



2024 北京平谷初二（上）期末

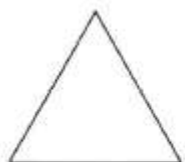
数 学

2024.1

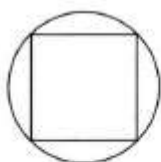
学校_____ 班级_____ 姓名_____ 考号_____

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

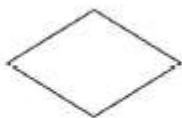
1. 下列图形都是轴对称图形，其中恰有 2 条对称轴的图形是



(A)



(B)



(C)



(D)

2. 下列运算正确的是

A. $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$

B. $\sqrt{30} \div \sqrt{10} = 3$

C. $\sqrt{(-5)^2} = -5$

D. $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$

3. 分式 $\frac{1+x}{x^2-1}$ ，化简结果为

A. $\frac{1}{1-x}$

B. $\frac{1}{x-1}$

C. $x-1$

D. $1-x$

4. 如果三角形的三边长分别为 $a, 4, 5$ ，那么整数 a 的值不可能是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 下列说法正确的是

- A. 掷一枚质地均匀的硬币落地后正面朝上；
- B. 任意买一张电影票，座位号是偶数；
- C. 射击运动员射击一次，命中 10 环；
- D. 一枚质地均匀的骰子，任意掷一次，1~6 点数朝上的可能性相同。

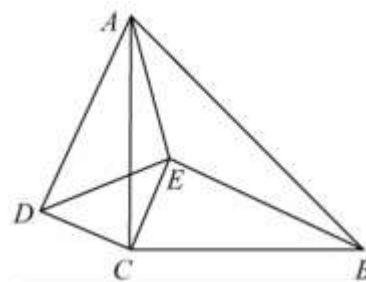
6. 正六边形的内角和为

- (A) 1080° (B) 720° (C) 540° (D) 360°

7. 下列根式中，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是

- A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{18}$ C. $\sqrt{0.3}$ D. $\sqrt{6}$

8. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ECD$ 都是等腰直角三角形， $\angle DAE = 42^\circ$ ，





则 $\angle AEB$ 的度数是

- A. 128° B. 130° C. 132° D. 138°

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 如果 $\sqrt{x+2}$ 在实数范围内有意义，那么实数 x 的取值范围是_____.

10 当分式 $\frac{x-1}{x}$ 的值为 0，则 x 的值为_____.

11.. 计算： $3\sqrt{2}-5\sqrt{8}=\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知 $3 < x < 4$ ，化简 $\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(x-4)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 在一个不透明的袋中装有除颜色外其余均相同的 m 个球，其中有黄球 3 个，如果从中随机摸出一个，

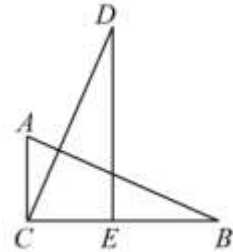
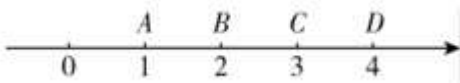
那么摸到黄球的可能性为大小是 $\frac{1}{2}$ ，则 m 是_____.

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 中，若 $\angle ACB = \angle CED = 90^\circ$ ，且 $AB \perp CD$ ，请你添加一个适当的条件，使 $\triangle ABC \cong \triangle CDE$. 添加的条件是：

（写出一个即可）

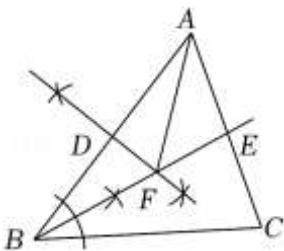
15. 如图，数轴上点 A, B, C, D 所对应的数分别是 1, 2, 3, 4.

若点 E 对应的数是 $2\sqrt{3}$ ，则点 E 落在 _____ 之间。（填序号）



- ① A 和 B ;
- ② B 和 C ;
- ③ C 和 D .

