neq 0\right)$，其图象如图所示．

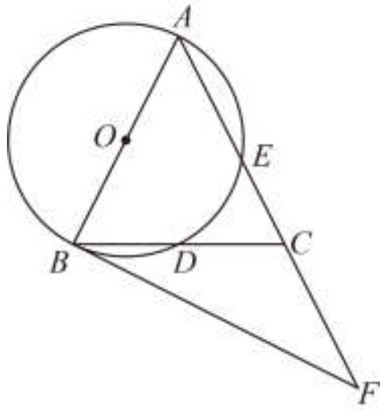


(1)求 k 的值；

(2)若用电器的电阻 R 为6Ω，则电流 I 为______A；

(3)如果以此蓄电池为电源的用电器的电流 I 不得超过10A，那么用电器的电阻 R 应控制的范围是______．

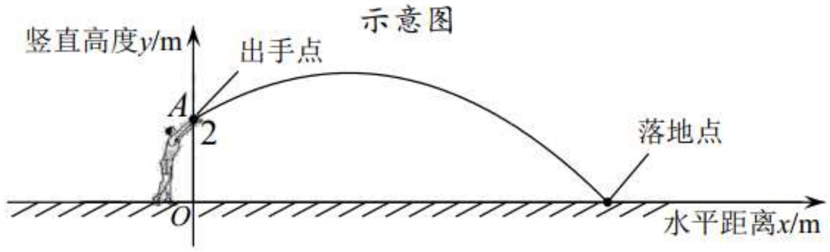
24．如图，在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，以 AB 为直径的$\odot O$ 交 BC 于点 D，交 AC 于点 E，点 F 在 AC 的延长线上，$\angle CBF=\frac{1}{2}\angle BAC$．



(1)求证：BF 是$\odot O$ 的切线；

(2)若 $AB=5$， $\tan\angle CBF=\frac{1}{2}$，求 CE 的长．

25．投掷实心球是北京市初中学业水平考试体育现场考试的选考项目之一．实心球被投掷后的运动路线可以看作是抛物线的一部分．建立如图所示的平面直角坐标系，实心球从出手（点A 处）到落地的过程中，其竖直高度 y （单位： m ）与水平距离 x （单位： m ）近似满足二次函数关系．



小石进行了三次训练，每次实心球的出手点A 的竖直高度为2m．记实心球运动路线的最高点为 P，训练成绩（实心球落地点的水平距离）为 d （单位： m）．训练情况如下：

	第一次训练	第二次训练	第三次训练
训练成绩	$d_1=8.39\text{m}$	d_2	d_3
最高点	$P_1(3,2.9)$	$P_2(4,3.6)$	$P_3(3,3.4)$
满足的函数关系式	$y_1=-0.1(x-3)^2+2.9$	$y_2=a(x-h)^2+k(a<0)$	$y_3=-0.15(x-3)^2+3.4$

根据以上信息，

(1)求第二次训练时满足的函数关系式；

(2)小石第二次训练的成绩 d_2 为______m；

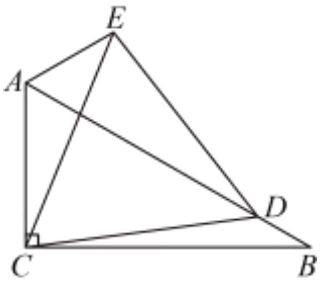
(3)直接写出训练成绩 d_1， d_2， d_3的大小关系．

26．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$经过点 $A(3,3a+c)$．

(1)求该抛物线的对称轴；

(2)点 $M(1-2a,y_1)$， $N(a+2,y_2)$在抛物线上，若 $c<y_1<y_2$，求 a 的取值范围．

27．如图，在$Rt\triangle ACB$中，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle BAC=60^\circ$．D是边BA上一点（不与点B重合且$BD<\frac{1}{2}BA$），将线段CD绕点C逆时针旋转60°得到线段CE，连接DE，AE．

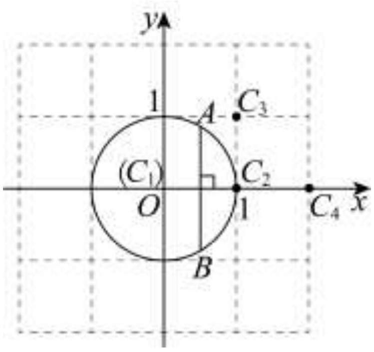


(1)求$\angle CAE$的度数；

(2)F是DE的中点，连接AF并延长，交CD的延长线于点G，依题意补全图形．若$\angle G=\angle ACE$，用等式表示线段FG，AF，AE之间的数量关系，并证明．

28．在平面直角坐标系xOy中，$\odot O$的半径为1．对于$\odot O$的弦AB和点C给出如下定义：若点C在弦AB的垂直平分线上，且点C关于直线AB的对称点在$\odot O$上，则称点C是弦AB的“关联点”．

(1)如图，点$A\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$B\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$．在点$C_1(0,0)$，$C_2(1,0)$，$C_3(1,1)$，$C_4(2,0)$中，弦$AB$的“关联点”是______；



(2)若点$C\left(\frac{1}{2},0\right)$是弦$AB$的“关联点”，直接写出$AB$的长；

(3)已知点$M(0,2)$，$N\left(\frac{2\sqrt{15}}{15},0\right)$．对于线段$MN$上一点$S$，存在$\odot O$的弦$PQ$，使得点$S$是弦$PQ$的“关联点”．记$PQ$的长为$t$，当点$S$在线段$MN$上运动时，直接写出$t$的取值范围．

