北京市西城区九年级统一测试试卷

数学答案及评分参考

2023.4

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	C	B	D	A	C	D

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．$x \geqslant 1$．　　10．$3(x+2)(x-2)$．　　11．9．　　12．$x=-1$．

13．$\frac{1}{3}$．　　14．1.3．　　15．$\frac{7}{18}$．　　16．$x_1+2x_2+3x_3$；1，5，1．

三、解答题（共 68 分，第 17–20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22–23 题，每题 5 分，第 24–26 题，每题 6 分，第 27–28 题，每题 7 分）

17．解：$\left|-\sqrt{3}\right|-4\sin 60^\circ+\sqrt{27}-(\pi+1)^0$．

$=\sqrt{3}-4\times\frac{\sqrt{3}}{2}+3\sqrt{3}-1$ ………………………… 4 分

$=2\sqrt{3}-1$． ………………………… 5 分

18．解：$\begin{cases} 4x-3 \geqslant 3(x-1)\text{，} & ① \\ \dfrac{2x+6}{5} < x\text{．} & ② \end{cases}$

解不等式①，得 $x \geqslant 0$． ………………………… 2 分

解不等式②，得 $x > 2$． ………………………… 4 分

所以原不等式组的解集为 $x > 2$． ………………………… 5 分

19．解：$(a+1)^2+a(a+2)$

$=a^2+2a+1+a^2+2a$ ………………………… 2 分

$=2a^2+4a+1$ ………………………… 3 分

$\because a$ 是方程 $x^2+2x-1=0$ 的一个根，

$\therefore a^2+2a-1=0$，即 $a^2+2a=1$． ………………………… 4 分

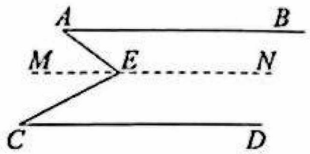
$\therefore$ 原式 $=2\times 1+1=3$． ………………………… 5 分

20．方法一

证明：如图，过点 E 作 $MN // AB$.

∴ $\angle A=\angle AEM$. ……………………………………………………………2 分

∵ $AB // CD$,



∴ $MN // CD$.

∴ $\angle C=\angle CEM$. ……………………………4 分

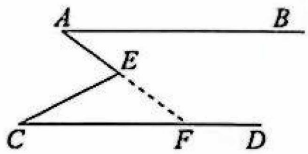
∵ $\angle AEC=\angle AEM+\angle CEM$,

∴ $\angle AEC=\angle A+\angle C$. ……………………5 分

方法二

证明：如图，延长 AE，交 CD 于点 F.

∵ $AB // CD$,



∴ $\angle A=\angle AFC$. ……………………………2 分

∵ $\angle AEC=\angle AFC+\angle C$, ……………………4 分

∴ $\angle AEC=\angle A+\angle C$. ……………………5 分

21.（1）证明：∵ $CE // FB$,

∴ $\angle BFE=\angle CEF$.

∵ AD 是 BC 边上的中线，

∴ $BD=DC$.

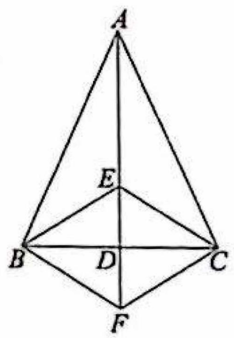
∵ $\angle BDF=\angle CDE$,

∴ $\triangle BDF \cong \triangle CDE$.

∴ $FB=CE$.

∴四边形 $BFCE$ 是平行四边形. ……………………………………………3 分

（2）①依题意补全图 2，如图；



②证明：∵ $\angle ABC=\angle ACB$,

∴ $AB=AC$.

∵ AD 是 BC 边上的中线，

∴ $AD \perp BC$.