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，根据尺规作图痕迹， $AB=8$. 若 $\triangle ABF$ 的周长为 18，则点 F 到线段 BC 的距离是_____.



三、解答题（本题共 12 道小题，第 17 题 5 分，第 18 题 105 分，第 19—23 题每小题 5 分，第 24 题 4 分，第 25—26 题每小题 5 分，第 27—28 题每小题 7 分共 68 分）

17. 计算： $\sqrt{12} - (\sqrt{3} - \pi)^0 + (-\sqrt{5})^2 - \sqrt[3]{8}$

18. 计算：

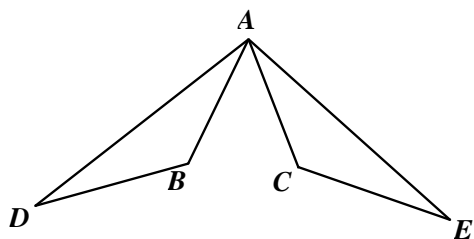


(1) $\sqrt{8} + \sqrt{18} - (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)$; (2) $2\sqrt{6} - 2\sqrt{\frac{1}{6}} + (\sqrt{3} - \sqrt{12}) \times \frac{\sqrt{2}}{3}$;

19. 计算: $\left(a - \frac{2a-1}{a}\right) \div \frac{a-1}{a^2}$.

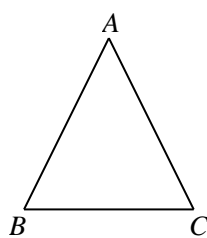
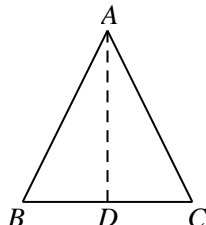
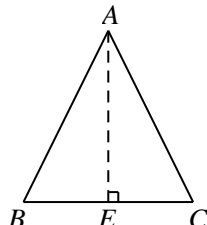
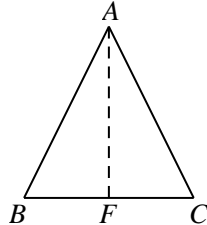
20. 解分式方程: $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$.

21. 已知: 如图, $AB=AC$, $AD=AE$, $\angle CAD = \angle BAE$, 求证: $\angle D = \angle E$.



22. 先化简, 再代入求值: $\frac{a^2 - b^2}{2a + 2b} \div \frac{a^2 - 2ab + b^2}{2}$, 其中 $a - b = \sqrt{2}$.

23. 在证明等腰三角形的性质定理时, 甲、乙、丙三位同学各添加一条辅助线, 方法如下图所示.

<p>等腰三角形的性质定理: 等腰三角形两个底角相等 (简写成“等边对等角”). 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$. 求证: $\angle B = \angle C$.</p>			
<p>甲同学的方法: 证明: 作 $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D.</p>	<p>乙同学的方法: 证明: 作 $AE \perp BC$ 于点 E.</p>	<p>丙同学的方法: 证明: 取 BC 中点 F, 连接 AF.</p>	
			

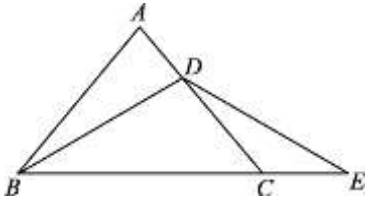
你能用哪位同学添加辅助线的方法完成证明, 请选择一种方法补全证明过程.



24. 已知排好顺序的一组数： $\sqrt{12}, -\sqrt{7}, \sqrt[3]{8}, \sqrt{9}, \sqrt{27}, \sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{\frac{4}{9}}, 3\sqrt{2}$

- (1) 在这组数中，有理数有 ___ 个，无理数有 ___ 个；
- (2) 若从这组数中任取两个相邻的数，将左侧的数记为 m , 右侧的数记为 n , 则 $m-n$ 的值中共有 ___ 个正数；
- (3) 若从这组数中任取两个不同的数 a 和 b , 则 ab 的值中共有 ___ 个有理数.

25. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中， D 是 AC 边上一点， E 是 BC 延长线上一点，连接 BD, DE ，若 $\angle ABD=20^\circ$ ， $BD=DE$ ，求 $\angle CDE$ 的度数.



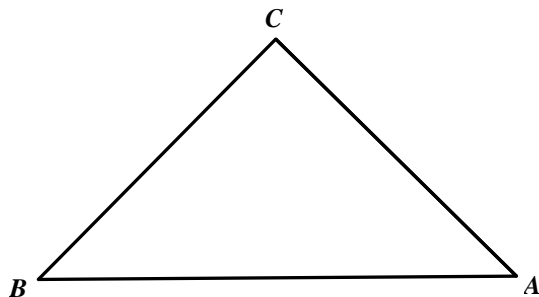
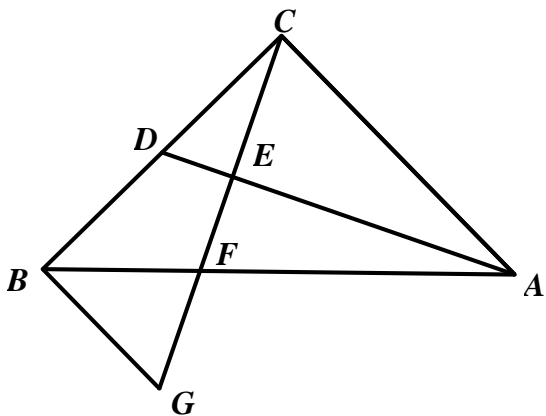
26. 过年包饺子是中国新年传统习俗之一，在中国，饺子不仅仅是一种食物，它还象征着团圆、和谐和幸福。大年三十当天，小美的爸爸、妈妈一起为全家制作美味的饺子，小美的爸爸擀皮，妈妈包饺子，一共制作了 80 个饺子，小美发现爸爸每分钟擀皮的个数是妈妈包饺子的 4 倍，爸爸擀面皮的时间比妈妈包饺子的时间少用了 20 分钟，请你根据以上信息，求出爸爸每分钟擀皮的个数和妈妈每分钟包饺子的个数.



27. 阅读下面材料：

已知，在 $\triangle ABC$ 中， $AC=BC$ ， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 D 是射线 CB 上任意一点，连接 AD ，过点 C 作 $CE \perp AD$ ，垂足为点 E ，交 AB 于点 F ，过点 B 作 $BG \perp BC$ 交 CF 的延长线于点 G 。

- (1) 如图 1，当 $AC=6$ ，点 D 是 BC 边中点时，求 CG 的长
- (2) 当点 D 在 CB 的延长线上时，根据题意补全图形 2，用等式表示线段 AC 、 BG 和 BD 的数量关系，并证明.





28. 阅读理解:

定义: 若分式 A 和分式 B 满足 $A - B = n$ (n 为正整数), 如: , 则称 A 是 B 的“ n 差分式”.

例如: $\frac{3x}{x-1} - \frac{3}{x-1} = 3$, 我们称 $\frac{3x}{x-1}$ 是 $\frac{3}{x-1}$ 的“3 差分式”.

解答下列问题:

(1) 分式 $\frac{1}{1-x}$ 是分式 $\frac{x}{1-x}$ 的“_____ 差分式”;

(2) 分式 $A = \frac{C}{9-x^2}$ 是分式 $B = \frac{2x}{3-x}$ 的“2 差分式”

① $C =$ _____ (用含 x 的代数式表示);

② 若 A 的值为正整数, x 为正整数, 求 A 得值.

(3) 已知 $xy = 2$, 分式 $\frac{x-3y}{y}$ 是 $-\frac{y+x}{x}$ 的“4 差分式” (其中 x, y 为正数), 求 $(x-y)$ 的值.



参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分） 24

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	D	B	A	D	B	A	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $x \geq -2$; 10. $x = 1$; 11. $-7\sqrt{2}$ 12. 1;

13. 6; 14. $CE = AC$; 15. ③; 16. 3.