参考答案

1．B

【分析】此题考查了比例的性质，根据比例性质即可求解，解题的关键是正确理解比例的性质．

【详解】∵ $3x=4y\left(y\neq 0\right)$，

∴设 $x=4k$， $y=3k$ （ $k\neq 0$ ），

∴ $\frac{x}{y}=\frac{4k}{3k}=\frac{4}{3}$，

故选： B．

2．C

【分析】本题考查了锐角三角函数的定义，勾股定理，设 $BC=a$，则 $AC=3a$，根据勾股定理求出斜边 AB，再根据锐角三角函数的意义即可求出 $\sin A$，准确计算是解题的关键．

【详解】解：设 $BC=a$，则 $AC=3a$，

∵ $\angle C=90°$，

∴ $AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{a^2+\left(3a\right)^2}=\sqrt{10}a$，

∴ $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{a}{\sqrt{10}a}=\frac{\sqrt{10}}{10}$，

故选： C．

3．C

【分析】本题主要考查了圆周角定理，连接 BD，由 AB 是直径，得到 $\angle ADB=90°$，再根据题意得到 $AD=CD$，则 $\angle ABD=\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ACB=20°$，则 $\angle A=90°-\angle ABD=70°$．

【详解】解：如图所示，连接 BD，

∵ AB 是直径，

∴ $\angle ADB=90°$，

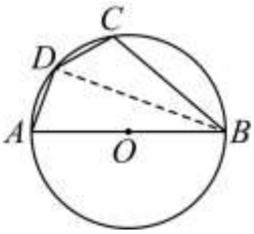
∵ D 是 AC 的中点，

∴ $AD=CD$，

∴ $\angle ABD=\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABC=20°$，

∴ $\angle A=90°-\angle ABD=70°$，

故选：C．



4．A

【分析】本题考查了抛物线的平移，根据平移规律：左加右减，上加下减，即可求解，掌握抛物线的平移规律是解题的关键．

【详解】解：∵抛物线 $y=3x^2$ 向左平移1个单位长度，

∴平移后抛物线的解析式为 $y=3\left(x+1\right)^2$，

故选：A．

5．D

【分析】本题考查二次函数与 x 轴的交点问题．二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 与 x 轴有两个交点，则 $\Delta=b^2-4ac>0$；与 x 轴有一个交点，则 $\Delta=b^2-4ac=0$；与 x 轴没有交点，则 $\Delta=b^2-4ac<0$．据此即可求解．

【详解】解：由题意得：$\Delta=b^2-4ac=\left(2m\right)^2-4\times1\times9=0$．

解得：$m=\pm3$，

故选：D

6．C

【分析】本题考查了相似三角形的应用，由已知易证明 $\triangle AFE\backsim\triangle AHC$，得到 $\frac{EF}{CH}=\frac{AF}{AH}$，代入已知数据即可求解，掌握相似三角形的性质与判定是解题的关键．

【详解】解：由题意可得，$EF\parallel CH$，$HD=AB=1.6\text{m}$，$AH=BD=8\text{m}$，

∵ $EF\parallel CH$，

∴ $\triangle AFE\backsim\triangle AHC$，

∴ $\frac{EF}{CH}=\frac{AF}{AH}$，

即 $\frac{0.3}{CH}=\frac{0.6}{8}$，

∴ $CH=4\text{m}$，

∴ $CD=CH+HD=4+1.6=5.6\text{m}$，

故选：C．

7．A

【分析】本题考查了二次函数的图象及性质，根据所给的函数解析式确定函数的开口方向，对称轴和最小值，再结合函数图象的特点进行判定即可，熟练掌握二次函数的图象及性质是解题的关键．

【详解】解：∵ $y=a\left(x-3\right)^2+1(a>0)$，

∴抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=3$，函数有最小值1，

∵点 $\left(4,y_1\right)$ 到对称轴的距离为1，点 $\left(6,y_2\right)$ 到对称轴的距离为3，

∴ $1<y_1<y_2$，

故选：A．

8．B

【分析】此题考查了相似三角形的判定与性质，由相似三角形的判定方法依次判断即可，掌握相似三角形的判定方法是解题的关键.

【详解】若①$\angle A=\angle BCD$，

∵ $\angle B=\angle B$，

∴ $\triangle CDB\backsim\triangle ACB$，

∴ $\angle CDB=\angle ACB=90^{\circ}$，

∴ $\triangle ABC$ 是直角三角形，故添加① 可以；

② 若 $\angle A+\angle BCD=\angle ADC$，

∵ $\angle B+\angle BCD=\angle ADC$，

∴ $\angle A=\angle B$，

则无法证明 $\triangle ABC$ 是直角三角形，故添加② 不一定可以；

③ 若 $\frac{AD}{CD}=\frac{CD}{BD}$，

∵ $\angle ADC=\angle BDC=90^{\circ}$，

∴ $\triangle ACD\backsim\triangle CBD$，

∴ $\angle A=\angle BCD$，

∴ $\angle A+\angle ACD=\angle BCD+\angle ACD=\angle ACB=90^{\circ}$，

∴ $\triangle ABC$ 是直角三角形，故添加③ 可以；

综上可知，添加①③ 可证明 $\triangle ABC$ 是直角三角形，

故选：B .