∵ 四边形 $BFCE$ 是平行四边形，

∴ 四边形 $BFCE$ 为菱形. ……………………………………………………6 分

22．解：（1）4.5，4.5；……………………………………………………………………2 分

（2）$s_{乙}^2 < s_{甲}^2 < s_{丙}^2$；……………………………………………………………3 分

（3）推荐乙，理由略，答案不唯一，合理即可．……………………………………5 分

23．解：（1）∵ 一次函数 $y=ax+b$ 的图象由函数 $y=\frac{1}{2}x$ 的图象平移得到，

∴ $a=\frac{1}{2}$，得到一次函数的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+b$．

∵一次函数 $y=\frac{1}{2}x+b$ 的图象过点 A（-2，1），

∴ $\frac{1}{2}\times(-2)+b=1$，得到 $b=2$．

∴一次函数 $y=ax+b$ 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+2$．……………………………3 分

（2）$m\geqslant 1$．……………………………………………………………………………5 分

24．（1）证明：连接 OD，如图 1．

∵ DE 是⊙O 的切线，切点是 D，

∴ $OD\perp DE$．

∴ $\angle ODE=90°$．

∵ AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle ACB=90°$．

∵ $\angle ACB$ 的平分线交⊙O 于点 D，

∴ $\angle ACD=\angle BCD=45°$．

∴ $\angle AOD=90°$．

∴ $\angle AOD=\angle ODE$．

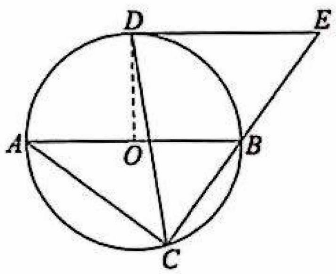


图 1

∴ $DE \parallel AB$．……………………………………………………………………………3 分

（2）解：作 $BH\perp DE$ 于 H，如图 2．

∴ $\angle BHD=\angle BHE=90°$．

∵ $OD\perp DE$，$\angle AOD=90°$，

∴ $\angle BOD=\angle ODH=90°$．

∴ 四边形 $OBHD$ 是矩形．

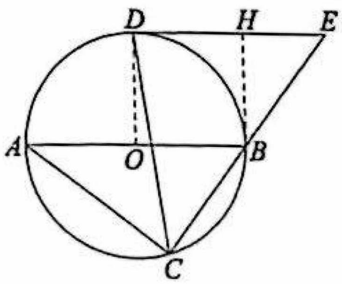


图 2

∵ $OA=OB=OD=5$，

∴ 四边形 $OBHD$ 是正方形.

∴ $BH=OD=DH=5$.

∵ 在 Rt△BHE 中，$\sin A=\dfrac{3}{5}$，

∴ $\tan A=\dfrac{3}{4}$.

∵ $\angle ACB=90°$，

∴ $\angle A+\angle ABC=90°$.

∵ $\angle EBH+\angle ABC=90°$，

∴ $\angle A=\angle EBH$.

∴ $\tan\angle EBH=\tan A=\dfrac{3}{4}$.

∴ $HE=BH\cdot\tan\angle EBH=5\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{15}{4}$.

∴ $DE=HE+DH=\dfrac{35}{4}$. ………………………………………………………………6 分

25. 解：（1）①由题意可设所求的的函数关系式为 $y=a(x-12)^2+2.88$ $(a<0)$.

因为点（0，0）在该函数的图象上，

所以 $144a+2.88=0$.

解得　$a=-0.02$.

所求的的函数关系为 $y=-0.02(x-12)^2+2.88$.

即　$y=-0.02x^2+0.48x$. ……………………………………………………………2 分

②喷水头喷出的水柱能够越过这棵树．理由如下：

因为当 $x=8$ 时的函数值与当 $x=16$ 时的函数值相等，

所以当 $x=8$ 时，$y=2.56>2.3$.

所以喷水头喷出的水柱能够越过这棵树. ……………………………………4 分

（2）（A）（C）. ………………………………………………………………………6 分

26. 解：（1）∵ 点（2，4）在抛物线 $y=ax^2+bx+4$ 上，

∴ $4a+2b+4=4$.

∴ $b=-2a$.