三、解答题（本题共 12 道小题，第 17 题 5 分，第 18 题 10 分,19-23 题，每小题 5 分，第 24 题 4 分,第 25—26 题每小题 5 分，第 27—28 每小题 7 分，共 68 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

$$\sqrt{12} - (\sqrt{3} - \pi)^0 + (-\sqrt{5})^2 - \sqrt[3]{8}$$

$$17. \text{解: } = 2\sqrt{3} - 1 + 5 - 2 \dots\dots\dots 4 \text{ 分 } 5 \text{ 分}$$

$$= 2\sqrt{3} + 2$$

$$18. (1) \sqrt{8} + \sqrt{18} - (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)$$

$$= 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - (2 - 1) \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$= 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2 + 1 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= 5\sqrt{2} - 1 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$(2) 2\sqrt{6} - 2\sqrt{\frac{1}{6}} + (\sqrt{3} - \sqrt{12}) \times \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$= 2\sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{3} + (\sqrt{3} - 2\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{2}}{3} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= 2\sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{3} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= \frac{4}{3}\sqrt{6} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$19. \left(a - \frac{2a-1}{a}\right) \div \frac{a-1}{a^2}$$

$$= \frac{a^2 - 2a + 1}{a} \times \frac{a^2}{a-1} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$= \frac{(a-1)^2}{a} \cdot \frac{a^2}{a-1} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= a^2 - a \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



$$20. \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$$

解:

$$6 + 3(x+1) = 5(x+1) \quad \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$2x = 4 \quad \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$x = 2 \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

检验: 当 $x = 2$ 时, 方程左右两边相等, 所以 $x = 2$ 是原方程的解.

所以原方程的解是 $x = 2$. $\dots\dots\dots 5 \text{分}$

$$\because \angle CAD = \angle BAE$$

21.

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle AEC$ 中

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle DAB = \angle EAC \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle AEC \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$\therefore \angle D = \angle E \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

$$22. \left(\frac{a^2 - b^2}{2a + 2b} \right) \div \frac{a^2 - 2ab + b^2}{2}$$

$$\text{解: 原式} = \frac{(a+b)(a-b)}{2(a+b)} \cdot \frac{2}{(a-b)^2} \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$= \frac{1}{(a-b)} \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$\because a - b = \sqrt{2}$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{1}{\sqrt{2}} \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

23. 选甲(其它方法自行给分)

$$\because AD \text{ 平分 } \angle BAC$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle ADC$ 中

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAD \\ AD = AD \end{cases}$$



∴ $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ 4分

∴ $\angle B = \angle C$ 5分

24. (1) 在这组数中, 有理数有 3, 无理数有 5;2分

(2) 若从这组数中任取两个相邻的数, 将左侧的数记为 m , 右侧的数记为 n , 则 $m-n$ 的值中共有 3 正数;3分

(3) 若从这组数中任取两个不同的数 a 和 b , 则 ab 的值中共有 5 有理数4分

25.

∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形

∴ $\angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$ 1分

∵ $\angle ABD = 20^\circ$

∴ $\angle DBC = 40^\circ$ 2分

∵ $BD = DE$

∴ $\angle DBC = \angle DEB = 40^\circ$ 3分

∵ $\angle ACB = \angle DEC + \angle CDE$

∴ $\angle CDE = 20^\circ$ 5分

26. 解: 设妈妈每分钟包饺子 x 个, 则爸爸每分钟擀皮 $4x$ 个1分

由题意知, $\frac{80}{4x} + 20 = \frac{80}{x}$ 3分

解得 $x=3$4分

经检验, $x=3$ 是原方程的解, 且符合题意.

∴ $4x=12$.