9． 2

【分析】此题考查了矩形的性质，相似三角形的判定与性质，根据矩形可得 $BC\parallel AD$，从而有 $\triangle AFE\backsim\triangle CEB$，再根据性质即可求解，解题的关键是熟练掌握以上知识的应用.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $BC\parallel AD$， $BC=AD$

∴ $\triangle AFE\backsim\triangle CFB$，

∴ $\frac{AE}{BC}=\frac{AF}{CF}$，

∵ E 是边 AD 的中点，

∴ $AE=ED=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}BC$，

∴ $\frac{1}{2}=\frac{AF}{CF}$，

∴ $CF=2AF$，

∵ $AC=6$，

∴ $CF+AF=6$，

$\therefore AF=2$，

故答案为：2．

10．>

【分析】本题考查了反比例函数的性质，根据反比例函数的性质：当$k>0$，在每个象限内，y随x的增大而减小，进行判断即可，掌握反比例函数的性质是解题的关键．

【详解】解：$\because k>0$，在每个象限内，y随x的增大而减小，

又$\because 0<3<7$，

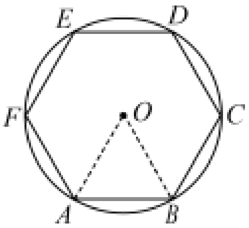
$\therefore y_1>y_2$，

故答案为：>．

11．4π

【分析】本题考查了正六边形的性质，弧长的计算，等边三角形的判定和性质，由正六边形的性质得到$\angle AOB=60^\circ$，得到$\triangle AOB$为等边三角形，进而得到$OA=AB=12$，代入弧长公式即可求解，作出辅助线，判断出$\triangle AOB$为等边三角形是解题的关键．

【详解】解：连接OA、OB，



$\because ABCDEF$是正六边形，

$\therefore \angle AOB=\dfrac{360^\circ}{6}=60^\circ$，

$\because OA=0B$，

$\therefore \triangle AOB$为等边三角形，

$\therefore OA=AB=12$，

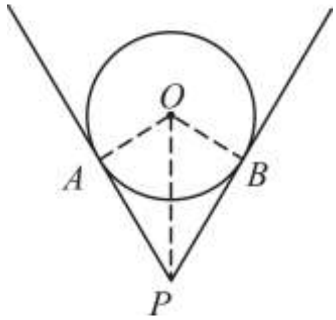
$\therefore AB$的长$=\dfrac{60\times\pi\times12}{180}=4\pi$，

故答案为：4π．

12．$2\sqrt{3}$

【分析】本题考查了切线长定理，切线的性质，三角形全等的判定和性质，特殊角的三角函数，连接OA、OB、OP，证明$\triangle PAO\cong\triangle PBO$，得到$\angle APO=30^\circ$，利用三角函数即可求解，由三角形全等得到$\angle APO=30^\circ$是解题的关键．

【详解】解：连接OA、OB、OP，



$\because PA$， PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A、B 两点，

$\therefore PA=PB$， $\angle PAO=\angle PBO=90^{\circ}$，

$\because \begin{cases} OA=OB \\ PA=PB \\ OP=OP \end{cases}$，

$\therefore \triangle PAO\cong\triangle PBO(\mathrm{SSS})$，

$\therefore \angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\angle APB=30^{\circ}$，

$\therefore \frac{OA}{PA}=\tan 30^{\circ}$，

$\therefore OA=PA\cdot\tan 30^{\circ}=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$，

故答案为： $2\sqrt{3}$．

13． 47.3

【分析】此题主要考查了解直角三角形的应用——仰角俯角问题，先证明四边形 $ABDE$ 是矩形，再根据三角函数解直角三角形即可，解题的关键是借助仰角俯角，并结合图形利用三角函数解直角三角形．

【详解】解：由题意得： $AE\perp CD$， $AB\perp MN$， $CD\perp MN$，

$\therefore \angle ABD=\angle BDE=\angle DEA=90^{\circ}$，

$\therefore$四边形 $ABDE$ 是矩形，

$\therefore AE=BD=30\mathrm{m}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle AED$ 中， $\tan\alpha=\frac{DE}{AE}$，

$\therefore \tan 30^{\circ}=\frac{DE}{30}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore DE=10\sqrt{3}\mathrm{m}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle AEC$ 中， $\tan\beta=\frac{CE}{AE}$，

$\therefore \tan 45^{\circ}=\frac{CE}{30}=1$，

$\therefore CE=30\mathrm{m}$，

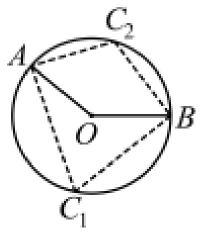
$\therefore CD=CE+DE=30+10\sqrt{3}\approx 30+17.3=47.3(\mathrm{m})$，

故答案为：47.3．

14．70°或110°

【分析】本题考查了圆周角定理，圆内接四边形的性质，根据C为$\odot O$上优弧或劣弧时，分情况即可求解，解题的关键是掌握圆内接四边形的对角互补．

【详解】如图，



$\because \angle AOB=140^{\circ}$，

$\therefore \angle AC_1B=70^{\circ}$，

$\because \angle AC_1B+\angle AC_2B=180^{\circ}$，

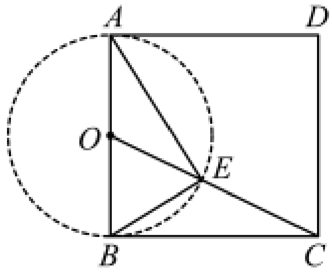
$\therefore \angle AC_2B=110^{\circ}$，

故答案为：70°或110°．

15．$\sqrt{5}-1$##$-1+\sqrt{5}$

【分析】此题考查了正方形的性质，勾股定理和圆周角定理，根据题意得到点E的运动轨迹，结合圆的性质得到CE最小时的情形，再利用正方形的性质和勾股定理求解，解题的关键是熟练掌握正方形的性质，勾股定理和圆周角定理的应用．

【详解】如图，



$\because \angle AEB=90^{\circ}$，

$\therefore$点E在以AB中点O为圆心，AB为直径的圆上，

则CE长的最小时，点O、E、C三点共线，

$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore AB=BC=2$，$\angle ABC=90^{\circ}$，

在$\text{Rt}\triangle BCO$中，$OB=1$，

由勾股定理得：$OC=\sqrt{5}$，

$\therefore CE=\sqrt{5}-1$，

故答案为：$\sqrt{5}-1$．

16．①③

【分析】本题考查了二次函数图象与系数的关系，二次函数图象上点的坐标特征，由抛物线开口方向判断①；由对称轴可判断②；由函数的性质判断③；由抛物线的对称性即可判断④；解题的关键是掌握二次函数的性质，利用数形结合方法分析问题.