∴ $t=-\dfrac{b}{2a}=1$. ………………………………………………………………… 2 分

（2）①当 $t=1$ 时，$b=-2a$，所以 $y=ax^2-2ax+4$．

∵ 点（x_1，3），（x_2，6）在抛物线上，

∴ 当 $a>0$ 时，有 $a-2a+4\leqslant3$．

得 $4-a\leqslant3$，得 $a\geqslant1$．

当 $a<0$ 时，有 $a-2a+4\geqslant6$．

得 $4-a\leqslant6$，得 $a\leqslant-2$．

综上，a 的取值范围是 $a\leqslant-2$ 或 $a\geqslant1$．……………………………………………………4 分

②a 的取值范围是 $0<a\leqslant3$．……………………………………………………………………6 分

27．（1）证明：作 $EH\perp CD$，$EK\perp AB$，垂足分别是 H，K，如图 1．

∵ OE 是 $\angle BOC$ 的平分线，

∴ $EH=EK$．

∵ $ME=NE$，

∴ Rt$\triangle EHN\cong$Rt$\triangle EKM$．

∴ $\angle ENH=\angle EMK$．

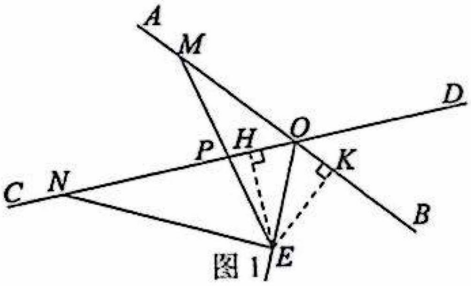


图 1

记 ME 与 OC 的交点为 P，

∴ $\angle EPN=\angle OPM$．

∴ $\angle MEN=\angle AOC$．……………………………………………………………………3 分

（2）$OM=NF+OG$．

证明：在线段 OM 上截取 $OG_1=OG$，连接 EG_1，如图 2．

∵ OE 是 $\angle BOC$ 的平分线，

∴ $\angle EON=\angle EOB$．

∵ $\angle MOF=\angle DOB$，

∴ $\angle EOM=\angle EOD$．

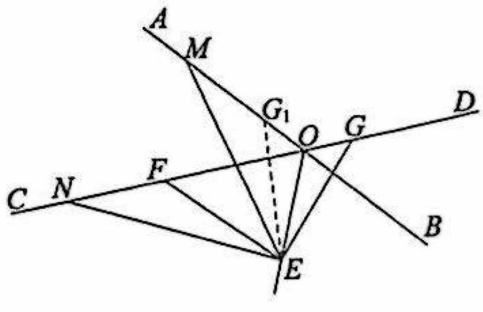


图 2

∵ $OE=OE$，

∴ $\triangle EOG_1\cong\triangle EOG$．

∴ $EG_1=EG$，$\angle EG_1O=\angle EGF$．

∵ $EF=EG$，

∴ $EF=EG_1$，$\angle EFG=\angle EGF$．

∴ $\angle EFG=\angle EG_1O$．

$\therefore$ $\angle EFN=\angle EG_1M$.

$\because$ $\angle ENF=\angle EMG_1$.

$\therefore$ $\triangle ENF\cong\triangle EMG_1$.

$\therefore$ $NF=MG_1$.

$\because$ $OM=MG_1+OG_1$,

$\therefore$ $OM=NF+OG$. ··7 分

28．解：（1）① P_1，P_3；···2 分

②由题意可得线段 OA 的所有相关点都在以 OA 为直径的圆上及其内部，如图．设这个圆的圆心是 H．

$\because$ A（2，0），

$\therefore$ H（1，0）．

当直线 $y=x+b$ 与⊙H 相切，且 $b>0$ 时，

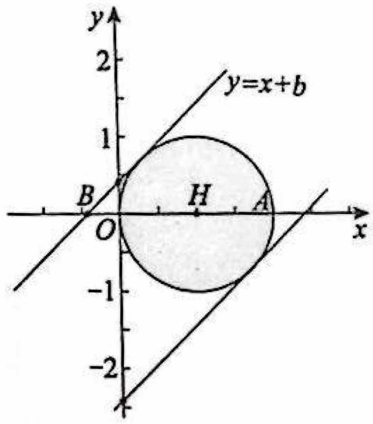
将直线 $y=x+b$ 与 x 轴的交点分别记为 B，

则点 B 的坐标是（$-b$，0）．

$\therefore$ $BH=1+b$.

$\because$ $BH=\sqrt{2}$，

$\therefore$ $1+b=\sqrt{2}$，解得 $b=\sqrt{2}-1$．



当直线 $y=x+b$ 与⊙H 相切，且 $b<0$ 时，

同理可求得 $b=-\sqrt{2}-1$．

所以 b 的取值范围是 $-\sqrt{2}-1\leqslant b\leqslant\sqrt{2}-1$． ···5 分

（2）$d\geqslant\sqrt{46}$． ···7 分