答: 妈妈每分钟包饺子 3 个, 则爸爸每分钟擀皮 12 个5分

27. (1) ∵ $\angle ACB = 90^\circ$ $CE \perp AD$

∴ $\angle CAB + \angle ACG = 90^\circ$

$\angle BCG + \angle ACG = 90^\circ$

∴ $\angle CAB = \angle BCG$ 1分

∵ $BG \perp BC$

∴ $\angle ACB = \angle CBG = 90^\circ$

在 $RT\triangle ACD$ 和 $RT\triangle CBG$ 中

$$\begin{cases} \angle CAB = \angle BCG \\ CB = CA \\ \angle CBG = \angle ACD \end{cases}$$

∴ $\triangle ADC \cong \triangle CGB$ 2分

∴ $BG = CD$.

∵ 点 D 是 BC 边中点



$$\therefore CD = \frac{1}{2}CB$$

$$\because CA=CB=6$$

$$\therefore CD=3$$

在 $RT\triangle ACD$ 中

$$\therefore AD = \sqrt{6^2 + 3^2} = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore CG = AD = 3\sqrt{5} \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

(2) ①补全图形 2.....4 分

$$AC+BD=BG$$

$$\because CB \perp BG, CE \perp AD$$

$$\therefore \angle CBG = \angle ACB = \angle CED = 90^\circ$$

$$\angle D + \angle BCG = 90^\circ$$

$$\angle G + \angle BCG = 90^\circ$$

$$\therefore \angle D = \angle G \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

在 $RT\triangle ACD$ 和 $RT\triangle BCG$ 中

$$\begin{cases} \angle D = \angle G \\ \angle CBG = \angle ACD \\ CA = CB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle CGB$$

$$\therefore BG = CD \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$\because CD = CB + BG$$

$$\therefore BG = AC + BD \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

28. (1) 1; 1 分

(2) ① $C = 18 + 6x \dots\dots\dots 2 \text{分}$

② $\because A = \frac{6}{3-x}$

$\because A$ 的值为正整数, x 为正整数

$$\therefore 3-x=1$$

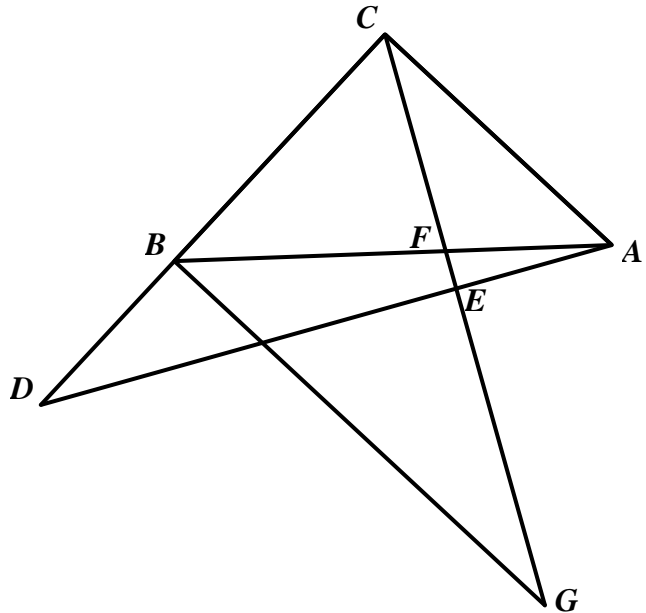
$$x=2$$

$$3-x=2$$

$$x=1$$

$$3-x=3$$

$$x=0(\text{舍})$$





$$3 - x = 6$$

$$x = -3 \text{ (舍)}$$

∴ 当 $x=2$ 时, $A=6$ 3 分

当 $x=1$ 时, $A=3$ 4 分

$$(3) \quad \frac{x-3y}{y} - \left(-\frac{y+x}{x} \right) = 4 \quad \text{..... 5 分}$$
$$\frac{(x-y)^2}{xy} = 4$$

$$\therefore xy = 2$$

$$\therefore (x-y)^2 = 8 \quad \text{..... 6 分}$$

$$(x-y) = \pm 2\sqrt{2} \quad \text{..... 7 分}$$