【详解】解：∵抛物线开口向下，

∴ $a<0$，故① 正确；

∵抛物线 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 的顶点为 $P\left(-1,k\right)$，

∴对称轴为直线 $x=-1$，

∴ $-\dfrac{b}{2a}=-1$，

∴ $b=2a$，故② 错误；

∵对称轴为直线 $x=-1$，经过点 $A\left(-3,0\right)$，

∴抛物线经过另一个点 $\left(1,0\right)$

∵抛物线开口向下，当 $x>-1$ 时，y 随 x 的增大而减小，

又∵ $-1<1<2$，

∴ $m<0$，故③ 正确；

∵抛物线与 y 轴的交点为 $\left(0,c\right)$，抛物线开口向下，对称轴为直线 $x=-1$，

∴点 $\left(0,c\right)$ 关于对称轴的对称点为 $\left(-2,c\right)$，

∴若点 $N\left(t,n\right)$ 在此抛物线上且 $n<c$ ，则 $t<-2$ 或 $t>0$，故④ 错误；

综上，①③ 正确，

故答案为：①③ .

17． $\sqrt{3}$

【分析】此题考查了特殊角三角函数和实数的混合运算，根据特殊角的三角函数值，二次根式的化简和有理数的乘方分别计算，然后合并即可得到结果，熟练运用运算法则是解题的关键.

【详解】解：原式 $=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-3\sqrt{3}+1-1$，

$=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}+1-1$，

$=\sqrt{3}$.

18．(1)见解析；

(2) $2\sqrt{3}$

【分析】本题考查相似三角形的判定与性质：

（1）先根据角平分线得出 $\angle BAC=\angle CAD$，进而可得出结论；

（2）根据相似三角形的性质得出 $\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{AD}{AC}$，代入即可得出答案.

【详解】（1）证明：∵ AC 平分 $\angle BAD$，

∴ $\angle BAC=\angle CAD$，

∵ $\angle ACD=\angle B=90^{\circ}$，

∴ $\triangle ACD\backsim\triangle ABC$；

（2）解：∵ $\triangle ACD\backsim\triangle ABC$，

∴ $\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{AD}{AC}$，即 $\dfrac{AC}{3}=\dfrac{4}{AC}$，

∴ $AC=2\sqrt{3}$（负值舍去）.

19．(1) $y=\left(x+1\right)^{2}-4$，$\left(-1,-4\right)$；

(2) $\left(-3,0\right)$，$\left(1,0\right)$；

(3)画图见解析.

【分析】（1）用配方法把二次函数化为顶点式，从而可得出答案；

（2）令 $y=0$ 转化成一元二次方程，解出方程即可；

（3）根据画函数图象的步骤，画出图象即可；

本题考查二次函数的性质，抛物线与 x 轴的交点，配方法，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

【详解】（1）由 $y=x^{2}+2x-3=\left(x+1\right)^{2}-4$，

∴顶点坐标为 $\left(-1,-4\right)$；

（2）令 $y=0$，即 $x^{2}+2x-3=0$，

解得：$x_{1}=-3$，$x_{2}=1$，

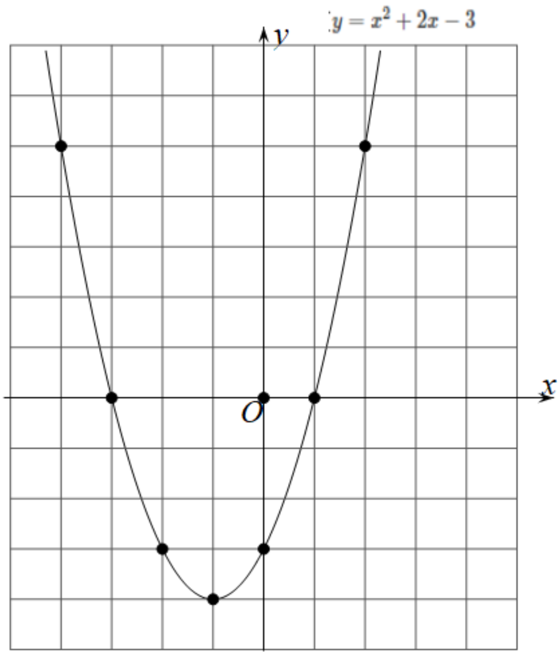
∴函数图象与 x 轴交点的坐标为 $\left(-3,0\right)$，$\left(1,0\right)$；

（3）列表：

x	$\cdots$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	$\cdots$
y	$\cdots$	5	0	-3	-4	-3	0	5	$\cdots$

描点、连线，

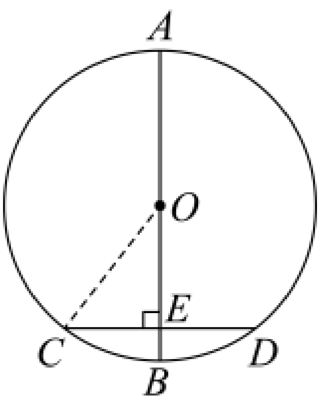
如图，



20．5

【分析】本题考查了垂径定理，勾股定理，连接OC， 设$\odot O$的半径为x，由垂径定理可得$CE=\frac{1}{2}CD=3$，由勾股定理可得方程$x^2=(x-1)^2+3^2$，解方程即可求解，由勾股定理得到方程是解题的关键．

【详解】解：连接OC， 设$\odot O$的半径为x，



$\because AB$是$\odot O$的直径，$CD\perp AB$，

$\therefore CE=\frac{1}{2}CD=3$，

在$\mathrm{Rt}\triangle OEC$中，$\angle OEC=90^\circ$，

由勾股定理，得$OC^2=OE^2+CE^2$，

即$x^2=(x-1)^2+3^2$，

解得 $x=5$，

$\therefore \odot O$的半径为5．

21．(1) $y=-x^2+4x-3$

(2) $-3<y\le 1$

【分析】本题考查二次函数的知识，解题的关键是掌握待定系数法求二次函数解析式，二次函数的图象和性质．

（1）把点 $A(1,0)$ 和 $B(0,-3)$ 代入二次函数 $y=-x^2+bx+c$，求出 b，c，即可；

（2）根据二次函数的的性质，可以求出 $1<x<4$ 时，函数值 y 的取值范围．

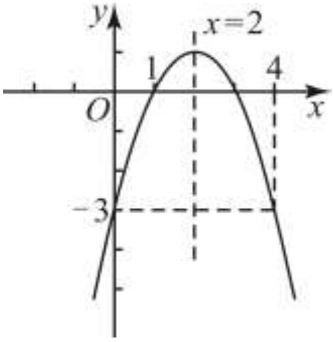
【详解】（1）∵二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图象过点 $A(1,0)$ 和 $B(0,-3)$，

∴ $\begin{cases}0=-1+b+c\\-3=c\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}b=4\\c=-3\end{cases}$，

∴二次函数的解析式为：$y=-x^2+4x-3$．

（2）如下图：



由（1）得，二次函数的解析式为：$y=-x^2+4x-3$，

∴对称轴为：$x=-\dfrac{b}{2a}=2$，

当 $x=2$ 时，二次函数有最大值，$y=1$；

∴当 $x=1$ 时，$y=0$；

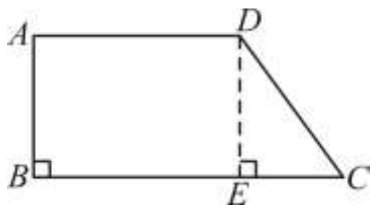
当 $x=4$ 时，$y=-3$；

∴当 $1<x<4$ 时，函数值 y 的取值范围为：$-3<y\le 1$．

22．$AB=8$．

【分析】本题考查了矩形的判定与性质，勾股定理和通过余弦值求边长，过 D 作 $DE\perp BC$ 于点 E，证明四边形 $ABED$ 是矩形，根据性质得出 $AB=DE$，由 $\cos C=\dfrac{3}{5}$ 求出 $EC=6$，最后通过勾股定理即可求解，解题的关键是熟练掌握以上知识点的应用及正确添加辅助线．

【详解】过 D 作 $DE\perp BC$ 于点 E，



$\therefore \angle BED=\angle DEC=90^{\circ}$，

$\because AD \parallel BC$，

$\therefore \angle ADE+\angle BED=180^{\circ}$，

$\therefore \angle B=\angle BED=\angle ADE=90^{\circ}$，

∴四边形$ABED$是矩形，

$\therefore AB=DE$，

在$\mathrm{Rt}\triangle DEC$中，$\cos C=\dfrac{EC}{CD}=\dfrac{3}{5}$，$CD=10$，

$\therefore EC=6$，

由勾股定理得：$DE=\sqrt{CD^{2}-CE^{2}}=\sqrt{10^{2}-6^{2}}=8$，

$\therefore AB=8$．

23．(1) $k=36$；

(2) 6；

(3) $R\geq 3.6\Omega$．

【分析】此题考查了反比例函数的实际应用，熟练掌握反比例函数的图象及性质是解题的关键．

（1）根据待定系数法即可求解；

（2）代入函数求值即可；

（3）当$I=10\mathrm{A}$时，代入求出R，再根据图象即可求解．

【详解】（1）∵图象经过点$(4,9)$，

$\therefore 9=\dfrac{k}{4}$，

解得：$k=36$；

（2）由（1）得：$k=36$，

$\therefore I=\dfrac{36}{R}$，

当$R=6\Omega$时，$I=\dfrac{36}{6}=6(\mathrm{A})$，

故答案为：6；

（3）当电流$I=10\mathrm{A}$，$10=\dfrac{36}{R}$，

解得：$R=3.6(\Omega)$，

根据图象电流I不得超过$10\mathrm{A}$，则$R\geq 3.6\Omega$，

故答案为：$R \geq 3.6\Omega$.

24．(1)证明见解析；

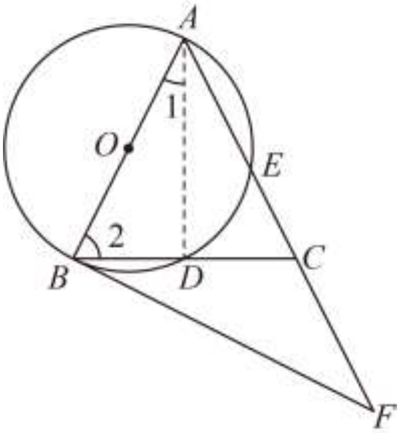
(2) $CE=2$.

【分析】（1）连接AD，由AB为$\odot O$的直径得到$\angle 1+\angle 2=90^{\circ}$，又由$\angle 1=\frac{1}{2}\angle BAC$，$\angle CBF=\frac{1}{2}\angle BAC$，得到$\angle CBF=\angle 1$，进而得到$\angle CBF+\angle 2=90^{\circ}$，即可求证；

（2）连接DE，由$\angle 1=\angle CBF$，$\tan\angle CBF=\frac{1}{2}$得到$\tan\angle 1=\frac{BD}{AD}=\frac{1}{2}$，设$BD=x$，$AD=2x$，由$AB=\sqrt{5}x=5$，得到$x=\sqrt{5}$，证明$\triangle DEC\backsim\triangle ABC$，即可求解；

本题考查了切线的判定，圆的性质，相似三角形的判定和性质，正确作出辅助线是解题的关键.

【详解】（1）证明：连接AD，



∵ AB为$\odot O$的直径，

∴ $\angle ADB=90^{\circ}$，

∴ $\angle 1+\angle 2=90^{\circ}$，

∵ $AB=AC$，

∴ $CD=BD$，$\angle 1=\frac{1}{2}\angle BAC$，

∵ $\angle CBF=\frac{1}{2}\angle BAC$，

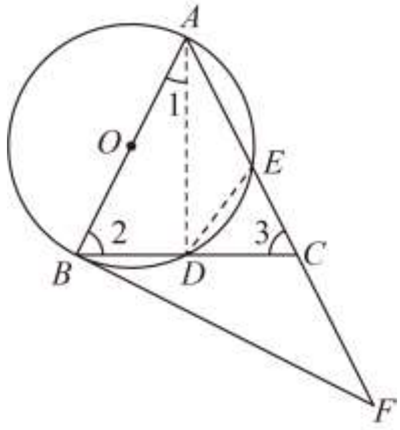
∴ $\angle CBF=\angle 1$，

∴ $\angle CBF+\angle 2=90^{\circ}$，

又∵ AB为$\odot O$的直径，

∴ BF是$\odot O$的切线；

（2）解：连接DE，



∵ $\angle 1=\angle CBF$， $\tan\angle CBF=\dfrac{1}{2}$，

∴在 $\mathrm{Rt}\triangle ADB$ 中， $\tan\angle 1=\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{1}{2}$，

设 $BD=x$， $AD=2x$， 则 $AB=\sqrt{5}x=5$，

∴ $x=\sqrt{5}$，

∴ $CD=BD=\sqrt{5}$， $BC=2\sqrt{5}$，

∵四边形 $ABDE$ 内接于 $\odot O$，

∴ $\angle CED=\angle 2$，

又∵ $\angle 3=\angle 3$，

∴ $\triangle DEC\backsim\triangle ABC$，

∴ $\dfrac{CE}{CB}=\dfrac{CD}{CA}$，

即 $\dfrac{CE}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

∴ $CE=2$.

25．(1) $y_2=-0.1(x-4)^2+3.6$；

(2)10；

(3) $d_2>d_1>d_3$.

【分析】（1）利用待定系数法求解即可；

（2）令 $y_2=0$，求出 x 的值即可；

（3）根据函数解析式分别求出三个距离，根据大小即可比较；

此题考查了二次函数的图象及性质，解题的关键是熟练掌握二次函数的图象及性质的应用．

【详解】（1）由题意得： $y_2=a(x-4)^2+3.6$，

∵当 $x=0$ 时， $y=2$，

∴ $a(0-4)^2+3.6=2$，解得： $a=-0.1$，

∴第二次训练时满足的函数关系式为$y_2=-0.1(x-4)^2+3.6$；

（2）当$y_2=0$时，$-0.1(x-4)^2+3.6=0$，

解得：$x_1=10$，$x_2=-2$（不符合题意，舍去），

小石第二次训练的成绩为10m，

故答案为：10；

（3）根据表格可知：$d_1=8.39\text{m}$，

由（1）得：$d_2=10\text{m}$，

当$y_3=0$时，$-0.15(x-3)^2+3.4=0$，

解得：$x_1\approx 7.76$，$x_2\approx -1.76$（不符合题意，舍去）

∴$d_3=7.76\text{m}$，

∴$d_2>d_1>d_3$.

26．(1) $x=1$，

(2) $\frac{1}{2}<a<1$.

【分析】（1）把$A(3,3a+c)$代入解析式，则有$b=-2a$，利用对称轴$x=-\frac{b}{2a}$即可求解；

（2）根据$M(1-2a,y_1)$，$N(a+2,y_2)$中横坐标与对称轴的距离结合$a>0$即可求解；

此题考查了二次函数的图象及性质，熟练掌握二次函数的图象及性质是解题的关键.

【详解】（1）解：∵$y=ax^2+bx+c$经过点$A(3,3a+c)$，

∴$3a+c=9a+3b+c$，整理得：$b=-2a$，

∴抛物线的对称轴为直线$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2a}{2a}=1$；

（2）由（1）得：抛物线的对称轴为直线$x=1$，

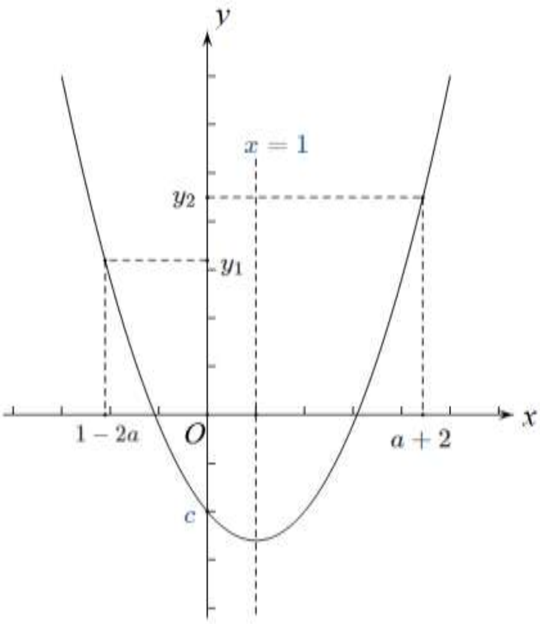
∵$a>0$，

∴$M(1-2a,y_1)$在对称轴的左侧且距离为$2a$，$N(a+2,y_2)$在对称轴的右侧且距离为$a+1$，

当$x=0$时，$y=c$，

∵$c<y_1<y_2$，

∴根据图象可知，点$N(a+2,y_2)$到对称轴的距离$a+1$比$M(1-2a,y_1)$到对称轴距离$2a$大，



$\therefore \begin{cases} 1-2a<0 \\ 2a<a+1 \end{cases}$，

解得：$\frac{1}{2}<a<1$，

$\therefore a$ 的取值范围为$\frac{1}{2}<a<1$.

27．(1)120°

(2)图形见解析；$FG=AF+AE$；证明见解析

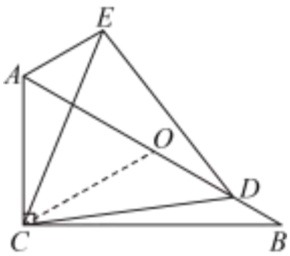
【分析】本题考查了全等三角形的判定和性质、等边三角形的判定和性质、直角三角形的性质；

（1）取 AB 的中点 O，连接CO，构造$\triangle ACE \cong \triangle OCD$即可解决问题；

（2）过点 D 作 $DH \parallel CO$ 交 CB 于 M 点，构造$\triangle AFE \cong \triangle HFD$即可解决问题；

正确添加辅助线，构造全等三角形是解题的关键.

【详解】（1）如图，取 AB 的中点 O，连接CO，



在Rt$\triangle ACB$ 中，

$\because \angle ACB=90^\circ$

$\therefore CO=\frac{1}{2}AB=AO$

$\because \angle BAC=60^\circ$

$\therefore \triangle ACO$ 是等边三角形

$\because$ 线段 CD 绕点 C 逆时针旋转 $60°$ 得到线段 CE

$\therefore CD = CE$

即 $\triangle CDE$ 是等边三角形

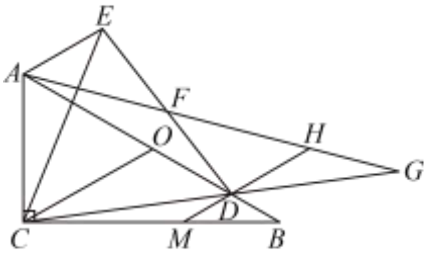
$\therefore \angle ACO = \angle ECD = 60°$， $CA = CO$

即 $\angle ACE = \angle OCD$

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle OCD(\mathrm{SAS})$

$\therefore \angle CAE = \angle COD = 180° - \angle AOC = 180° - 60° = 120°$

（2）如图，过点 D 作 $DH \parallel CO$ 交 CB 于 M 点，



由（1）可知：$\triangle ACE \cong \triangle OCD$

$\therefore \angle ACE = \angle OCD$

$\because MH \parallel CO$

$\therefore \angle MDC = \angle OCD$

$\because \angle MDC = \angle HDG$，

$\therefore \angle ACE = \angle HDG$

$\because \angle ACE = \angle G$

$\therefore \angle HDG = \angle G$

$\therefore HD = HG$

$\because$ F 是 DE 的中点

$\therefore EF = DF$

$\because \angle EAF = \angle DHF, \angle AFE = \angle HFD$

$\therefore \triangle AFE \cong \triangle HFD(\mathrm{AAS})$

$\therefore AE = HD$， $AF = HF$

$\therefore FG = AF + AE$

28．(1) $C_1(0,0)$， $C_4(2,0)$

(2) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{15}}{2}$

(3) $\frac{\sqrt{3}}{2} \le t \le 2$

【分析】(1）由点坐标可知弦 AB 的垂直平分线为 x 轴，根据新定义求出各点关于弦 AB 对称的点坐标，然后根据是否在 $\odot O$ 上，进行判断作答即可；

（2）由垂径定理可知，弦 AB 的垂直平分线过圆心 O，则 OC 为弦 AB 的垂直平分线，点 $C\left(\frac{1}{2},0\right)$ 关于直线 AB 的对称点为 $(-1,0)$ 或 $(1,0)$，然后作图，构造直角三角形，利用勾股定理，垂径定理求解即可；

（3）由题意知，分 B 在 $\odot O$ 内，B 在 $\odot O$ 上和外部，两种情况；①如图 $2-1$，当 B 在 $\odot O$ 内，BO、PQ 的交点为 T，A、B 关于 PQ 对称，连接 PO，由题意知，$BO\perp PQ$，则 $PQ=2PT$，$AB=1+OB$，$AT=\frac{1}{2}AB=\frac{1+OB}{2}$，则 $OT=\frac{1-OB}{2}$，由勾股定理得，$MN=\frac{8\sqrt{15}}{15}$，如图 $2-1$，作 $OC\perp MN$ 于 C，根据 $S_{\triangle MON}=\frac{1}{2}MN\cdot OC=\frac{1}{2}OM\cdot ON$，求得 $OC=\frac{1}{2}$，则 $\frac{1}{2}\le OB<1$，$0<OT\le\frac{1}{4}$，由勾股定理得，$PT=\sqrt{OP^2-OT^2}$，确定 PT 的取值范围，进而可得 PQ 的取值范围；②如图 $2-2$，当 B 在 $\odot O$ 上和外部，同理（3）①，计算求解即可．

【详解】（1）解：∵ $A\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$B\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，

∴弦 AB 的垂直平分线为 x 轴，

∴ $C_1(0,0)$ 关于直线 AB 对称的点坐标为 $(1,0)$，在 $\odot O$ 上，即 $C_1(0,0)$ 是“关联点”；

$C_2(1,0)$ 关于直线 AB 对称的点坐标为 $(0,0)$，不在 $\odot O$ 上，即 $C_2(1,0)$ 不是“关联点”；

$C_3(1,1)$ 不在弦 AB 的垂直平分线上，即 $C_3(1,1)$ 不是“关联点”；

$C_4(2,0)$ 关于直线 AB 对称的点坐标为 $(-1,0)$，在 $\odot O$ 上，即 $C_4(2,0)$ 是“关联点”；

故答案为：$C_1(0,0)$，$C_4(2,0)$；

（2）解：由垂径定理可知，弦 AB 的垂直平分线过圆心 O，

∵点 $C\left(\frac{1}{2},0\right)$ 是弦 AB 的 “关联点”，

∴ OC 为弦 AB 的垂直平分线，

∴点 $C\left(\frac{1}{2},0\right)$ 关于直线 AB 的对称点为 $(-1,0)$ 或 $(1,0)$，

当对称点为 $(-1,0)$ 时，直线 AB 为 $x=-\frac{1}{4}$，如图 1，线段 A_1B_1，

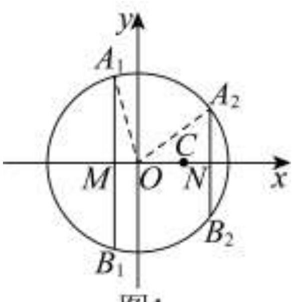


图1

则 $OM=\frac{1}{4}$，$A_1B_1=2A_1M$，

由勾股定理得，$A_1M=\sqrt{OA_1^{\ 2}-OM^2}=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$，

$\therefore A_1B_1=\dfrac{\sqrt{15}}{2}$；

当对称点为$\left(1,0\right)$时，直线AB为$x=\dfrac{3}{4}$，如图1，线段A_2B_2，

则$ON=\dfrac{3}{4}$，$A_2B_2=2A_2N$，

由勾股定理得，$A_2N=\sqrt{OA_2^{\ 2}-ON^2}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$，

$\therefore A_2B_2=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$；

综上所述，AB的长为$\dfrac{\sqrt{7}}{2}$或$\dfrac{\sqrt{15}}{2}$；

（3）解：由题意知，分B在$\odot O$内，B在$\odot O$上和外部，两种情况；

①如图$2-1$，当B在$\odot O$内，BO、PQ的交点为T，A,B关于PQ对称，连接PO，

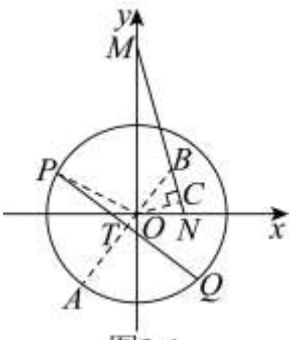


图2-1

由题意知，$BO\perp PQ$，则$PQ=2PT$，$AB=1+OB$，$AT=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1+OB}{2}$，

$\therefore OT=\dfrac{1-OB}{2}$，

由勾股定理得，$MN=\sqrt{OM^2+ON^2}=\dfrac{8\sqrt{15}}{15}$，

如图$2-1$，作$OC\perp MN$于C，

$\therefore S_{\triangle MON}=\dfrac{1}{2}MN\cdot OC=\dfrac{1}{2}OM\cdot ON$，即$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{8\sqrt{15}}{15}\cdot OC=\dfrac{1}{2}\times 2\times\dfrac{2\sqrt{15}}{15}$，

解得$OC=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore \dfrac{1}{2}\le OB<1$，

$\therefore 0<OT\le\dfrac{1}{4}$，

由勾股定理得，$PT=\sqrt{OP^2-OT^2}$，

$\therefore \dfrac{\sqrt{15}}{4} \le PT < 1$，即$\dfrac{\sqrt{15}}{2} \le PQ < 2$；

②如图$2-2$，当B在$\odot O$上和外部，BO、PQ的交点为T，A、B关于PQ对称，连接PO，

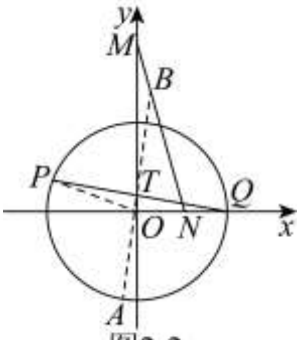


图2-2

同理（3）①可得，由题意知，$AT = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{1+OB}{2}$，$OT = \dfrac{OB-1}{2}$，$1 \le OB \le 2$，

$\therefore 0 \le OT \le \dfrac{1}{2}$，

由勾股定理得，$PT = \sqrt{OP^2 - OT^2}$，

$\therefore \dfrac{\sqrt{3}}{4} \le PT \le 1$，即$\dfrac{\sqrt{3}}{2} \le PQ \le 2$；

综上所述，t的取值范围为$\dfrac{\sqrt{3}}{2} \le t \le 2$.

【点睛】本题考查了垂径定理，轴对称的性质，中点坐标，勾股定理等知识．熟练掌握垂径定理，轴对称的性质，中点坐标，勾股定理，理解题意联系所学知识是解题的关键．